ИССЛЕДОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ГАЗА (ЖИДКОСТИ) ПРИ ЗАКОНЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ, ВЫРАЖЕННОМ С ПОМОЩЬЮ R-ФУНКЦИИ

Т. Ф. ИВАНОВ

(*Харьков*)

Для описания закона сопротивления при одномерной фильтрации газа (жидкости) в пористой среде введены R-функции, зависящие от гидродинамического параметра R и трех дополнительных безразмерных параметров R, b, β, характеризующих пористую среду. Безразмерный параметр R_* предложен М. Д. Миллионщиковым [1], параметр R_* — некоторое критическое значение R. Приведены обоснования целесообразности введения R-функций. Путем сравнения с опытными данными показано, что при помощи R-функции закон сопротивления при фильтрации выражается с весьма незначительной погрешностью.

В п. 2 решена задача о квазистационарной плоско-радиальной фильтрации газа к скважине из замкнутого пласта, при законе сопротивления, выраженном R-функцией.

Получены формулы для определения зависимости перепадов давления в пласте от установившихся дебитов скважины. Предложен метод оценки критического дебита скважины Q_0, превышение которого приводит к нарушению закона Дарси. Показано, что в общем случае коэффициент гидропроводности пласта, полученный при обработке данных исследования скважин с применением R-функции, оказывается меньше, чем при использовании двучленной формулы.

1. Закон сопротивления при различных режимах одномерной фильтрации жидкости или газа в пористой среде выразим уравнениями

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{k} v f(R, \lambda), \qquad R = \frac{\sigma |v| \sqrt{k}}{\mu m \sqrt{m}} \tag{1.1}$$

Здесь v — скорость фильтрации; μ — динамическая вязкость жидкости (газа); k — проницаемость пористой среды; λ — совокупность безразмерных параметров, характеризующих пористую среду; $f(Re, \lambda)$ — функция параметров R, λ; при малых значениях параметра R, соответствующих выполнению закона Дарси, эта функция равна единице.

Для описания закона сопротивления при фильтрации с нарушением закона Дарси было предложено много различных формул.

В работе [1] приведено большинство таких формул и указано, что любая из них применима только к отдельным системам и при сравнительно узких интервалах изменения скорости фильтрации. При достаточно больших скоростях фильтрации, соответствующих значительному отклонению от закона Дарси, к хорошему согласию с результатами опытов, для широкого класса пористых сред, приводит двучленная формула закона сопротивления, предложенная в 1901 г. Форхгеймером.

Закон сопротивления с применением двучленной формулы имеет вид

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{k} v (b_0 + b_1 R) \qquad (b_0, b_1 = \text{const}) \tag{1.2}$$

В работах [2, 3] и некоторых других двучленная формула рекомендуется для описания закона сопротивления при любых значениях параметра R.

Однако для того чтобы формула (1.2) удовлетворяла результатам опытов при $R \to 0$, коэффициент b_0 должен быть равен единице. Это ограничение коэффициента b_0 не приводит к удовлетворительному согласию с данными опытов при конечных значениях параметра R, соответствующих, в частности, выполнению закона Дарси и вместе с тем снижает общность двучленной формулы при больших значениях параметра R.

Учитывая выполнение закона Дарси при малых значениях параметра R и применимость двучленной формулы (1.2) при больших значениях параметра Re, будем полагать, что функция $f(R, \lambda)$ в уравнении (1.1) удовлетворяет условиям

$$f(R, \lambda) = 1 \text{ при } R \leqslant R_*, \ f(R, \lambda) \sim b_0 + b, R \text{ при } R \to \infty \tag{1.3}$$

[1] Автору результаты М. Д. Миллионщикова известны по отчетам Института механики АН СССР, которые относятся к 1950 г.

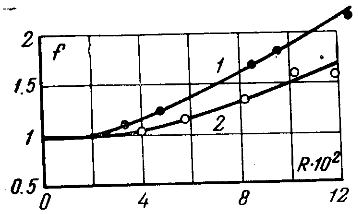
Эти условия более общие, чем в работе [4]. Для природных пористых сред в работе М. Д. Миллионщикова критические значения параметра R указываются в пределах от $R_* = 0.022$ до $R_* = 0.29$

$$R_* = 0.022 - 0.29$$

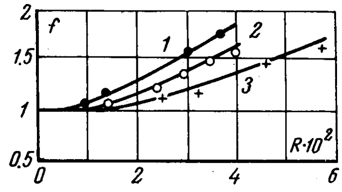
Критические значения параметра R в сцементированных песчаниках, как правило, меньше, чем в пористой среде, состоящей из несцементированных круглых шариков одинакового радиуса [4].

