ЛАМИНАРНЫЙ ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ЛИНИИ РАСТЕКАНИЯ ЭЛЛИПСОИДОВ ВРАЩЕНИЯ

И. П. МОРОЗОВ (*Москва*)

Для уменьшения тепловых потоков вершины и передние кромки гиперзвуковых летательных аппаратов имеют более или менее заметное затупление, формой которого в большинстве случаев служит сегмент сферы или кругового цилиндра.

В работе [1] приведены результаты теоретического исследования ламинарного пограничного слоя на лобовой части эллипсоидов вращения, обтекаемых сверхзвуковым потоком совершенного газа при нулевом угле атаки. Было установлено, что при коэффициенте эллиптичности $\delta \leqslant 2.0$ максимум местного теплового потока имеет место в окрестности передней критической точки, а при $\delta > 2.0$ его положение смещается вниз по потоку от критической точки.

В данной работе исследовалось влияние числа M набегающего потока и температуры стенки на величину и характер распределения тепловых потоков на линии растекания эллипсоидов вращения. Величина коэффициента эллиптичности $\delta = b / a$ изменялась в диапазоне от 0.5 до 3.07, угол атаки — от 5 до 15°, температурный фактор принимался равным 0.05, 0.5, 0.75. Число M полета менялось от 3 до 8.

1. Уравнения пограничного слоя в совершенном газе на линии растекания некоторого тела, записанные в полугеодезической системе координат, связанной с поверхностью тела, имеют следующий вид:

$$\rho r\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=\rho_e r u_e\frac{du_e}{dx}+r\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial u}{\partial y}\right)$$

$$\rho r\left(u\frac{\partial \omega}{\partial x}+v\frac{\partial \omega}{\partial y}+\omega^2+\frac{2}{r}\frac{dr}{dx}u\omega\right)=$$

$$=\rho_e r u_e\frac{d\omega_e}{dx}+\rho_e\omega_e^2 r+2\rho_e\frac{dr}{dx}u_e\omega_e+r\frac{\partial}{\partial y}\left(\mu\frac{\partial \omega}{\partial y}\right) \tag{1.1}$$

$$\rho r\left(u\frac{\partial i}{\partial x}+v\frac{\partial i}{\partial y}\right)=\rho_e r u\frac{di_e}{dx}+r\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2+r\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\mu}{P}\frac{\partial i}{\partial y}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho r u)+\frac{\partial}{\partial y}(\rho r v)+\rho r\omega=0 \qquad \left(\omega=\frac{1}{r}\frac{\partial w}{\partial \zeta}\right)$$

Здесь x и y — физические координаты, направленные вдоль и по нормали к телу; u и v — компоненты вектора скорости, параллельные осям координат x и y соответственно; μ — динамический коэффициент вязкости; ρ — плотность газа; i — статическая энтальпия газа; P — число Прандтля; ω — производная по ζ от контравариантной составляющей скорости w / r, взятая на линии растекания $\zeta = 0$; физическая составляющая w равна нулю при $\zeta = 0$; переменная ζ играет роль второй координаты в полугеодезической системе x, ζ на поверхности тела с началом отсчета $x = 0$ в передней критической точке. Функция $r(x)$ может быть определена из решения уравнения

$$\frac{1}{r}\frac{d^2r}{dx^2}+K(x)=0 \qquad \left(K(x)=\frac{1}{R_1R_2}\right)$$

с начальными условиями

$$r=0,\quad \frac{dr}{dx}=1 \quad \text{при } x=0$$

Здесь $K(x)$ — полная кривизна поверхности на линии $\zeta = 0$. Индекс e характеризует параметры потока на внешней границе пограничного слоя, а индекс w — на поверхности тела.

