

Использование фазовой скорости в качестве нормирующего масштаба, оказавшееся плодотворным в случае продольного взаимного спектра и, по-видимому, еще пригодным для диагонального спектра, теряет смысл для поперечного взаимного спектра, так как в этом случае величина и знак фазовой скорости становятся неопределенными. Тем не менее, в настоящее время как для диагонального, так и для поперечного взаимных спектров принято (в определенной степени условно) сохранять U^0 в качестве характерного масштаба скорости. На фиг. 4 приведены результаты измерения поперечного взаимного спектра с величиной $f_2^0 = f\xi_2 / U^0$ в качестве аргумента. Диагональный взаимный спектр на фиг. 5 построен в функции от аргумента $f^0 = f|\xi| / U^0$ (обозначения точек на фиг. 4 и 5 те же, что и на фиг. 2 и 3). В обоих случаях величина U^0 бралась равной ее значению для продольного взаимного спектра при тех же разделениях $|\xi|$ и частотах f . Несовпадение на фиг. 4 кривых, относящихся к различным разделениям ξ_2 , свидетельствует, по-видимому, о неудовлетворительности параметра $f\xi_2 / U^0$ в данном случае. Кроме того, подобие диагонального взаимного спектра, которое можно видеть на фиг. 5, и отсутствие подобия у поперечного спектра заставляет поставить под сомнение выдвинутую Корксом [4] гипотезу перемножения, согласно которой должно быть

$$\gamma(\xi_1, \xi_2, \omega) = \gamma(\xi_1, 0, \omega)\gamma(0, \xi_2, \omega) \quad (3.3)$$

Поступило 13 II 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Skudrzyk E. J., Haddle G. P. Flow noise. In: Underwater acoustics, N. Y., Plenum Press, 1963. (Рус. перев.: Скучик Е., Хэддл Г. Шум обтекания. В сб.: «Подводная акустика», М., «Мир», 1965).
2. Bull M. K. Wall-pressure fluctuations associated with subsonic turbulent boundary layer flow. J. Fluid Mech., 1967, vol. 28, pt 4.
3. Corcos G. M. The resolution of turbulent pressures at the wall of a boundary layer. J. Sound and Vibration, 1967, vol. 6, No. 1.
4. Corcos G. M. The structure of the turbulent pressure field in boundary-layer flows. J. Fluid Mech., 1964, vol. 18, pt 3.
5. Морозов-Ростовский Г. П. Методика корреляционного анализа турбулентных пульсаций скорости в узкой полосе частот. Измерительная техника, 1967, № 5.

НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПУЛЬСАЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

Э. Р. ГОРБИС, Ф. Е. СПОКОЙНЫЙ

(Одесса)

Рассматриваются закономерности поперечных пульсаций сферической частицы в турбулентном потоке. На основе полученных зависимостей проведена оценка влияния ряда факторов на интенсивность пульсаций скорости твердого компонента в дисперсных сквозных потоках.

Обозначения

v, w — абсолютная и относительная скорости; ω — частота пульсаций; d_s, S_s, V_s — диаметр, площадь миделевого сечения и объем частицы; ρ — плотность; τ — время; v^* — взвешивающая скорость. Индексы: a — амплитудное значение, s — твердая частица, 0 — начальное значение, штрих — пульсационное.

В работах [1-8], посвященных пульсационному движению одиночной частицы в турбулентном потоке, используется в качестве исходного уравнения

$$\rho_s V_s \frac{dw}{d\tau} = (\rho_s - \rho) V_s \frac{dv}{d\tau} + F_1 - F_2 \quad (1)$$

где F_1 — результирующая внешних сил, действующих на частицу. Силу сопротивления движению частицы в жидкости F_2 можно представить следующим образом:

$$F_2 = F_3 + F_4 + F_5 \quad (2)$$

Здесь F_3 — сила вязкого сопротивления и сопротивления формы, F_4 — тормозящий эффект присоединенных масс жидкости, F_5 — сила сопротивления разгону частиц.