Этот факт, по-видимому, объясняется тем, что в песчаниках поры более извилисты, чем в пористой среде из одинаковых шариков.

Критические значения параметра R_* в значительной мере обусловлены так же угловатостью частиц, составляющих пористую среду. Так, при фильтрации воды че-



Фиг. 1



Фиг. 2

рез молотую спрессованную ракушку с размерами частиц 0.1—0.04 *мм* критические значения параметра R_* в ряде опытов оказались меньше 0.015. Таким образом, каждая пористая среда характеризуется своим критическим значением R_* параметра R, Поэтому можно полагать, что критическое значение R_* параметра R при заданном направлении скорости фильтрации служит независимым постоянным параметром пористой среды, характеризующим совершенство (гладкость) проточных каналов пористой среды.

При анализе экспериментальных данных по фильтрации в природных пористых средах обнаружены интервалы переходного режима фильтрации, соответствующего переходу от закона Дарси к квадратичному закону сопротивления.

В этом интервале значений параметра R при возрастании скорости фильтрации возрастает число пор, в которых нарушается линейный закон сопротивления. Поэтому функция $f(R, \lambda)$ имеет непрерывную первую производную по R при любых значениях этого параметра. Нарушение линейного закона сопротивления в группе пор очевидно должно вызвать возмущение потока жидкости в соседних порах через поперечные каналы. Поэтому можно полагать, что длина интервала переходного режима фильтрации тем меньше, чем больше проницаемость пористой среды в направлениях, нормальных к вектору скорости фильтрации. Судя по графикам, опубликованным в растворах [4, 5], в которых приведены результаты обработки некоторых опытных данных, интервалы переходного режима фильтрации в пористых средах, состоящих из сферических обсортированных частиц, исчезающе малы. В общем случае для оценки интервалов переходного режима одномерной фильтрации в данной пористой среде требуется самостоятельный параметр β. Третьим параметром, определяющим значение производной от $f(R, \lambda)$ по R при квадратичном законе сопротивления, является коэффициент b_1 в уравнении (1.2).

Для приближенного представления функции $f(R, \lambda)$ при любых значениях параметра R предлагается R-функция, зависящая от параметра R и трех постоянных параметров R_*, b, β, удовлетворяющая условиям (1.3) и определяемая равенствами

$$f(R) = 1 \qquad \text{при } R \leqslant R_k$$

$$f(R) = 1 - b\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) + \frac{bR}{R_*} + \frac{b}{\beta}\frac{R_*^{\beta}}{R^{\beta}} \qquad \text{при } R \geqslant R_* \tag{1.4}$$

$$(b(1 + \beta^{-1}) \leqslant 1)$$

Здесь R_*, b, β — постоянные параметры.

Нетрудно убедиться, что R-функция $f(R)$ однозначно определяется предельным равенством

$$f(R) = 1 - b\left(1 + \frac{1}{\beta}\right) + b\left(1 + \frac{R^{\varepsilon}}{R_*^{\varepsilon}}\right)^{1/\varepsilon} + \frac{b}{\beta}\left(1 + \frac{R^{\beta\varepsilon}}{R_*^{\beta\varepsilon}}\right)^{1/\varepsilon}, \quad \varepsilon \to \infty$$

Постоянные параметры R_*, b, β подлежат определению для каждой пористой среды из опытных данных.

В большинстве случаев параметр β можно принять равным единице в трещиноватых породах и сцементированных песчаниках и равным бесконечности в случае несцементированных песков.

Сравнение с опытными данными [6–8] показывает, что при надлежащем выборе коэффициентов R_*, b, β, выражения (1.4) определяются функции $f(R_*, \lambda)$, в уравнении (1.1) с незначительной погрешностью.

На фиг. 1, 2 приведены дискретные значения функций $f(R, \lambda)$, подсчитанные из экспериментальных данных работы [6], и кривые соответствующих функций $f(R)$, определенных равенствами вида (1.4) при $\beta = 1$.

Расхождение получается не более чем на 1—2%, что находится в пределах погрешности подсчета функций $f(R, \lambda)$ из данных работы [6].

В таблице приведены значения коэффициентов R_* и b в уравнениях (1.4) для ряда образцов (7, 14, 8, 20, 13), а также пористость и проницаемость этих образцов по данным работы [6].