Чтобы удовлетворить уравнению неразрывности, введем соотношения

$$\rho r u=\frac{\partial\psi}{\partial y},\quad \rho r v=-\frac{\partial\psi}{\partial x}-\varphi,\quad \rho r\omega=\frac{\partial\varphi}{\partial y} \tag{1.2}$$

Подставляя выражения (1.2) в систему уравнений (1.1), произведем замену переменной y в соответствии с преобразованием

$$y = \frac{\Psi_*(x)}{\rho_e r u_e} \int\limits_0^\eta \frac{\rho_e}{\rho}\, d\eta$$

полагая при этом, что

$$\psi = \Psi_* f(\eta, x), \quad \varphi = \frac{\Psi_*}{\alpha(x)} g(\eta, x), \quad u = u_e f', \quad \omega = \omega_* g', \quad i = i_e h'$$

В результате система, подлежащая интегрированию, сведется к следующему виду:

$$(mf'')' + (f+g)f'' + \frac{\alpha}{u_e}\frac{du_e}{dx}(h' - f'^2) = \alpha\left(f'\frac{\partial f'}{\partial x} - f''\frac{\partial f}{\partial x}\right) \tag{1.3}$$

$$(mg'')' + (f+g)g'' - \left[\left(\frac{\alpha}{\omega_*}\frac{d\omega_*}{dx} + \frac{2\alpha}{r}\frac{dr}{dx}\right)f' + g'\right]g' +$$
$$+\left[\frac{\alpha}{\omega_*}\frac{d\omega_e}{dx} + g_e'\left(g_e' + \frac{2\alpha}{r}\frac{dr}{dx}\right)\right]h' = \alpha\left(f'\frac{\partial g'}{\partial x} - g''\frac{\partial f}{\partial x}\right)$$

$$\left(\frac{m}{P}h''\right)' + (f+g)h'' + \frac{u_e^2}{i_e} m f''^2 = \alpha\left(f'\frac{\partial h'}{\partial x} - h''\frac{\partial f}{\partial x}\right)$$

$$m = \frac{\rho\mu}{\rho_e\mu_e}, \qquad g_e' = \frac{\omega_e}{\omega_*}, \qquad \omega_* = \frac{u_e}{\alpha}$$

Здесь Ψ_*, α и ω_* определены так:

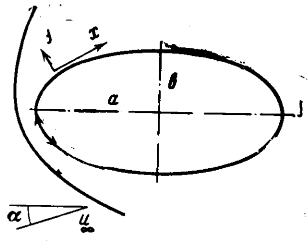
$$\Psi_* = \left(2\int\limits_0^x r^2 u_e \rho_e \mu_e\, dx\right)^{1/2}, \qquad \alpha(x) = \frac{2}{r^2 u_e \rho_e \mu_e}\int\limits_0^x r^2 u_e \rho_e \mu_e\, dx, \qquad \omega_* = \frac{u_e}{\alpha}$$

Штрихами обозначено дифференцирование по переменной η.

Решение системы (1.3) должно удовлетворять граничным условиям

$$f = f' = g = g' = h = 0, \qquad h' = h_w' = \mathrm{const} \qquad \text{при} \quad \eta = 0$$
$$f' = h' = 1, \qquad g' = g_e' \qquad \text{при} \quad \eta \to \infty$$

Интегрирование системы уравнений (1.3) осуществлялось при помощи стандартной программы для численного интегрирования на ЭВМ уравнений двумерного пограничного слоя, разработанной И. В. Петуховым [2]. Предполагалось, что число Прандтля постоянно и равно 0.7, а зависимость динамического коэффициента вязкости от температуры подчиняется закону Сазерлэнда.



Фиг. 1

В качестве характерного размера была выбрана полуось эллипсоида a. Температура газа на бесконечности принималась равной 288° K.

2. Результаты численного интегрирования поля течения вокруг эллипсоидов вращения, обтекаемых под углом атаки сверхзвуковым потоком совершенного газа, приведены в работе [3], в которой для численного интегрирования был применен метод, разработанный Телениным Г. Ф. [4].

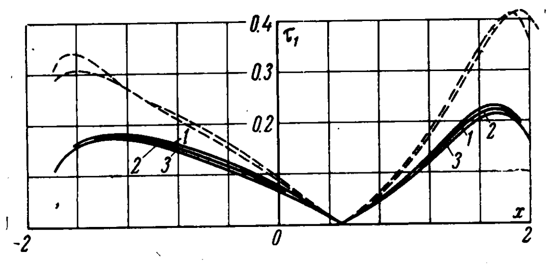
На фиг. 1 приведено схематическое изображение картины обтекания эллипсоидов вращения, обтекаемых под углом атаки, и система координат, используемая при расчете ламинарного пограничного слоя.

