

Авторы благодарят А. С. Предводителева за предложенную тему, интерес к работе и ценные указания.

Поступило 5 VII 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бондаренко А. В., Ибрагим М. А. Измерения скорости ударных волн, установившейся после взаимодействия с препятствиями в виде каналов-диафрагм. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3.
2. Kawamura R., Kawada H. A Study on the attenuation of shock waves due to obstacles in the passage. J. Phys. Soc. Japan, 1957, vol. 12, No. 11. (Рус. перев. в сб.: «Ударные трубы», М., Изд-во иностр. лит., 1962).
3. Bryson A. E., Gross R. W. F. Diffraction of strong shocks by cones, cylinders, and spheres. J. Fluid. Mech., 1961, vol. 10, No. 1.
4. Сыщикова М. П., Березкина М. К., Семенов А. Н. Формирование течения около модели в ударной трубе. Сб. «Аэрофизические исследования сверхзвуковых течений», М., «Наука», 1967.
5. Henshall B. D., Gadd G. F. Factors affecting the performance of the nozzle of a hypersonic shock tube. ARC Current Papers, 1956, No. 293. (Рус. перев. в сб.: «Ударные трубы», М., Изд-во иностр. лит., 1962).
6. Schardin H. Ein Beispiel zur Verwendung des Stosswellenrohres für Probleme der Instationären Gasdynamik. Z. angew. Math. and Phys., 1958, Bd. 9b, No. 5/6. (Рус. перев. в сб.: «Ударные трубы», М., Изд-во иностр. лит., 1962).
7. Duff R. E. Slip line instability — Proc. 13-th sympos. appl. mathem. of the Amer. Mathem. Soc., 1962.
8. Chester W. The propagation on shock waves through channels of varying width. Quart. J. Mech. and Appl. Math., 1953, vol. 6, No. 4. (Рус. перев.: «Механика», Сб. перев. и обз. иностр. период. лит., М., Изд-во иностр. лит., 1954, № 6).
9. Rudinger G. Passage of shock waves through ducts of variable cross section. Phys. Fluids, 1960, vol. 3, No. 3.
10. Дулов В. Г. Распространение ударной волны в канале с переменной площадью сечения. Изв. вузов, Авиационная техника, 1962, № 3.
11. Kahane A., Warren W. R., Griffith W. C., Marino A. A. A theoretical and experimental study of finite amplitude wave interactions with channels of varying area. J. Aeronaut. Sci., 1954, vol. 21, No. 3. (Рус. перев.: «Механика», Сб. перев. и обз. иностр. период. лит., М., Изд-во иностр. лит., 1955, № 4).
12. Rudinger G. Wave diagrams for non-steady flow in ducts. Princeton, 1955.
13. Баженова Т. В. Изменение скорости потока газа за скачком в ударной трубе. Сб. «Физическая газодинамика и теплообмен», М., Изд-во АН СССР, 1961.

#### ПРЕДСТАВЛЕНИЕ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ ФИЛЬТРАЦИИ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ В ВИДЕ СУММЫ ЧАСТНЫХ АВТОМОДЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Т. Ф. ИВАНОВ (Харьков)

Получены в конечном виде и исследованы частные автомодельные решения уравнения одномерной нестационарной фильтрации жидкости при упругом режиме (уравнения теплопроводности).

Показано, что решения ряда задач теплопроводности и нестационарной фильтрации можно представить с любой точностью в виде суммы частных автомодельных решений.

В п. 2 обоснован метод асимптотического разложения решений некоторых задач нестационарной фильтрации при  $t \rightarrow \infty$ . Показано, что метод асимптотического разложения можно эффективно применять для оценки параметров пористого пласта по кривым изменения забойного давления при изменении режима работы эксплуатационных или нагнетательных скважин.

