

ОДНОМЕРНЫЕ ТЕЧЕНИЯ В ЭЛЕКТРОГАЗОДИНАМИКЕ

Ю. С. БОРТНИКОВ, И. Б. РУБАШОВ

(Москва)

Рассматривается электрогазодинамическое (ЭГД) течение в одномерном приближении. Формулируются условия перехода через скорость звука в электрогазодинамике. Приводится распределение основных параметров вдоль оси течения. Вводится понятие эффективности ЭГД-процесса и дается аналитическое выражение для к.п.д.

Приводится сравнение экспериментальных и расчетных данных по распределению параметров и эффективности в электрогазодинамических процессах.

Обозначения

p — давление,	L — характерная длина,
ρ — плотность,	k — показатель адиабаты,
V — скорость,	M — число Маха,
E — напряженность электрического поля,	i — индекс носителей зарядов,
ϵ — диэлектрическая проницаемость,	o — индекс входа,
U — потенциал,	1 — индекс выхода

ЭГД-течением будем называть течение, в котором определяющими являются инерционные и электростатические силы. Общая система уравнений и граничных условий, описывающих электрогазодинамическую задачу [1], в случае одномерного приближения для относительных параметров имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{d(\rho V)}{dx} &= 0, & \rho V \frac{dV}{dx} + \frac{1}{kM_0^2} \frac{dp}{dx} - \pi_c \rho_i E &= 0 \\ \frac{k}{k-1} \frac{d(pV)}{kM_0^2 dx} + \frac{d}{dx} \left(\frac{\rho V^2}{2} V \right) - \pi_c \pi_\beta \rho_i V_i E &= 0 & (1) \\ \frac{d(\rho_i V_i)}{dx} &= 0, & \frac{(1-\pi_\beta)E}{\rho} &= V - \pi_\beta V_i, & \frac{dE}{dx} &= \pi_e \rho_i \\ p = \rho = V = \rho_i = E &= 1 & \text{при } x = 0 \end{aligned}$$

Здесь

$$\pi_c = \frac{\rho_{i0} E_0 L}{\rho_0 V_0^2}, \quad \pi_e = \frac{\rho_{i0} L}{\epsilon E_0}, \quad \pi_\beta = \frac{V_{i0}}{V_0}$$

электрогазодинамические критерии, характеризующие задачу.

В данном приближении в системе (1) не рассматриваются процессы теплопроводности и диффузии.

Рассмотрим первый интеграл системы (1)

$$V - 1 + \frac{1}{kM_0^2} (p - 1) - \frac{\pi_c}{\pi_e} \frac{(E^2 - 1)}{2} = 0 \quad (2)$$

В случае $E^2 > 1$, который в дальнейшем будет именоваться насосным, происходит увеличение или скорости, или давления среды и срабатывание электрической энергии; в случае $E^2 < 1$ (генераторный режим) происходит срабатывание энергии потока в электрическую энергию.

Из (2) получаем выражение для производной скорости течения по оси x

$$\frac{dV}{dx} = \frac{M_0^2}{M_0^2 - 1} \pi_c k E \left(1 - \frac{k-1}{k} \pi_\beta \frac{V_i}{V} \right) \quad (3)$$

Из (3) видно, что в генераторном режиме ($\pi_c < 0$, $\pi_\beta < 1$, $V > V_i$) в дозвуковом течении ($M < 1$) скорость потока увеличивается вдоль оси x ($dV/dx > 0$). Этот вывод является частным случаем общего положения газовой динамики, из которого следует, что при совершении работы дозвуковой поток разгоняется.

В насосном режиме ($\pi_c > 0$, $\pi_\beta > 1$) следует рассматривать два случая:

$$V_i/V < \pi_\beta(k-1)/k, \quad V_i/V > \pi_\beta(k-1)/k.$$

В первом из них скорость дозвукового потока падает ($dV/dx < 0$), во втором — возрастает ($dV/dx > 0$) по длине канала. Изменение характеристик течения в этих случаях связано с изменением отношения выделяющегося тепла и электрической энергии, т. е. с изменением к.п.д. процесса. В свою очередь эффективность процесса зависит от критерия π_β , т. е. от соотношения размерных скоростей V^* и V_i^* .

В сверхзвуковом потоке ($M > 1$) в генераторном режиме скорость падает ($dV/dx < 0$). В насосном режиме изменение скорости определяется соотношением V^* и V_i^* .