В системе газ — твердые частицы F_3 значительно преобладает над остальными членами. Для величины F_3 были получены лишь частные зависимости: так в [8] принят Стокса (линейный) закон сопротивления, а в [2] — квадратичный закон с постоянным коэффициентом. В [4] эта величина записана в виде двух слагаемых — первой и второй степени от относительной скорости с постоянными коэффициентами. При этом из рассмотрения выпадает диапазон переходных режимов обтекания частицы.

Далее используется выражение

$$F_3 = \frac{1}{2} c_f \rho S_s |w| w, \quad c_f = a R_w^{-n} \quad (3)$$

Здесь коэффициент сопротивления частицы c_f — функция числа Рейнольдса R , подсчитанного по относительной скорости. Тогда частные решения получаются при $0 \leq n \leq 1$. Для рассматриваемой задачи считается целесообразным анализ исходного уравнения, записанного для пульсационных составляющих скорости. В [7] такого рода уравнение получено путем априорной замены абсолютных скоростей на пульсационные. При этом использовалась гипотеза стационарности и пренебрегалось присоединенными массами и силой тяжести. Тогда [7]

$$\rho_s V_s \frac{dw'}{d\tau} = (\rho_s - \rho) V_s \frac{dv'}{d\tau} - \frac{1}{2} c_{fw'} \rho S_s w' w' \quad (4)$$

Корректное приведение исходного уравнения к пульсационным величинам методом Рейнольдса при тех же допущениях и учете поперечного характера пульсации приводит к иному выражению для F_3

$$F_3 = \frac{1}{2} c_f \rho S_s |w| w = \frac{1}{2} \rho S_s a (d_s / v)^{-n} [\langle w \rangle^2 + w'^2]^{1/2(1-n)} \times \\ \times (\langle w \rangle + w') = \frac{1}{2} \rho S_s a (d_s / v)^{-n} [\langle w \rangle^{1-n} \langle w \rangle + \langle w \rangle^{1-n} w' + \\ + \frac{1}{2} (1-n) \langle w \rangle^{-n-1} w'^2 \langle w \rangle + \frac{1}{2} (1-n) \langle w \rangle^{-n-1} w'^2 w' + \dots]$$

Сохраняя, ввиду малости отношения $w' / \langle w \rangle$, лишь первые два члена ряда, приходим к уравнению

$$\rho_s V_s \frac{dw'}{d\tau} = (\rho_s - \rho) V_s \frac{dv'}{d\tau} - \frac{1}{2} c_{f\langle w \rangle} \rho S_s \langle w \rangle w' \quad (5)$$

Расхождение между выражениями (4) и (5) можно оценить отношением

$$\frac{c_{f\langle w \rangle} \langle w \rangle}{c_{fw'} w'} = \left(\frac{\langle w \rangle}{w'} \right)^{1-n} \quad (6)$$

Для области Стокса ($n = 1$) решения, полученные на основе уравнения (4), верны. Подчеркнем, что при малой средней относительной скорости (очень мелкие частицы) учет нелинейности не имеет физического смысла, так как $n \rightarrow 1$ при $R_w \rightarrow 0$. При увеличении числа Рейнольдса сверх 0,4 показатель степени n уменьшается и расхождение соответственно нарастает, достигая максимума в автомодельной области ($n = 0$). Таким образом, решения, полученные на основе этого уравнения, нельзя считать общими для турбулентных течений.

Осреднение уравнения (4) для сферической частицы при использовании гипотезы стационарности дает

$$\left(\rho_s + \frac{1}{2} \rho \right) \frac{dw'}{d\tau} + \frac{3c_{f\langle w \rangle} \rho \langle w \rangle}{4d_s} w' = (\rho_s - \rho) \frac{dv'}{d\tau} \quad (7)$$

Решение уравнения (7) проще, чем в [4, 7], так как при переходе к пульсационным скоростям возникает возможность оправданной линеаризации при пренебрежении заведомо малыми величинами $(w' / \langle w \rangle)^2 \ll 1$.