3. Влияние различных параметров: числа M полета, температурного фактора, формы тела и угла атаки на характер изменения напряжения трения вдоль линии

растекания эллипсоида вращения показано на фиг. 2—4 в виде зависимости величины

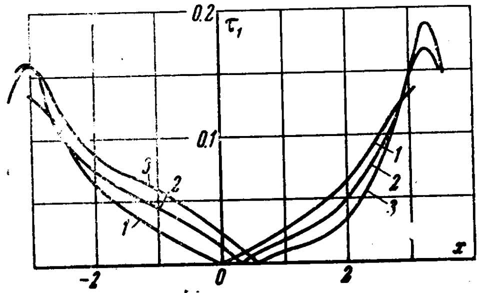
$$\tau_1 = \frac{\tau_w}{u_m^2 \rho_0} \sqrt{R_0}$$

от координаты x при фиксированных значениях δ, M_∞ и H_m. Здесь τ_w — местное напряжение трения; u_m — максимальная скорость потока; ρ_0 — плотность торможения; R_0 — число Рейнольдса, вычисленное по параметрам торможения, максимальной скорости и характерной длине.

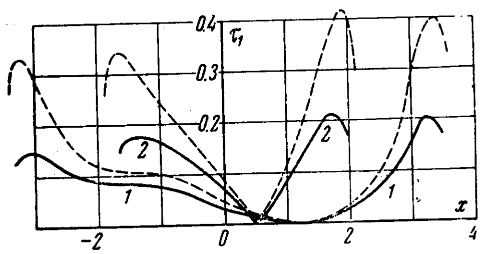


Фиг. 2

На фиг. 2 показано влияние числа M полета на распределение напряжения трения для эллипсоида с $\delta = 1.5$ и угла атаки 15° (пунктирной кривой нанесены зависимости для $H_{1w} = 0.75$, сплошной — для $H_{1w} = 0.05$; кривая *1* соответствует числу $M_\infty = 5$; кривая *2* — числу $M_\infty = 4$; кривая *3* — числу $M_\infty = 3$). Можно видеть, что увеличение числа M полета приводит к некоторому возрастанию напряжения трения. Проведенные расчеты для $M_\infty = 6$ и 8 показывают, что дальнейшее увеличение числа M полета незначительно сказывается на увеличении напряжения трения, что связано со стабилизацией распределения относительной скорости невязкого течения при больших скоростях.



Фиг. 3

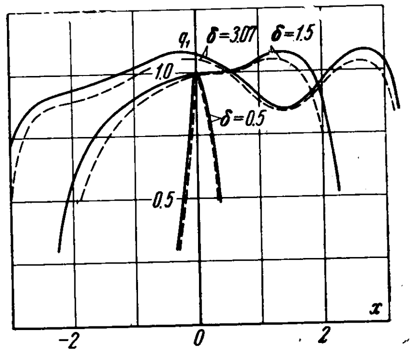


Фиг. 4

Увеличение температурного фактора приводит к возрастанию напряжения трения. Это связано с тем, что в данном случае усиливается влияние градиента скорости.

Увеличение угла атаки приводит к нарушению симметрии в распределении напряжения трения (см. фиг. 3, где приведены кривые для $M_\infty = 3$, $\delta = 3.07$, $H_{1w} = 0.05$; кривая *1* соответствует углу атаки $\alpha = 0°$; кривая *2* — $\alpha = 5°$; кривая *3* — $\alpha = 10°$). Данные при $\alpha = 0°$ заимствованы из работы [1].

Максимальные значения напряжения трения на наветренной стороне тела несколько увеличиваются с увеличением угла атаки, на подветренной стороне наблюдается уменьшение градиента касательного напряжения. Такое поведение напряжения трения объясняется увеличением кривизны наветренной части тела и ее уменьшением на подветренной стороне с увеличением угла атаки.