Подобные же результаты были получены и при сравнении значений функций $f(R)$ $(\beta \to \infty)$ со значениями $f(R, \lambda)$, вычисленными в работе [4] из экспериментальных данных по фильтрации через слой несцементированных шариков [7].

Из (1.1), (1.4) имеем выражение закона сопротивления с применением R-функции

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{k} v \qquad \text{при } R \leqslant R_*$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\mu}{k} v \left[1 + b\left(\frac{R}{R_*} - 1\right) + \frac{b}{\beta}\left(\frac{R_*^\beta}{R^\beta} - 1\right)\right] \tag{1.5}$$

при $R \geqslant R_*$.

2. Система уравнений (1.5) совместно с уравнением неразрывности и уравнениями состояния описывает в общем случае одномерную нестационарную фильтрацию однородной жидкости (газа) в пористой среде. Уравнение неразрывности при радиальной фильтрации имеет вид

$$\frac{\partial(m\sigma)}{\partial t} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(r\sigma v) = 0 \tag{2.1}$$

образец	фигура	кривая	R_*	b	m	k
7	1	1	0.02	0.22	0.107	0.182
14	1	2	0.03	0.33	0.192	0.13
8	2	1	0.05	0.14	0.159	0.35
20	2	2	0.08	0.19	0.269	2.5
13	2	3	0.1	0.18	0.163	0.555

Исследуем задачу о квазистационарной плоско-радиальной фильтрации жидкости (газа) к скважине радиуса r_1, из кругового замкнутого пласта постоянной мощности h с контуром питания радиуса r_2, при законе сопротивления, выраженном уравнениями (1.5) и выполнении условий

$$\sigma_1 v_1 = \text{const}, \qquad \sigma_2 v_2 = 0 \tag{2.2}$$

Здесь $\sigma_1 v_1$ — массовая скорость фильтрации при $r = r_1$, $\sigma_2 v_2$ — массовая скорость фильтрации при $r = r_2$. Массовый дебит скважины определяется равенством

$$q = -2\pi h r_1 \sigma_1 v_1 \tag{2.3}$$

Из (2.3) следует, что первое условие (2.2) выполняется при постоянстве массового дебита скважины.

В силу (2.3) при постоянстве дебита скважины уравнение (2.1) имеет единственное решение, удовлетворяющее условиям (2.2)

$$r\sigma v = -\frac{q}{2\pi h}\left(1 - \frac{r^2}{r_2^2}\right)^{-1}, \qquad \frac{\partial(m\sigma)}{\partial t} = -\frac{q}{2\pi h}\left(1 - \frac{r_1^2}{r_2^2}\right)^{-1} = \text{const} \tag{2.4}$$

Из (2.4) и второго уравнения (1.1) имеем выражения для параметра

$$R = \frac{q\sqrt{k}}{2\pi h \mu m \sqrt{m}}\left(\frac{1}{r} - \frac{r}{r_2^2}\right)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{r_1}{r_2^2}\right)^{-1} \tag{2.5}$$

Полагая величину выражения $\mu k^{1/2} m^{-3/2}$ в промежутке $[r_k \geqslant r \geqslant r_1]$ постоянной и представляя в (1.5) выражение σv из (2.4) и R из (2.5), получаем после преобразований

$$\frac{2\pi h k}{q\nu}\frac{\partial p}{\partial r} = \left(\frac{1}{r} - \frac{r}{r_2^2}\right) \qquad \text{при } R \leqslant R_*$$

$$\frac{2\pi hk}{q\nu}\frac{\partial p}{\partial r} = (1-b-b\beta^{-1})\left(\frac{1}{r}-\frac{r}{r_2^2}\right)+B_1\left(\frac{1}{r}-\frac{r}{r_2^2}\right)^2+B_2\left(\frac{1}{r}-\frac{r}{r_2^2}\right)^{1-\beta} \tag{2.6}$$

$$B_1 = b\left(\frac{1}{r_k}-\frac{r_k}{r_2^2}\right)^{-1}, \qquad B_2 = \frac{b}{\beta}\left(\frac{1}{r_k}-\frac{r_k}{r_2^2}\right)^{\beta}$$

Здесь r_k — значение r, соответствующее при заданном дебите критическому значению R_* параметра R.

При исследовании поставленной выше задачи возможно, в зависимости от установившегося дебита скважины, существование различных режимов фильтрации.

