

ЛИТЕРАТУРА

1. Van Dyke M. D. The similarity rules for second-order subsonic and supersonic flow. NACA Rept., 1958, No. 1374.
2. Hayes W. D. Second-order pressure law for two-dimensional compressible flow. J. Aeronaut. Sci., 1955, vol. 22, pp. 284—286.
3. Hayes W. D. La seconde approximation pour les écoulements transsoniques non visqueux. J. de mecanique, 1966, vol. 5, N 2, p. 163—206.
4. Euvrard D. Developement asymptotique du potentiel des vitesses a grande distance, d'un profil plan transsonique. Compt. rend. Acad. sci. colon., 1964, vol. 259, No. 14, pp. 2171—2173.
5. Euvrard D. Ecoulement transsonique a grande distance d'un corps de revolution. Compt. rend. Acad. sci. colon., 1965, vol. 260, No. 22, p. 5691—5694.
6. Фалькович С. В., Чернов И. А., Горский В. Б. Обратная задача сопла Лавалья. Трансзвуковые течения газа. Изд-во Саратовск. ун-та, 1968, сб. 2, стр. 152—168.
7. Seebaass R. Mixed flows in magnetogasdynamics. Symposium Transsonicum. Springer — Verlag, Berlin, 1964, pp. 471—490.
8. Горский В. Б. Осесимметричные смешанные течения в магнитной газодинамике. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5, стр. 64—71.
9. Фалькович С. В. К теории сопла Лавалья. ПММ, 1946, т. 10, № 4.
10. Рыжов О. С. Некоторые вырожденные околосвуковые течения. ПММ, 1958, т. 22, № 2.
11. Morgan A. On a class of two-dimensional channel flows with a straight sonic line. J. Aeronaut. Sci., 1955, No. 8, pp. 573—575.

**РАСЧЕТ ТЕЧЕНИЯ ПРИ НЕСИММЕТРИЧНОМ ОБТЕКАНИИ
ЭЛЛИПСОИДА С ПЕРЕДНЕЙ СРЫВНОЙ ЗОНОЙ СВЕРХЗВУКОВЫМ
ПОТОКОМ ГАЗА**

А. Ю. ЗАВАДСКИЙ, Г. И. ТАГАНОВ

(Москва)

Рассмотрена задача об обтекании сверхзвуковым потоком воздуха эллипсоида под углом атаки 60° с расположенной впереди него иглой, образующей замкнутую срывную зону. Численные расчеты проводились для совершенного газа ($\kappa = 1.4$) при значениях числа Маха $M_\infty = 6$ и 15 ; числа Прандтля $P = 1$ и в предположении, что произведение плотности на динамический коэффициент вязкости не меняется поперек области перемешивания.

Найдены значения углов встречи вдоль линии пересечения срывной зоны с эллипсоидом. Определена область допустимых изменений осей эллипсоида из условия существования решения.

Обтекание тел с иглами сверхзвуковым потоком газа исследовалось многими авторами. Здесь используются результаты работ [1, 2], причем для решения применяется метод, предложенный для расчета обтекания тел при углах атаки, отличных от нуля [2].

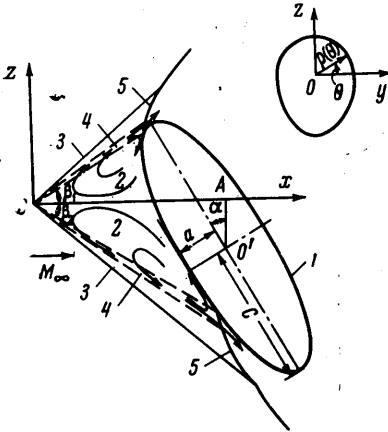
1. Постановка задачи и метод решения. Схема течения и сечение эллипсоида плоскостью zx показаны на фиг. 1.

