$$
-\lambda_{23}(V_z-u_z-\omega_y x)-\lambda_{24}\omega_x]+[V_z-u_z-\omega_y x](V_x-u_x)\frac{\partial\lambda_{33}}{\partial x}+
$$

$$
+\omega_x(V_x-u_x)\frac{\partial\lambda_{34}}{\partial x}+\rho S\left(\frac{du_0}{dt}\right)_z+\frac{\partial}{\partial t}Z_3-\omega_x Y_3 \qquad (26)
$$

$$
m_x=-\lambda_{24}\left[\frac{\partial V_y}{\partial t}-\frac{\partial u_y}{\partial t}+x\frac{\partial\omega_z}{\partial t}-\omega_z(V_x-u_x)\right]-\lambda_{34}\left[\frac{\partial V_z}{\partial t}-\frac{\partial u_z}{\partial t}-x\frac{\partial\omega_y}{\partial t}+\right.
$$

$$
\left.+\omega_y(V_x-u_x)\right]-\lambda_{44}\frac{\partial\omega_x}{\partial x}+(V_y-u_y+\omega_z x)(V_x-u_x)\frac{\partial\lambda_{24}}{\partial x}+
$$

$$
+(V_z-u_z-\omega_y x)(V_x-u_x)\frac{\partial\lambda_{34}}{\partial x}+\omega_x(V_x-u_x)\frac{\partial\lambda_{44}}{\partial x}+(V_y-u_y+\omega_z x)\times
$$

$$
\times[-\lambda_{23}(V_y-u_y+\omega_z x)-\lambda_{33}(V_z-u_z-\omega_y x)-\lambda_{34}\omega_x]-(V_z-u_z-\omega_y x)\times
$$

$$
\times[-\lambda_{22}(V_y-u_y+\omega_z x)-\lambda_{23}(V_z-u_z-\omega_y x)-\lambda_{24}\omega_x]+
$$

$$
+\left[z^* x\rho S\frac{d\mathbf{u}}{dt}\right]+m_3+V_y Z_3+V_z Y_3 \qquad (27)
$$

Здесь V_x, V_y, V_z — скорость движения начала связанной системы координат; ω_x, ω_y, ω_z — скорость вращения твердого тела; u_x, u_y, u_z — скорость внешнего потока в связанной системе; $\lambda_{ij}(x)$ — присоединенные массы элементарного сечения с координатой в связанной системе координат; Y_3, Z_3, m_3 — интегралы, связанные только с деформацией контура.

Результирующее воздействие жидкости на тело найдется из элементарных воздействий при помощи обычных правил сложения и переноса сил и моментов сил

$$
R_y=\int_{x_1}^{x_2}Y\,dx,\quad R_z=\int_{x_1}^{x}Z\,dz\quad \mathbf{M}=\int_{x_1}^{x_2}\{m_x+[x,jR_y+kR_z]\}\,dx \qquad (28)
$$

где x — вектор с координатами $(x, 0, 0)$. Интегрирование ведется по всей смоченной длине тела.

Если рассматривается движение твердого тела, то интегралы, связанные с деформацией каждого сечения относительно соответствующего слоя жидкости, будут пропорциональны (V_x-u_x) или при достаточно большой скорости поступательного движения пропорциональны просто V_x и выражениям, зависящим только от геометрии тела.

Поступило 19 II 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэромеханики. Изд. 2. М., «Наука», 1966.
2. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Изд. 6, М., Физматгиз, 1963.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВЗАИМНЫХ СПЕКТРОВ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ ДАВЛЕНИЯ

А. В. СМОЛЬЯКОВ, В. М. ТКАЧЕНКО

(*Ленинград*)

Приводятся результаты измерения продольного, поперечного и диагонального взаимных спектров и фазовой скорости для поля турбулентных пульсаций давления на стенке. Данные относятся к развитому пограничному слою с нулевым градиентом среднего давления. Измерения проводились при числах Рейнольдса $0{,}35\cdot10^8$ и $1{,}1\cdot10^8$ на экспериментальной установке, которая аналогична использованной Скучиком [1].