Обозначим через q_* критический дебит, при котором критическое значение R_* параметра R достигается при $r = r_1$. Тогда при $q \leqslant q_*$ во всей области фильтрации справедлив закон Дарси и фильтрация определяется одним первым уравнением (2.6). Это условие обычно выполняется при разработке нефтяных месторождений.

Обозначим через q_m предельный дебит, при котором критическое значение параметра R достигается на внешней границе области фильтрации. Тогда при $q \geqslant q_m$ фильтрация определяется одним вторым уравнением (2.6).

При разработке газовых месторождений установившиеся дебиты скважины во многих случаях оказываются выше критического дебита q_*, но практически никогда не достигают предельного значения q_m. Более того, анализ результатов исследования газовых скважин при установившихся отборах на месторождениях Украины показал, что предельные дебиты q_m выше свободных дебитов скважин. Следовательно, при разработке газовых месторождений в области питания каждой скважины в большинстве случаев наблюдаются смешанные режимы фильтрации, соответствующие выполнению неравенства

$$q_* < q < q_m \tag{2.7}$$

При выполнении неравенства (2.7) снаружи цилиндрической поверхности радиуса r_* справедливо первое уравнение (2.6), а внутри цилиндра закон сопротивления определяется вторым равенством (2.6), которое служит непрерывным продолжением первого равенства при переходе через цилиндрическую поверхность радиуса r_*.

При постоянном горном давлении и установившемся отборе жидкости (газа) в однородной пористой среде выражение $k\sigma\mu^{-1}$ можно выразить в виде функции давления жидкости (газа)

$$k\sigma\mu^{-1} = \varphi(p)$$

Используя это выражение и проведя интегрирование уравнений (2.6), получаем выражения, определяющие перепады давлений в области питания скважины

$$\frac{2\pi h}{q}\int_{p_*}^{p_2}\varphi(p)\,dp = \ln\frac{r_2}{r_1}-\frac{1}{2}\frac{r_*^2}{2r_2^2} \tag{2.8}$$

$$\frac{2\pi h}{q}\int_{p_1}^{p_*}\varphi(p)\,dp = \left(1-b-\frac{b}{\beta}\right)\left(\ln\frac{r_*}{r_1}-\frac{r_1^2}{2r_2^2}\right)+bD_1+\frac{b}{\beta}D_2$$

$$D_1 = \left(\frac{1}{r_*}-\frac{r_*}{r_2^2}\right)^{-1}\left[\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_k}-\frac{2}{r_2^2}(r_*-r_1)+\frac{r_*^3-r_1^3}{3r_2^4}\right]$$

$$D_2 = \left(\frac{1}{r_*}-\frac{r_*}{r_2^2}\right)^{\beta}\left[\frac{r_*^\beta-r_1^\beta}{\beta}-\frac{(\beta-1)(r_*^{\beta+2}-r_1^{\beta+2})}{(\beta+2)r_2^2}+\frac{\beta(\beta-1)(r_*^{\beta+4}-r_1^{\beta+4})}{2(\beta+4)r_2^4}\right]$$

Согласно (2.4), между критическим радиусом скважины $r_* \geqslant r_1$ и дебитом скважины $q \geqslant q_0$ существует зависимость

$$r_*\left(1-\frac{r_*^2}{r_2^2}\right)^{-1}\left(1+\frac{r_1^2}{r_2^2}\right) = -\frac{q}{2\pi h\sigma_k v_k} \tag{2.9}$$

В однородной пористой среде величина R_* по условию является постоянной. Поэтому и в силу принятого ранее условия $k^{1/2}m^{-3/2}\mu = \text{const}$ в $[r_* \geqslant r \geqslant r_1]$ допустимо считать величину произведения $\sigma_* v_*$ для заданной области фильтрации постоянной. Тогда из (2.9) следует, что в промежутке $[r_1 \leqslant r_* \leqslant r_2]$ выполняется условие

$$\frac{r_*}{r_1}\left(1-\frac{r_1^2}{r_2^2}\right)\left(1-\frac{r_*^2}{r_2^2}\right)^{-1} = \frac{q}{q_*} \tag{2.10}$$

Учитывая, что в условиях разработки нефтяных и газовых месторождений выполняется неравенство $r_1,\ r_* \ll r_2$, из (2.9) и (2.10) находим приближенное выражение для зависимости перепада давления в области питания скважины от установившегося дебита скважины при $q \geqslant q_*$

$$2\pi h \int\limits_{p_1}^{p_2} \varphi(p)\,dp \approx q\left(\ln\frac{r_2}{r_1} - \frac{1}{2}\right) - \frac{bq^2}{q_*}\left[1 - \frac{q_*}{q}\left(\frac{1}{\beta^2}\right) - \right.$$

$$\left. - \frac{q^{1+\beta}}{\beta^2 q^{1+\beta}} - \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{q_*}{q}\ln\frac{q}{q_*}\right] \qquad (2.11)$$

При $q \leqslant q_*$ в правой части равенства (2.11) следует учитывать только линейный относительно q член, не содержащий множителя b.