Перед эллипсоидом 1 образуется коническая застойная зона 2 и конический скачок уплотнения 3. Между газом, сжатым за коническим скачком уплотнения, и газом в застойной зоне находится свободный ламинарный пограничный слой 4. При подходе к поверхности эллипсоида часть газа, имеющая полное давление, большее, чем статическое за присоединенным скачком 5, поворачивается на угол встречи δ . Статическое давление на теле за областью присоединения было вычислено для случая отклонения сверхзвукового потока в косом скачке. Течение в зоне отрыва считается стационарным.

В общем случае возможен поворот потока через отошедший скачок уплотнения, здесь этот случай не рассматривается.

Вершина зоны отрыва фиксируется положением конца иглы. Направление оси срывной зоны совпадает с направлением набегающего потока и не зависит от угла атаки.

При несимметричном обтекании тел замыкающее условие [3] о равенстве полного давления на «разделяющей» линии тока статическому в присоединившемся сверхзвуковом потоке выполняется на линии тока, которая не совпадает с разделяющей для симметричного обтекания. Это связано с тем, что при несимметричном обтекании количество газа, подсосываемого в зону перемешивания в данном сечении, не равно количеству газа, отщепляемого в застойную зону в этом же сечении. В этом случае количество газа, отщепляемого из всей области присоединения в застойную зону, равняется полному количеству газа, подсосываемого ко всей области перемешивания. Чтобы использовать это условие, необходимо рассчитать обтекание кругового «жидкого конуса» под нулевым углом атаки, определить координаты линии пересечения жидкого конуса с поверхностью эллипсоида, найти параметры течения в ламинарной области перемешивания и затем вычислить результирующий расход газа в срывную зону.



Фиг. 1

Между абсциссой $OA = L$ и ординатой $O'A = H$ центра эллипсоида (фиг. 1) имеется зависимость, которая находится из условия равенства углов $\beta_1 = \beta_2$ при касании проекций эллипсоида 1 и конуса с вершиной в начале координат на плоскость xz .

$$L = \sin \alpha \cos \alpha (1 - a^2) / H \tag{1.1}$$

Здесь α — угол, дополнительный к углу атаки, a — безразмерная полуось эллипсоида. Здесь и в дальнейшем все линейные размеры выражены в долях полуоси эллипсоида c .

Проекция линии пересечения жидкого конуса с поверхностью эллипсоида на плоскость yz показана на фиг. 1.

Координаты линии пересечения находятся по формулам работы [2]. В рассматриваемом случае

$$\rho(\theta) = \frac{-(E \operatorname{ctg} \beta + F \sin \theta) - R(\theta)}{2(C \sin^2 \theta + D \operatorname{ctg} \beta \sin \theta + B \cos^2 \theta + A \operatorname{ctg}^2 \beta)} \tag{1.2}$$

$$R(\theta) = \sqrt{F^2 - 4CG - (4BG + F^2 - 4CG) \cos^2 \theta + (E^2 - 4AG) \operatorname{ctg}^2 \beta}$$

$$A = a^{-2} \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha, \quad B = b^{-2}, \quad C = a^{-2} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha,$$

$$D = 2 \sin \alpha \cos \alpha (a^{-2} - 1) \tag{1.3}$$

$$E = 2 [a^{-2} \cos \alpha (H \sin \alpha - L \cos \alpha) - \sin \alpha (H \cos \alpha + L \sin \alpha)]$$

$$F = 2 [a^{-2} \sin \alpha (H \sin \alpha - L \cos \alpha) + \cos \alpha (H \cos \alpha + L \sin \alpha)]$$

$$G = a^{-2} (H \sin \alpha - L \cos \alpha)^2 + (H \cos \alpha + L \sin \alpha)^2 - 1$$

Здесь α — угол, дополнительный к углу атаки; a и b — полуоси эллипсоида; H и L — соответственно ордината и абсцисса центра эллипсоида; β — полуугол раствора жидкого конуса.

Распределение полного давления поперек ламинарной области перемешивания определяется из уравнения Бернулли

$$\frac{p}{p_0} = \left[1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} \left(\frac{u_1 f'(\eta)}{a_*} \right)^2 \right]^{\kappa / \kappa - 1} \left(f'(\eta) = \frac{u}{u_1} \right) \tag{1.4}$$

Здесь u_1 — значение скорости на внешней границе области перемешивания, $f'(\eta)$ — безразмерная скорость, a_* — критическая скорость звука, κ — отношение удельных теплоемкостей.