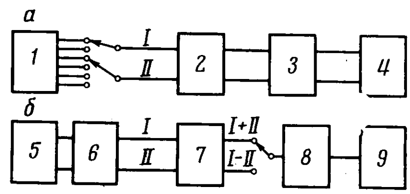
1. Статистические характеристики поля турбулентных давлений на уровне двухточечных моментов второго порядка можно получать измерением пространственно-временных корреляций. Однако вместо этого в последнее время часто изме-

ряют взаимные спектры поля давлений. Опубликованы работы, посвященные измерениям взаимных спектров в различных условиях — от пограничного слоя на пластине [2] до приземного слоя атмосферы [3]. Интерес экспериментаторов к взаимному спектру объясняется тем, что при его измерениях можно заменить сложные и капризные блоки задержки времени более простыми фазовращающими устройствами. Кроме того, из всех статистических характеристик именно взаимный спектр регистрируется датчиками конечных размеров с наименьшими искажениями [4].

В то же время взаимный спектр, будучи связан с пространственно-временной корреляцией преобразованием Фурье, несет такую же информацию о случайном процессе, как и пространственно-временная корреляция. Если $R(\xi, \tau) = \langle p(\mathbf{x}, t) p(\mathbf{x}+\xi, t+\tau) \rangle$ — пространственно-временная корреляция некоторого однородного по пространству $\mathbf{x}$ и стационарного во времени t случайного процесса $p(\mathbf{x}, t)$, а $P(\xi, \omega)$ — взаимный спектр этого процесса, то по определению

$$R(\xi, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \omega) e^{i\omega\tau} d\omega,$$

$$P(\xi, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R(\xi, \tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \qquad (1.1)$$



Фиг. 1

Здесь $\omega = 2\pi f$ — круговая частота, f — частота, τ — задержка времени, $\xi = \{\xi_1, \xi_2\}$ — вектор пространственного разделения между двумя точками наблюдения на поверхности стенки

Вследствие вещественности функции $R(\xi, \tau)$ и отсутствия у нее четности по τ (при произвольном ξ) взаимный спектр, определяемый (1.1), будет комплексной функцией вещественных аргументов

$$P(\xi, \omega) = P_r(\xi, \omega) + iP_i(\xi, \omega) \qquad (1.2)$$

В эксперименте могут быть отдельно измерены вещественная $P_r(\xi, \omega)$ и мнимая $P_i(\xi, \omega)$ части взаимного спектра. Для определения последней необходимо в одном из каналов измерительного тракта осуществить поворот фазы на $\frac{1}{2}\pi$. Обычно в эксперименте оказывается более удобным измерять безразмерный взаимный спектр

$$\gamma(\xi, \omega) = \frac{P(\xi, \omega)}{P(0, \omega)} = \gamma_r(\xi, \omega) + i\gamma_i(\xi, \omega) \qquad (1.3)$$

в котором $P(\xi, \omega)$ нормируется спектром мощности $P(0, \omega)$.

2. Ниже приводятся результаты измерения вещественной части безразмерного взаимного спектра турбулентных пульсаций давления $\gamma_r(\xi, \omega)$; в дальнейшем она именуется для краткости просто взаимным спектром и индекс r в ней опускается. Были измерены продольный $\gamma(\xi_1, 0, \omega)$, поперечный $\gamma(0, \xi_2, \omega)$ взаимные спектры, а также диагональный взаимный спектр $\gamma(\xi_1, \xi_2, \omega)$ при $\xi_1 = \xi_2$, где ξ_1 и ξ_2 — проекции вектора ξ на направление, соотвественно параллельное и перпендикулярное скорости натекающего потока. Измерения проводились в море на экспериментальной установке, которая представляла собой удлиненное тело вращения, всплывающее с большой глубины под действием одной только силы избыточной плавучести. При помощи такой установки оказалось возможным достичь высоких чисел Рейнольдса при низком уровне посторонних шумов. Приводим данные, характеризующие условия испытаний:

Скорость натекающего потока U_1, *м/сек*	20.3	
Координата положения блока датчиков x_1, *м*	2.64,	8.19
Число Рейнольдса $U_1 x_1 / \nu$	$3.5 \cdot 10^7$,	$1.1 \cdot 10^8$
Толщина вытеснения δ^*, полученная из расчета, *мм*	5.15,	13.8

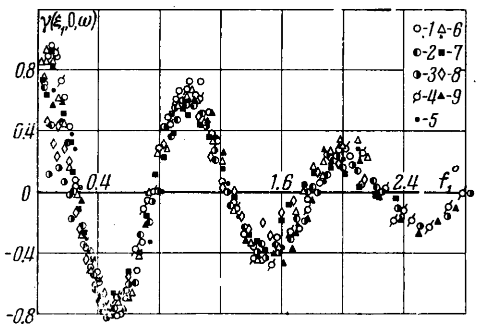
В качестве датчиков пульсаций давления использовались блоки, каждый из которых содержал шесть пьезокерамических (из цирконата бария) элементов цилиндрической формы с диаметром чувствительной поверхности 3 *мм*. Элементы располагались в блоке вдоль прямой линии на равных расстояниях один от другого; между осями соседних элементов это расстояние было равно 7 *мм*. Чувствительность каждого элемента составляла около 1 *мкв*·дина$^{-1}$·*см*^{2}. Блоки датчиков размещались заподлицо со стенкой экспериментальной установки в ее цилиндрической части, где градиент среднего давления можно было считать нулевым. Измерения поперечного и диагонального взаимных спектров проводились тем же блоком, что и измерения продольного, для чего блок разворачивался соответственно на углы в 90 и 45°.