Для достаточно однородного ядра турбулентного потока можно пренебречь зависимостью v' от координат и представить ее функцией времени. При использовании закона пульсаций сплошной среды в обычно принимаемом виде

$$v' = \sum_{k=1}^{\infty} v_{ak} \sin(k\omega\tau + \varepsilon_k) \quad (8)$$

Решение уравнения (7) для относительной пульсационной скорости имеет вид

$$w' = \sum_{k=1}^{\infty} w_{ak} \sin(k\omega\tau + \varepsilon_k + \varphi_k)$$

$$w_{ak} = v_{ak} \cos \varphi_k (\rho_s - \rho) / (\rho_s + 0.5\rho) \quad (9)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{3c_f \langle w \rangle \rho}{4d_s k \omega (\rho_s + 0.5\rho)}$$

Зависимости (9) приобретают конкретный вид после подстановки выражения $c_f = f(R_w)$, соответствующего данному режиму обтекания. Так, например, для закона Стокса

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{18\nu\rho}{k\omega d_s^2 (\rho_s + 0.5\rho)} \quad (n = 1) \quad (10)$$

для закона Ньютона ($c_f = 0.43 = \text{const}$)

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{0.322 \langle w \rangle \rho}{k\omega d_s (\rho_s + 0.5\rho)} \quad (n = 0) \quad (11)$$

Для промежуточных режимов $\operatorname{tg} \varphi_k$ получается при использовании соответствующих интерполяционных зависимостей для c_f .

Выражение для пульсационной скорости твердых частиц имеет вид

$$v_s' = \sum_{k=1}^{\infty} v_{sak} \sin(k\omega\tau + \varepsilon_k + \psi_k) \quad (12)$$

где

$$v_{sak} = v_{ak} \left[\left(\frac{1.5\rho}{\rho_s + 0.5\rho} \right)^2 + \operatorname{tg}^2 \varphi_k \right]^{1/2} \cos \varphi_k \quad (13)$$

Сдвиг по фазе ψ_k определяется из следующего выражения:

$$\sin \psi_k / \sin \varphi_k = w_{ak} / v_{sak} \quad (14)$$

Из (13), как и по [1], следует, что $v_{sak} < v_{ak}$ при $\rho_s > \rho$ и $v_{sak} > v_{ak}$ при $\rho_s < \rho$. Для участков квазистабильного движения $\langle w \rangle = v^* = \text{const}$ выражение (9) упрощается

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{g(\rho_s - \rho)}{k\omega v^* (\rho_s + 0.5\rho)} \quad (15)$$

Воспользовавшись интерполяционной формулой [9], подобранной для всех режимов свободного обтекания шара на квазистабильном участке, получим

$$\operatorname{tg} \varphi_k = \frac{(\rho_s - \rho) g d_s (18 + 0.61A^{0.5})}{(\rho_s + 0.5\rho) k \omega v A} \quad A = \frac{g(\rho_s - \rho) d_s^3}{\rho v^2} \quad (16)$$

Для иллюстрации влияния характеристик компонентов потока на поперечную пульсацию скорости твердой частицы v_s' по формулам (16) проведены расчеты (фиг. 1). В расчете принято: изотермичность процесса, сферическая твердая частица с $\rho_s = 2600 \text{ кг/м}^3$, диаметр канала 0.1 м, $R_v = 2 \cdot 10^5$, v_s' — по первому члену ряда (12).

Согласно фиг. 1, пульсационная скорость твердых частиц в воздушном потоке в области Стокса на порядок выше, чем для гидротока. В переходной области наблюдается резкое уменьшение этой величины, в области автомодельного обтекания — ее неизменность. При движении сферы в жидкости изменение v_s' наблюдается лишь в области автомодельности ($R^* > 10^3$). Такой же характер имеет и зависимость коэффициентов скольжения фаз по пульсационной скорости от R^* . При изменении R_v и ρ_s/ρ соотношения между v_s' и v_v' для газа и жидкости качественно сохраняются. Поэтому можно полагать, что наиболее эффективным для интенсификации поперечного переноса массы и тепла будет использование твердых частиц в газовых потоках в области Стокса и в части переходного режима.