Величина удельного расхода в зоне перемешивания

$$\int_{-\infty}^{\eta} \rho u dy \approx [f(\eta) - f(-\infty)] \sqrt{l(\theta)} \quad (1.5)$$

Здесь $l(\theta)$ — величина образующей жидкого конуса.

Величину результирующего расхода газа в срывную зону с точностью до множителя, не зависящего от полярного угла θ , можно записать в следующем виде:

$$\sigma = \int_0^{2\pi} f[\eta^*(\theta)] \left[l(\theta) \left(\rho^2 + \left(\frac{d\rho}{d\theta} \right)^2 \right) \right]^{1/2} d\theta \quad (1.6)$$

Наличие подкоренного выражения объясняется тем, что подсос газа из застойной зоны в область перемешивания происходит по всей длине образующей жидкого конуса. Значение переменного $\eta^*(\theta)$ соответствует линии тока, которая отделяет газ, проходящий в область повышенного давления за скачком на теле, от газа, отщепляемого в застойную зону.

Для определения $f[\eta^*(\theta)]$ необходимо рассмотреть область присоединения потока к телу. Если \mathbf{n}_1 — нормаль к жидкому конусу, а \mathbf{n}_2 — нормаль к эллипсоиду на линии пересечения жидкого конуса с эллипсоидом, то вектор $\mathbf{k} = [\mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2]$, равный векторному произведению нормалей, параллелен линии пересечения. Тангенциальная к линии пересечения компонента числа M при переходе через скачок не меняется. Давление за скачком равно давлению при переходе через косой скачок уплотнения потока, имеющего статическое давление, равное давлению в застойной зоне, и эффективное число M , равное

$$M_{eff} = M_s \left[1 - \left(\frac{\mathbf{l} \cdot \mathbf{k}}{|\mathbf{l}| \cdot |\mathbf{k}|} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (1.7)$$

M_s — значение числа Маха на конусе.

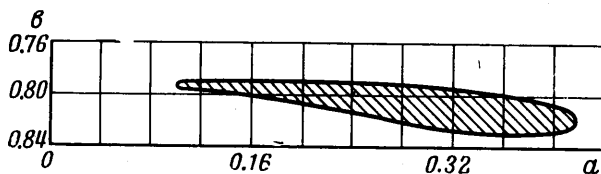
Эффективный угол поворота потока

$$\cos \delta = \left| \frac{\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2}{|\mathbf{n}_1| |\mathbf{n}_2|} \right| \quad (1.8)$$

Компоненты векторов \mathbf{n}_1 и \mathbf{n}_2 можно выразить, как компоненты градиентов к соответствующим поверхностям на линии их пересечения.

Зависимость $f[\eta^*(\theta)]$ определяется при помощи формул (1.4), (1.7) и (1.8). Условие существования стационарной срывной зоны выполнено, если для данных M_∞ , χ , α и заданных осей эллипсоида существует такой угол раствора жидкого конуса, что результирующий расход газа в срывную зону равняется нулю.

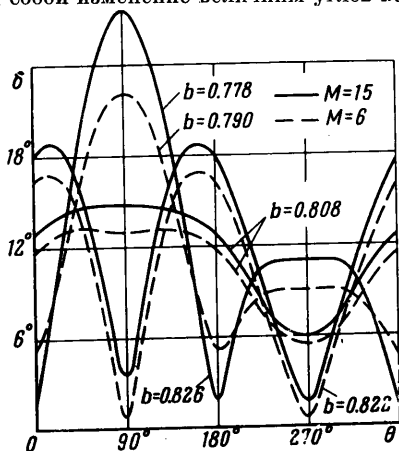
2. Результаты расчетов. Все расчеты проводились при значении $H = 0.35$. Из условия существования замкнутой срывной зоны и из предположения о повороте потока в области присоединения через присоединенный скачок уплотнения определяется область допустимых значений осей эллипсоида a , b ; результаты расчета для $M = 6$ приведены на фиг. 2. Расчеты проводились с шагом $\Delta b = 0.002$ и $\Delta a = 0.02$.