В ряде случаев при исследовании газовых скважин при установившихся отборах проницаемость можно считать независимой от давления, а частное $\sigma\mu^{-1}$ приближенно выразить в виде степенной функции давления [9]

$$\varphi(p) = k\sigma\mu^{-1} = a\sigma_0\mu_0^{-1}kp^{\alpha} \qquad (k = \mathrm{const}) \qquad (2.12)$$

Здесь σ_0, μ_0 — соответственно плотность и вязкость газа в нормальных условиях ($0°$ C, 1 *ат*), a — близкая к единице постоянная, $\alpha \leqslant 1$ — постоянная, так же мало отличная от единицы.

Постоянные a, α следует подбирать так, чтобы для заданных пластового и минимального забойного давлений приближение формулой (2.7) было наилучшим.

Подставляя (2.12) в (2.11), получаем после преобразований

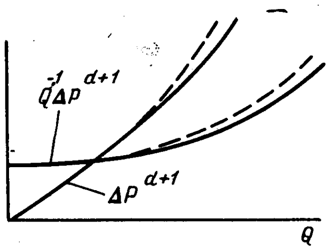
$$\Delta p^{\alpha+1} = AQ + \left[1 - \frac{Q_*}{Q}\left(1 - \frac{1}{\beta^2}\right) - \frac{{Q_*}^{1+\beta}}{\beta^2 Q^{1+\beta}} - \left(1 + \frac{1}{\beta}\right)\frac{Q_*}{Q}\ln\frac{Q}{Q_*}\right]BQ^2$$

$$A = \frac{(\alpha+1)\mu_0}{2\pi hka}\ln\frac{r_2}{r_1}, \quad B = \frac{(\alpha+1)b\mu_0}{2\pi hkaQ_*} \quad \left(Q = \frac{q}{\sigma_0},\ Q_* = \frac{q^*}{\sigma_0}\right) \qquad (2.13)$$

Здесь Q — объемный дебит, отнесенный к нормальным условиям.

Вид зависимостей $\Delta p^{\alpha+1}$ и $Q^{-1}\Delta p^{\alpha+1}$ от Q приведен на фиг. 3 сплошными кривыми при $\beta = 1$ и пунктирными при $\beta = \infty$.

Кривая $\Delta p^{\alpha+1}$ при дебите, меньшем Q_0, представлена отрезком прямой, который при $Q = Q_0$ начинает искривляться, асимптотически приближаясь при $Q \gg Q_0$ к квадратичной параболе. На кривой $Q^{-1}\Delta p^{\alpha+1}$ начальный участок выражен отрезком прямой, параллельной оси Q. При $Q = Q_0$ прямая начинает искривляться, а при $Q \gg Q_0$ асимптотически стремится к прямой, направленной под углом arc tg B к оси Q.



Фиг. 3

Расстояние от оси Q до начального отрезка прямой $Q^{-1}\Delta p^{\alpha+1}$ при $Q < Q_0$ определяет коэффициент A в уравнениях (2.8). Этот коэффициент при обработке экспериментальных кривых, полученных при исследовании газовых скважин на установившихся отборах, в общем случае оказывается выше, чем при использовании двучленных формул. Поэтому коэффициент гидропроводности пласта kh / μ, определенный из второго равенства (2.12), оказывается меньше, чем при использовании двучленной формулы [10].

При использовании двучленной формулы для обработки результатов исследования скважин даже со спуском глубинных манометров на забой часто возникает необходимость во введении поправочного коэффициента C, превращающего двучленную формулу в трехчленную. Использование формул (2.12), как правило, исключает необходимость введения поправочного коэффициента C, если поток на забое скважины однофазный. Следует отметить так же, что разброс значений коэффициента A в формуле (2.12) для соседних скважин одного месторождения оказывается в общем случае меньше, чем при использовании двучленной формулы.