Также рассмотрим движение частиц в вертикальном восходящем потоке с учетом участка разгона, но для случая автомодельного движения ($c_f = \text{const}$). Используется итерационная формула для амплитуды крупномасштабных пульсаций сплош-

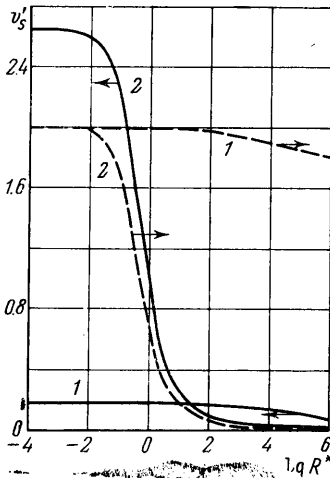
ного потока, полученная в [10], так как именно эти пульсации играют главную роль для перемещения (и перемешивания) частиц

$$\frac{\langle v \rangle}{v_a} = \ln \left[4.1 R_{\langle v \rangle} \frac{v_a}{\langle v \rangle} \right] \quad (17)$$

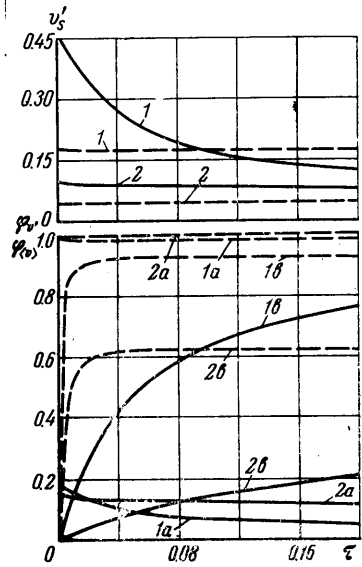
Согласно [14]

$$\langle w \rangle = v^* \operatorname{cth} \left(\frac{g\tau}{v^*} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\langle w \rangle_0 + v^*}{\langle w \rangle_0 - v^*} \right| \right) \quad (18)$$

Чтобы воспользоваться условием $c_f = \text{const}$, расчеты выполнены для $d_s = 10^{-3}$ м с коэффициентом несферичности ~ 1.5 . Согласно фиг. 2 стабилизация величин v_s' , $\Phi_{v'}$ и $\Phi_{\langle v \rangle}$ наступает в жидкости практически мгновенно, а в газе тем быстрее, чем меньше $R_{\langle v \rangle}$. Величина коэффициента



Фиг. 1. Зависимость пульсационной скорости частиц и коэффициента скольжения от R^* . Сплошная линия — v_s' , м/сек; штриховая — $\Phi_{v'}$. Кривые 1 и 2 соответствуют воде и воздуху



Фиг. 2. Зависимость пульсационной скорости частиц и коэффициентов скольжения от времени движения. Сплошная кривая — воздух, штриховая — вода; кривые 1 и 2 для $R_{\langle v \rangle} = 2 \cdot 10^5$, $4 \cdot 10^4$; $a - \Phi_{v'}$, $b - \Phi_{\langle v \rangle}$; $v - \Phi_{\langle w \rangle} = \langle v_s \rangle / \langle v_0 \rangle$

скольжения по v' практически не изменяется по ходу потока, за исключением небольшого участка (фиг. 2). При этом коэффициент скольжения по $\langle v \rangle$ увеличивается, достигая стабильного и большего значения для воды быстрее, чем для газа. Последнее характеризует различное влияние разгонного участка при изменении рода несущей среды.

Таким образом, показана возможность расчета пульсационных скоростей твердой частицы в турбулентном потоке на основе решения уравнения пульсационного движения частицы при учете наиболее общего выражения силы сопротивления частицы для всех режимов ее обтекания. Полученные результаты могут быть распространены на несесенные потоки, которые в случае газодисперсных систем [14] ограничиваются концентрацией порядка $4 \cdot 10^{-4}$ м³/м³.