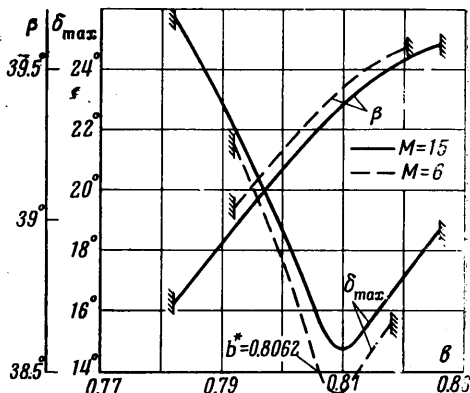
Фиг. 2

Границы области определены с точностью до одного шага. На фиг. 3 приводятся полученные значения углов встречи вдоль линии присоединения срывной зоны к эллипсоиду для чисел $M_\infty = 6$ и 15 и $a = 0.3$. Величина углов встречи сравнительно меньше меняется при b , близких к b^* (b^* такая полуось эллипсоида, при которой круговая коническая поверхность с центром в начале координат касается эллипсоида по всему периметру). Для $b < b^*$ и $b > b^*$ зависимости величины углов встречи вдоль линии присоединения носят различный характер.

Расчеты показывают, что наибольшее возможное изменение значения a влечет за собой изменение величины углов встречи не более чем на 5–10%.



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 4 представлены зависимости величины угла срывной зоны β и максимального угла встречи δ_{\max} от изменения b . С увеличением b значение угла срывной зоны увеличивается; δ_{\max} имеет минимальное значение при b несколько большем b^* .

В заключение автор работы [4] пользуется случаем заметить, что интегральное условие, приведенное в сноске на стр. 10 работы [4], является приближенным. Строго говоря, параметр и значения толщины вытеснения и толщины потери импульса в сечении O , определяются при расчете граничного слоя из условия периодичности течения в слое по l .

Поступило 9 X 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Нейланд В. Я., Таганов Г. И. О конфигурации передних срывных зон при симметричном обтекании тел сверхзвуковым потоком газа. Инж. ж., 1963, т. 3, вып. 2.
2. Нейланд В. Я., Таганов Г. И. Передняя срывная зона при несимметричном обтекании тел с иглой сверхзвуковым потоком газа. Инж. ж., 1963, т. 3, вып. 3.
3. Korst H. H. A Theory of base pressure in transonic and supersonic flow. J. Appl. Mech., 1956, vol. 23, No. 4.
4. Таганов Г. И. К теории стационарных срывных зон. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 5.

О НЕКОТОРЫХ НЕУСТАНОВИВШИХСЯ ТЕЧЕНИЯХ ГАЗА В ДЛИННЫХ ТРУБОПРОВОДАХ

М. Г. СУХАРЕВ (Москва)

Нестационарные движения жидкости и газа в длинных трубопроводах описываются нелинейной системой уравнений

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{v^n}{u^m} = 0 \quad (0.1)$$

В заметке [1] рассмотрены групповые свойства системы (0.1) и найдены все случаи, когда решение может быть получено интегрированием обыкновенных дифференциальных уравнений. Такие решения называют, следуя Л. В. Овсянникову, инвариантными, их частным случаем являются автомодельные движения.

Инвариантные решения изучали многие авторы [например, 2, 3]. Основное внимание в них уделено уравнению нелинейной теплопроводности, которое получается как частный случай системы (0.1) при $m = 0$ и моделирует движение флюидов в пористых средах.

Ниже рассматриваются инвариантные решения для случаев $m = 1$, $n = 2$, что соответствует турбулентному течению газа.

Этой же теме посвящены работы [4, 5], в которых получены некоторые результаты, однако допущены неточности.