При очень малых значениях Q_*, когда исследования проводятся при дебитах, в десятки раз превышающих Q_*, кривые, определяющиеся формулой (2.12), весьма мало отличаются от квадратичных парабол.

Поступило 27 III 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Шейдеггер А. Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. М., Гостоптехиздат, 1960.
2. Чекалюк Э. Б. Псевдокритические параметры фильтрации. Нефтяное хозяйство, 1947, № 9.
3. Минский Е. М. О турбулентной фильтрации газа в пористых средах. Сб. «Вопросы добычи, транспорта и переработки приточных газов». М.— Л., 1951.
4. Николаевский В. Н. О подобии в среднем микроструктур поровых пространств. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1960, № 4.
5. Коваленко Э. К., Крашенинников Ю. Н. О пределе применимости закона Дарси. М., «Недра». Тр. Уфимск. нефтяного н.-и. ин-та, 1967, вып. 17.
6. Фенчер Д., Льюис Д., Берно К. Физические испытания пород нефтяных и газовых пластов. Иностр. нефтяная техн., 1934, вып. 105.
7. Жаворонков Н. М., Аэров М. Э., Умник Н. Н. Гидравлические сопротивления и плотность упаковки зернистого слоя. Ж. физ. химии. 1949, т. 23, вып. 3.
8. Требин Г. Ф. Фильтрация жидкостей и газов в пористых средах М., Гостоптехиздат, 1959.
9. Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М., Гостехиздат, 1947.
10. Инструкция по исследованию газовых скважин. М., Гостоптехиздат, 1961.

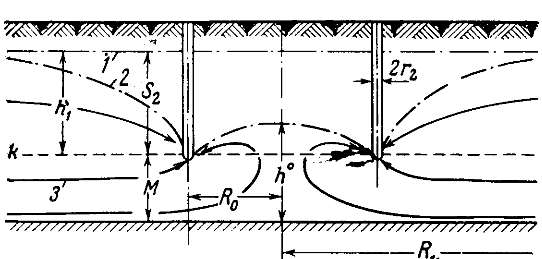
ПРИТОК ПОДЗЕМНЫХ ВОД К КОЛЬЦЕВОМУ НЕСОВЕРШЕННОМУ ГОРИЗОНТАЛЬНОМУ ДРЕНАЖУ

А. Ж. МУФТАХОВ

(*Челябинск*)

Кольцевые несовершенные горизонтальные дренажи находят широкое применение при защите промышленных площадок и жилых массивов от подтопления подземными водами. Они представляют собой дренажную траншею, пройденную по периметру защищаемого контура, заполненную для приема и отвода воды хорошо фильтрующим материалом. Решение задачи о нестационарной фильтрации воды к таким дренажам позволяет оценить их эффективность, т. е. определить величину притока и положения уровня подземных вод в произвольной точке водоносного пласта, в том числе в центре дренируемого контура, в любой момент времени.

При работе кольцевого несовершенного горизонтального дренажа поступающий в него поток является пространственным, а уровень подземных вод в центре дренируемого контура постепенно опускается, пока не займет установившегося положения (несколько выше, чем уровень в самых дренах; фиг. 1). Вопрос о фильтрационном расчете кольцевых дренажей в условиях установившегося движения исследован [1], для неустановившейся фильтрации решения отсутствуют. Ниже решается задача о неустановившейся фильтрации подземных вод к кольцевому несовершенному горизонтальному дренажу исходя из потенциала точечного стока в пространстве.



Фиг. 1. Схема кольцевого несовершенного горизонтального дренажа в безнапорных водах: *1* — уровень подземных вод до работы дренажа, *2* — кривая депрессии при работе дренажа, *3* — линии токов

Понижение напора, вызываемое в производной точке пространства непрерывно действующим точечным стоком с дебитом q, определяется по формуле [2, 3]

$$S = \frac{q}{8\pi\sqrt{\pi}\, k \sqrt{a}} \int_0^t \exp \times \left[-\frac{\rho^2}{4a(t-\tau)}\right] \frac{d\tau}{(t-\tau)^{3/2}} \qquad (1)$$

Здесь ρ — радиус-вектор, a — коэффициент пьезопроводности, k — коэффициент фильтрации, t — время.

Будем считать, что кольцевой несовершенный горизонтальный дренаж образован из бесчисленного множества точечных стоков, равномерно распределенных по цилиндрической поверхности радиуса R_0 и высотой λ_0. Тогда, если полный приток воды