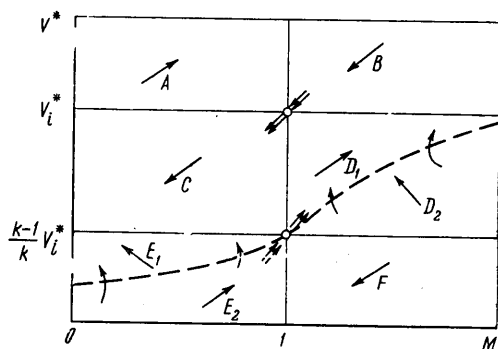
В газовой динамике обычно исследуется не просто изменение скорости потока, а взаимное изменение скорости и числа M . Из системы (1) можно получить выражение, связывающее производные скорости и числа M по оси течения:

$$\frac{dM}{dx} = \frac{M}{2V} \left[(1 + kM^2) \frac{dV}{dx} - kM^2 \pi_c p_i E \right] \quad (4)$$

Совместный анализ выражений (3) и (4) дан на диаграмме фиг. 1. Если V^* и M — значения скорости и числа в данном сечении, то в областях AD_1E_2 при движении вдоль оси x точка (V^*, M) смещается направо вверх; в областях B_1C — налево вниз; а в областях D_2E_1 — налево вверх (на диаграмме эти направления указаны стрелками). Из диаграммы и уравнений (3) и (4) видно, что переход через скорость звука ($M = 1$) в точках, отличных от $V^* = V_i^*$ и $V^* = (k-1)k^{-1}V_i^*$, невозможен.

Переход через скорость звука в точке $V^* = V_i^*$ означает переход от генераторного к насосному режиму или наоборот.

Устройство, в котором осуществляется плавный переход через скорость звука посредством изменения режима электрического поля, можно назвать электрогазодинамическим соплом. Условие перехода через скорость звука в ЭГД-течении, записанное в форме (3), (4), — частный случай общего уравнения обращения воздействия, сформулированного Л. А. Вулисом [2].



Фиг. 1

Переход через скорость звука в точке $V^* = (k-1)k^{-1}V_i^*$ связан с изменением внутренних характеристик режима (а не с изменением самого режима). Некоторым аналогом ему в газовой динамике является тепловое сопло.

Рассмотрим теперь распределение параметров вдоль оси потока и эффективность ЭГД-преобразования энергии. Анализ проведен для несжимаемой жидкости.

В этом случае система (1) допускает аналитическое решение

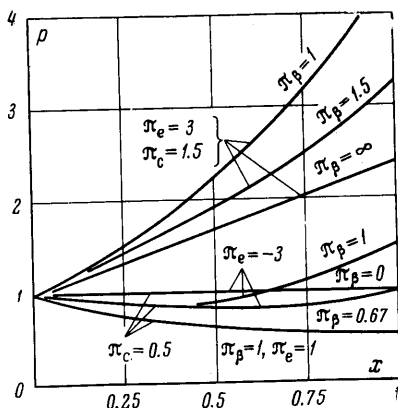
$$E = \frac{1}{1 - \pi_\beta} \left\{ 1 - \pi_\beta \left[1 - \frac{2(1 - \pi_\beta)}{\pi_\beta} \pi_e x \right]^{1/2} \right\} \quad (5)$$

$$\rho_i = \left[1 - \frac{2(1 - \pi_\beta)}{\pi_\beta} \pi_e x \right]^{-1/2} \quad (6)$$

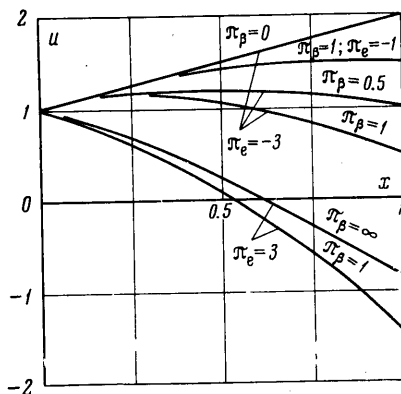
$$p = \frac{\pi_\beta \pi_c}{\pi_e (1 - \pi_\beta)^2} \left[1 - \left(1 - 2\pi_e x \frac{1 - \pi_\beta}{\pi_\beta} \right)^{1/2} \right] - \frac{\pi_\beta \pi_c}{1 - \pi_\beta} x + 1 \quad (7)$$

$$U = 1 \pm \frac{x}{1 - \pi_\beta} \pm \frac{\pi_\beta^2}{3\pi_e (1 - \pi_\beta)^2} \left\{ \left[1 - \frac{2(1 - \pi_\beta)}{\pi_\beta} \pi_e x \right]^{3/2} - 1 \right\} \quad (8)$$

Распределение давления по оси x при выбранных критериях π_β , π_e и π_c показано на фиг. 2. Здесь особенно ясно проявляется возможность реализации двух режимов течения: генераторного и насосного. В чисто насосном режиме внешнее электрическое поле в области движения зарядов сообщает им дополнительную энергию. Часть этой энергии электрического поля механизмом взаимодействия зарядов и нейтралов передается последним. В результате увеличивается энергия нейтральной среды — давление возрастает вдоль оси x . Для насосного режима характерны условия $\pi_\beta > 1$ и $\pi_e > 0$.