На участке установившегося движения экспериментальной установки осуществлялась двухканальная запись на магнитную ленту сигналов, поступающих с датчиков пульсаций давления. Анализ полученной записи производился по схеме [5]. Блок-схемы измерительной аппаратуры приведены на фиг. 1, где *а* — запись; *1* — блок датчиков, *2* — предварительный усилитель, *3* — усилитель записи, *4* — магнитофон; *б* — анализ; *5* — воспроизводящее устройство, *6* — усилитель воспроизведения, *7* — коррелятор DISA Electronic, *8* — анализатор типа 2105 Brüel & Kjoer, *9* — самописец типа 2305 Brüel & Kjoer; римскими *I* и *II* обозначены каналы.

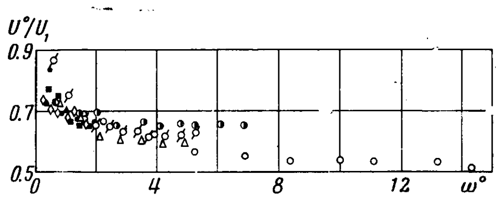
3. Результаты измерения представлены на фиг. 2—5 в безразмерном виде. В соответствии с гипотезой Коркоса о подобии [4] аргументом продольного взаимного спектра $\gamma(\xi_1, \theta, \omega)$, приведенного на фиг. 2, будет безразмерная комбинация $f_1^0 = f\xi_1 / U^0$. Здесь U^0 — скорость распространения на расстояние ξ_1 фазы колебания с частотой f, регистрируемого неподвижным (относительно стенки) наблюдателем. Соответственно величина U^0 может быть названа фазовой скоростью [1], так как она определяется соотношением

$$2\pi \frac{f\xi_1}{U^0} = \operatorname{arc\,tg} \frac{\gamma_i}{\gamma_r} \qquad (3.1)$$

характеризующим фазу комплексного взаимного спектра.



Фиг. 2

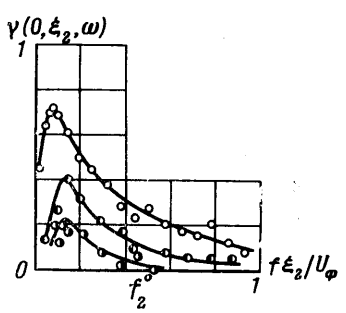


Фиг. 3

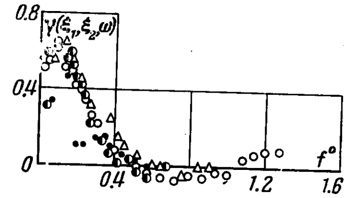
Выражение (3.1) позволяет вычислить фазовую скорость U^0 для данных частоты f и пространственного разделения точек измерения ξ_1, если известны вещественная γ_r и мнимая γ_i части взаимного спектра. Поскольку в эксперименте измерялась лишь вещественная часть, фазовая скорость определялась из соотношения

$$2\pi \frac{f\xi_1}{U^0} = \operatorname{arc\,tg} \infty = \pi \frac{n+1}{2} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots) \qquad (3.2)$$

что соответствует частному случаю (3.1), когда $\gamma_r = 0$, а величина γ_i несущественна. После введения фазовой скорости экспериментальные точки, относящиеся к различным пространственным разделениям ξ_1 и частотам f, хорошо укладываются на одну кривую, как это можно видеть на фиг. 2. То же можно сказать и о самой фазовой скорости U^0 / U_1, которая в зависимости от безразмерной круговой частоты $\omega^0 = \omega\delta^* / U_1$ представлена на фиг. 3. Точки *1*, *2*, *3*, *4*, *5* на фиг. 2 и 3 соответствуют значениям $\xi_1 / \delta^* = 0.51$, 1.01, 1.52, 2.03, 2.54 при $\delta^* = 13.8$ *мм*, а



Фиг. 4



Фиг. 5

точки *6*, *7*, *8*, *9* соответствуют значениям $\xi_1 / \delta^* = 1.36$, 2.72, 4.07, 6.80 при $\delta^* = 5.15$ *мм*. Измерения были выполнены при сильно разнящихся значениях ξ_1 / δ^*, поэтому результаты фиг. 3 подтверждают имеющиеся в литературе данные [4] о слабой зависимости фазовой скорости от ξ_1 / δ^*.