Фиг. 5

На фиг. 4 показано влияние формы тела на распределение напряжения трения для числа $M_\infty = 3$, $\alpha = 15°$ (пунктирной линией нанесены зависимости для $H_{1w} = 0.75$, сплошной — для $H_{1w} = 0.05$, кривая *1* соответствует $\delta = 3.07$, кривая *2* — $\delta = 1.5$). При уменьшении параметра δ максимальное значение напряжения трения увеличивается.

Анализ теплопередачи на поверхности эллипсоидов вращения при сверхзвуковых скоростях полета начнем с рассмотрения влияния формы тела на характер распределения относительного потока тепла $q_1 = q_w(x) / q_w(0)$ вдоль линии растекания.

Такое представление удобно в том отношении, что, как показано в работе [1], эти зависимости слабо зависят от числа M полета и температурного фактора, а определяются в основном формой тела.

На фиг. 5 приведена зависимость q_1 от x при фиксированном угле атаки $\alpha = 10°$, $M_\infty = 3$ и при фиксированных параметрах δ и H_{1w} (сплошная кривая соответствует температурному фактору $H_{1w} = 0.05$, пунктирная — $H_{1w} = 0.75$).

Из этой фигуры можно видеть, что по мере увеличения параметра δ происходит смена характера распределения величины q_1: при $\delta = 0.5$ функция q_1 является монотонно убывающей, при $\delta > 2$ максимальное значение величины смещается к окрестности звуковой линии. Такое поведение величины q_1 объясняется градиентом скорости внешнего течения.

Ниже приведены значения теплового потока

$$q_0 = q_w P \sqrt{R_0} \,/\, \rho_0 u_m i_0$$

в критической точке эллипсоидов вращения

δ	0.5	2	3.07	H_{1w}	α	M_∞
q_0	0.925	0.289	0.184	0.05	10°	3
q_0	0.236	0.070	0.0490	0.75	10°	3

Можно видеть, что с увеличением параметра δ тепловой поток в критической точке уменьшается.

С увеличением угла атаки при фиксированном параметре δ и величине температурного фактора максимальное значение теплового потока смещается к окрестности звуковой линии для $\delta \geqslant 1.5$ и увеличивается, что можно видеть из приведенных ниже данных

δ	0.5	1.5	2	3.07	M_∞	α	H_{1w}
q_1	1.000	—	—	1.035	3	5°	0.05
q_1	1.005	—	1.091	1.098	3	10°	0.05
q_1	—	1.017	—	1.213	3	15°	0.05

Поступило 9 IV 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Башкин В. А., Колина Н. П. Ламинарный пограничный слой на эллипсоидах вращения. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
2. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое. В сб.: «Численные методы решения дефференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы». М., «Наука», 1964.
3. Тиняков Г. П. Исследование трехмерного сверхзвукового обтекания эллипсоидов вращения. Изв. АН СССР, Механика, 1965, № 6.
4. Гилинский С. М., Теленин Г. Ф., Тиняков Г. П. Метод расчета сверхзвукового обтекания затупленных тел с отошедшей ударной волной. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1964, № 4.

УСТОЙЧИВОСТЬ ДВИЖЕНИЯ ЖИДКОСТИ МЕЖДУ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ И НЕПОДВИЖНОЙ КОНЦЕНТРИЧЕСКИМИ СФЕРАМИ

Г. Н. ХЛЕБУТИН

(*Пермь*)

Обнаружен кризис устойчивости основного ламинарного движения тонкого слоя жидкости, заполняющей пространство между стационарно вращающейся внутренней и покоящейся наружной концентрическими сферами. Потеря устойчивости приводит к образованию кольцевых вихрей жидкости в экваториальном поясе сфер. При сверхкритических скоростях вращения устанавливается новое стационарное движение.

Устойчивость стационарного движения жидкости, заполняющей пространство между вращающейся внутренней и неподвижной наружной концентрическими сферами, исследовалась теоретически в работе [1]. Было найдено, что для отношения