Фиг. 2



Фиг. 3

В чисто генераторном режиме внешнее электрическое поле тормозит движение зарядов. В этом случае энергия нейтральной среды механизмом взаимодействия сообщается заряженной компоненте, переходя далее в энергию электрического поля.

Как правило, в генераторном режиме напряженность электрического поля падает по длине канала, а потенциал возрастает (фиг. 3). Для насосного режима характерна обратная картина.

Граничным режимом является режим $\pi_\beta = 0$. Физически этот случай соответствует ситуации, когда скорость носителей зарядов, приобретаемая в электрическом поле, равна по величине и противоположна по направлению переносной скорости нейтралов, переноса зарядов не происходит. Электрическое поле в области движения эквивалентно полю плоского конденсатора с заданной напряженностью.

Другим предельным случаем является режим $\pi_\beta = 1$. В этом случае подвижность носителей зарядов равна нулю, заряды как бы заморожены в нейтральную среду.

Между генераторным и насосным режимами лежит область переходных или смешанных течений. Из фиг. 3 видно, что напряженность падает вдоль оси x в генераторном режиме более резко при больших критериях π_β . При определенной величине π_β напряженность электрического поля в точке $x = 1$ становится равной нулю. Именно этот диапазон изменения π_β характерен для чисто генераторного режима. С дальнейшим повышением π_β напряженность поля при изменении по оси x меняет знак, кривая распределения потенциала приобретает характерный выпуклый вид, а в области течения появляется зона, где происходит обратное преобразование электрической энергии в энергию движения нейтрального потока (давление возрастает). Такой режим течения можно назвать псевдогенераторным. Предельным случаем такого режим является случай $U_1 = 1$, т. е. отсутствие генерации напряженности. Следует заметить, что давление в потоке (фиг. 2) при этом все же падает, что объясняется диссипацией энергии при трении компонент.

Соотношение диссипативной энергии трения и энергии электрического поля характеризует эффективность ЭГД-процесса. Вводя понятие внутреннего к.п.д. для генераторного и насосного процессов

$$\eta_1 = \frac{(U_1^* - U_0^*)\rho_i^* V_i^*}{(p_0^* - p_1^*)V^*}, \quad \eta_2 = \frac{(p_1^* - p_0^*)V^*}{(U_1^* - U_0^*)\rho_i^* V_i^*}$$

из соотношений (5) — (8) можно получить следующие выражения:

$$\eta_2 = \frac{\pi_e(1 - \pi_\beta) + 1/3\pi_\beta^2[(1 - 2\pi)^{3/2} - 1]}{1 - (1 - 2\pi)^{1/2} - \pi_e(1 - \pi_\beta)} \quad (9)$$

$$\eta_1 = \frac{1 - (1 - 2\pi)^{1/2} - \pi_e(1 - \pi_\beta)}{\pi_e(1 - \pi_\beta) + 1/3\pi_\beta^2[(1 - 2\pi)^{3/2} - 1]} \quad (10)$$

$$\pi = \frac{\pi_e(1 - \pi_\beta)}{\pi_\beta}$$

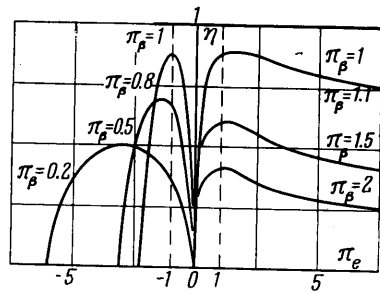
Из выражений (9) и (10) следует, что эффективность гидродинамических преобразователей зависит только от двух критериев: π_β и π_e .

На фиг. 4 представлена зависимость к.п.д. от критериев π_β и π_e для генераторного и насосного режимов. Максимум для генераторного режима соответствует тому случаю (как уже говорилось выше), когда $E_1 = 0$, и во всей области течения происходит только преобразование механической энергии в электрическую. Соотношение между критериями, определяющее случай максимума к.п.д., можно найти из (5), положив в нем $E = 0$ и $x = 1$

$$\pi_e = -(\pi_\beta + 1) / 2\pi_\beta \quad (11)$$

Величина π_e , при котором к.п.д. снова обращается в нуль, соответствует концу генераторного режима. Это значение π_e можно найти из выражения (8), положив в нем $U = 1$ и $x = 1$. После алгебраических преобразований получим следующее соотношение между критериями:

$$\pi_e^2 + \frac{9 - 12\pi_\beta^2}{8\pi_\beta(1 - \pi_\beta)} \pi_e - \frac{6\pi_\beta}{8(1 - \pi_\beta)} = 0 \quad (12)$$



Фиг. 4

При увеличении критерия λ_β максимум к.п.д. увеличивается, а диапазон генераторного режима сужается. В случае $\lambda_\beta = 1$ диапазон генераторного режима лежит между 0 и -2 , при этом $\eta_1 = 1$.