[1] Этот термин представляется более отвечающим существу явления, чем термин «конвективная скорость», используемый Коркосом [4].

Использование фазовой скорости в качестве нормирующего масштаба, оказавшееся плодотворным в случае продольного взаимного спектра и, по-видимому, еще пригодным для диагонального спектра, теряет смысл для поперечного взаимного спектра, так как в этом случае величина и знак фазовой скорости становятся неопределенными. Тем не менее, в настоящее время как для диагонального, так и для поперечного взаимных спектров принято (в определенной степени условно) сохранять U^0 в качестве характерного масштаба скорости. На фиг. 4 приведены результаты измерения поперечного взаимного спектра с величиной $f_2^0 = f\xi_2 / U^0$ в качестве аргумента. Диагональный взаимный спектр на фиг. 5 построен в функции от аргумента $f^0 = f|\xi| / U^0$ (обозначения точек на фиг. 4 и 5 те же, что и на фиг. 2 и 3). В обоих случаях величина U^0 бралась равной ее значению для продольного взаимного спектра при тех же разделениях $|\xi|$ и частотах f. Несовпадение на фиг. 4 кривых, относящихся к различным разделениям ξ_2, свидетельствует, по-видимому, о неудовлетворительности параметра $f\xi_2 / U^0$ в данном случае. Кроме того, подобие диагонального взаимного спектра, которое можно видеть на фиг. 5, и отсутствие подобия у поперечного спектра заставляет поставить под сомнение выдвинутую Коркосом [4] гипотезу перемножения, согласно которой должно быть

$$\gamma(\xi_1, \xi_2, \omega) = \gamma(\xi_1, 0, \omega)\gamma(0, \xi_2, \omega) \tag{3.3}$$

Поступило 13 II 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Skudrzyk E. J., Haddle G. P. Flow noise. In: Underwater acoustics, N. Y., Plenum Press, 1963. (Рус. перев.: Скучик Е., Хэддл Г. Шум обтекания. В сб.: «Подводная акустика», М., «Мир», 1965).
2. Bull M. K. Wall-pressure fluctuations associated with subsonic turbulent boundary layer flow. J. Fluid Mech., 1967, vol. 28, pt 4.
3. Corcos G. M. The resolution of turbulent pressures at the wall of a boundary layer. J. Sound and Vibration, 1967, vol. 6, No. 1.
4. Corcos G. M. The structure of the turbulent pressure field in boundary-layer flows. J. Fluid Mech., 1964, vol. 18, pt 3.
5. Морозов-Ростовский Г. П. Методика корреляционного анализа турбулентных пульсаций скорости в узкой полосе частот. Измерительная техника, 1967, № 5.

НЕКОТОРЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПУЛЬСАЦИОННОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОЙ ЧАСТИЦЫ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

З. Р. ГОРБИС, Ф. Е. СПОКОЙНЫЙ

(*Одесса*)

Рассматриваются закономерности поперечных пульсаций сферической частицы в турбулентном потоке. На основе полученных зависимостей проведена оценка влияния ряда факторов на интенсивность пульсаций скорости твердого компонента в дисперсных сквозных потоках.

Обозначения

v, w — абсолютная и относительная скорости; ω — частота пульсаций; d_s, S_s, V_s — диаметр, площадь миделевого сечения и объем частицы; ρ — плотность; τ — время; v^* — взвешивающая скорость. Индексы: a — амплитудное значение, s — твердая частица, 0 — начальное значение, штрих — пульсационное.

В работах [1–8], посвященных пульсационному движению одиночной частицы в турбулентном потоке, используется в качестве исходного уравнения

$$\rho_s V_s \frac{d\mathbf{w}}{d\tau} = (\rho_s - \rho) V_s \frac{d\mathbf{v}}{d\tau} + \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2 \tag{1}$$

где $\mathbf{F}_1$ — результирующая внешних сил, действующих на частицу. Силу сопротивления движению частицы в жидкости $\mathbf{F}_2$ можно представить следующим образом:

$$\mathbf{F}_2 = \mathbf{F}_3 + \mathbf{F}_4 + \mathbf{F}_5 \tag{2}$$