Поступило 22 VII 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Хинце И. О. Турбулентность. Ее механизм и теория. М., Физматгиз, 1963.
2. Хаскинд М. Д. К теории наносов. О движении тяжелой частицы в турбулентном потоке. Изв. АН СССР, ОТН, 1956, № 11.
3. Гранат Н. Л. Движение свободной твердой частицы в турбулентном потоке жидкости. Изв. Всес. н.-и. ин-та гидротехн., 1960, т. 65.
4. Гранат Н. Л. Немалые колебания шара в вязкой жидкости. Изв. Всес. н.-и. ин-та гидротехн., 1964, т. 76.

5. Буевич Ю. А. О сопротивлении движению частицы, взвешенной в турбулизованной среде. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
6. Джрбашян Э. Т. Об относительной скорости движения твердых частиц в турбулентном потоке. Изв. АрмССР, Сер. техн. н., 1963, т. 16, № 2—3.
7. Броунштейн Б. И., Тодес О. М. Вычисление пульсационных скоростей и коэффициентов тепло- и массопередачи для твердых частиц, взвешенных в турбулентном потоке. Тр. Одесского ун-та, Сер. физ. н., 1962, т. 152, вып. 8.
8. Tchen C. M. Mean value and correlation problems connected with the motion of small particles suspended in a turbulent flow. Haque, 1947.
9. Розенбаум Р. Б., Тодес О. М. Стесненное падение шара в цилиндрической трубке. Докл. АН СССР, 1957, т. 115, № 3.
10. Броунштейн Б. И., Тодес О. М. Основы теории пневматического транспорта, 1. Ж. техн. физ., 1953, т. 23.
11. Горбис З. Р. Теплообмен дисперсных сквозных потоков М.—Л., Энергия, 1964.

ОБ ОДНОЙ ВОЗМОЖНОЙ ФОРМЕ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ

В. Н. САЛЬНИКОВ, С. Н. ОКА

(Белград)

Ряд авторов (Л. Г. Лойцянский [1], В. Я. Шкадов [2]) указали возможные формы уравнений Прандтля теории пограничного слоя, не содержащие ни в своем составе, ни в граничных условиях скорость внешнего потока, отличающую отдельные конкретные задачи. Такие уравнения получили наименование универсальных.

Ниже предлагается новый выбор независимых переменных, позволяющих в случае произвольной внешней скорости получить универсальные уравнения ламинарного пограничного слоя, и приводится вывод этих уравнений.

Выберем в качестве переменных наряду с независимой и зависимой переменными Гертлера [3]

$$\eta = U(x)y \left[2\nu \int_0^x U(x) dx \right]^{-1/2}, \quad F = \psi(x, y) \left[2\nu \int_0^x U(x) dx \right]^{-1/2} \quad (1)$$

Здесь x, y — продольная и поперечная координаты, $U(x)$ — упомянутая выше скорость внешнего потока, а ψ — функция тока. Еще выберем бесконечную систему независимых между собой переменных

$$\beta_{(k)}(x) = \xi^{k-1} \frac{d^{k-1}\beta}{d\xi^{k-1}} \quad (k = 1, 2, \dots) \quad (2)$$

Здесь $\beta_{(1)}$ представляет собой известную главную функцию Гертлера

$$\beta_1 = \beta = \frac{2U'(x)}{U^2/x} \int_0^\infty U(x) dx = \frac{2\xi}{U(\xi)} \frac{dU}{d\xi}$$

выраженную в переменной

$$\xi = \frac{1}{\nu} \int_0^x U(x) dx \quad (4)$$

Простое дифференцирование показывает, что существует рекуррентное соотношение

$$\xi \beta_{(k)}'(\xi) = [(k-1)\beta_{(k)} + \beta_{(k+1)}] = B_k \quad (5)$$

между производной от переменной $\beta_{(k)}$ и последующими переменными.