Физически этот случай, наиболее благоприятствующий генерированию электроэнергии, соответствует работе в среде с нулевой подвижностью носителей зарядов (например, случай генератора Ван-де-Граафа) при наличии преобразования механической энергии в электрическую по всей области течения ($E_1 = 0$).

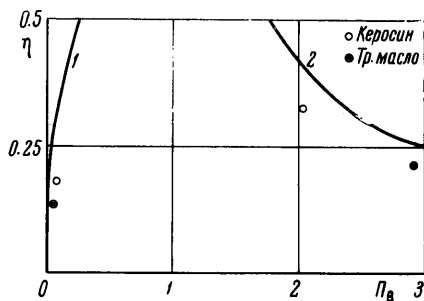
Для насосного режима к.п.д. при данном λ_β изменяется от нуля до максимума и далее асимптотически приближается к нулю при $\lambda_e \rightarrow \infty$.

Максимумы к.п.д. при любом λ_β лежат при значении $\lambda_e = 1$.

При значении $\lambda_\beta = 1$ $\eta_2 = 1$ и не зависит от λ_e .

Физически этот случай соответствует работе в среде с нулевой подвижностью носителей зарядов без учета гидравлических потерь на трение.

В результате анализа зависимости эффективности гидродинамического преобразования от критериев можно построить результирующий график, определяющий максимальный к.п.д. преобразования.



Фиг. 5

На фиг. 5 показана такая зависимость для генераторного и насосного режимов от критерия λ_β .

Из графика видно, что к.п.д. преобразования, максимальный в случае $\lambda_\beta = 1$ (подвижность равна нулю), уменьшается до нуля при стремлении λ_β к бесконечности и к нулю.

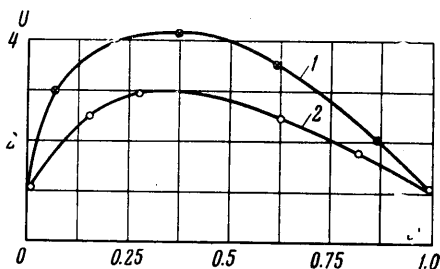
В практически интересных областях от $\lambda_\beta = 0.05$ до $\lambda_\beta = 2.5$ к.п.д. не ниже 30%, что показывает принципиальную возможность успешного

практического применения электрогидродинамических преобразователей.

Рассмотрим теперь вопрос о согласовании данных, полученных при экспериментальном исследовании ЭГД-потока с теоретическими результатами, полученными в одномерном приближении.

При проведении эксперимента в качестве униполярного источника зарядов применялся коаксиальный коронный разряд. Смесь заряженной и нейтральной компонент направилась в канал с диэлектрическими стенками, по длине которого производились необходимые измерения.

Распределение потенциала вдоль оси канала, снимаемое методом зонда Сато, качественно подтверждает выводы одномерного приближения о характере распределения потенциала и напряженности в генераторном и насосном режимах. Типичная экспериментальная характеристика распределения потенциала вдоль оси канала приведена на фиг. 6. Там же приведено распределение потенциала (кривая 2), полученное в работе [3], при аналогичных условиях методом плавающего зонда. Сравнение кривых на фиг. 3 и 6 позволяет говорить о качественном совпадении теоретических и экспериментальных данных.



Фиг. 6

Теоретические представления об эффективности ЭГД-преобразования энергии подтверждаются исследованиями работы ЭГД-генератора элект-

рического тока и ионно-конвекционного насоса для перекачивания диэлектрических жидкостей [1, 4].

На фиг. 5 нанесены экспериментальные точки, соответствующие работе ЭГД-преобразователей при оптимальных параметрах на трансформаторном масле и техническом керосине.

Экспериментальные данные подтверждают качественные тенденции, полученные при одномерном рассмотрении. Практически реализующийся уровень эффективности преобразователей объясняется, во-первых, наличием гидравлических потерь, не учитываемых при одномерном решении, и, во-вторых, особенностям реального трехмерного потока.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Н. С. Лидоренко за постоянное внимание и руководство работой и Г. А. Любимову за ценные замечания при обсуждении рукописи.

Поступило 23 V 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Бортников Ю. С., Рубашов И. Б. Некоторые вопросы исследования системы уравнений электрогазодинамики. Магнитная гидродинамика, 1968, № 2.
2. Вулис Л. А. Термодинамика газовых потоков. М., Госэнергоиздат, 1950.
3. Kahn В. К., Gourdine М. С. Electrogasdynamie power generation. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 8.
4. Белевцев А. Т., Бортников Ю. С., Лидоренко Н. С., Мучник Г. Ф., Рубашов И. Б. Электрогазодинамический генератор. Теплофизика высоких температур, 1968, № 2.