1. Известно [1], что ряд задач одномерной неустановившейся изотермической фильтрации жидкости при упругом режиме, как и задач теплопроводности, описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\lambda^2}{x^\alpha} \frac{\partial}{\partial x} \left( x^\alpha \frac{\partial p}{\partial x} \right) \quad (1.1)$$

Здесь  $x$  — обобщенная пространственная координата,  $\alpha = 0$  при плоскопараллельном потоке,  $\alpha = 1$  при плоскоцилиндрическом потоке.

Случай  $\alpha = 2$  не рассматривается, так как замена искомой функции  $\varepsilon = xp$  приводит исходное уравнение с  $\alpha = 2$  к уравнению вида (1.1) при  $\alpha = 0$ .

При исследовании нестационарной фильтрации функция  $p(x, t)$  представляет давление жидкости. В этом случае параметр  $\lambda^2$  определяется равенством

$$\lambda^2 = \frac{k}{\mu} \left( \frac{m}{\sigma} \frac{d\sigma}{dp} + \frac{dm}{dp} \right)^{-1} \approx \text{const}$$

Здесь  $k$  — осредненное значение горизонтальной проницаемости,  $\mu$  — вязкость жидкости,  $m$  — пористость,  $\sigma$  — плотность жидкости.

Краевые задачи, описываемые уравнением (1.1), можно решать при помощи разделения переменных или операционным методом [2, 3]. Однако применение этих методов для конкретных задач неустановившейся фильтрации часто связано с громоздкими вычислениями. В работах [4, 5] показано, что уравнения (1.1) имеют автомодельные решения вида

$$p = t^\beta f(\varepsilon, \beta), \quad \varepsilon = x / \sqrt{t\lambda}, \quad \beta = \text{const}$$

Здесь функции  $f(\varepsilon, \beta)$  нужно определять из обыкновенных дифференциальных уравнений при независимой переменной  $\varepsilon$ . Автомодельные решения уравнения (1.1) будем определять в виде функций

$$p_\beta = t^\beta \left[ y^{1/2(1-\alpha)} \varphi_\beta(y) e^{-y} + \psi_\beta(y) \int_y^\infty \eta^{-1/2(1+\alpha)} e^{-\eta} d\eta \right], \quad y = \frac{x^2}{4\lambda^2 t} \quad (1.2)$$

Подставляя выражения  $p = p_\beta$  из (1.2) в (1.1), получим после преобразований систему

$$\begin{aligned} y \frac{d^2 \varphi_\beta}{dy^2} + \left( \frac{1+\alpha}{2} + y \right) \frac{d\varphi_\beta}{dy} - \beta \varphi_\beta &= 0 \\ y \frac{d^2 \psi_\beta}{dy^2} + \left( \frac{3-\alpha}{2} - y \right) \frac{d\psi_\beta}{dy} - (\beta+1) \psi_\beta &= -2 \frac{d\psi_\beta}{dy} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Пусть параметр  $\beta$  равен целому положительному числу  $n$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ). Тогда первое уравнение системы (1.3) имеет частное решение в виде многочлена

$$\psi_n(y) = 1 + \sum_{i=1}^n a_i y^i, \quad a_i = \frac{2^i n(n-1)(n-2)\dots(n-i+1)}{i!(1+\alpha)(3+\alpha)\dots(2i-1+\alpha)} \quad (1.4)$$

При этом второе уравнение системы (1.3) принимает вид

$$y \frac{d^2 \varphi_n}{dy^2} + \left( \frac{3-\alpha}{2} - y \right) \frac{d\varphi_n}{dy} - (n+1) \varphi_n = -2 \sum_{i=1}^n a_i y^{i-1} \quad (1.5)$$

Уравнения (1.5) имеют частные решения

$$\varphi_n(y) = b_1 y^1 + \dots + b_{n-1} y^{n-1} \quad (1.6)$$

Здесь постоянные  $b_i$  определяются из рекуррентных соотношений

$$(n+1+i)b_i = 2(i+1)a_{i+1} + 0.5(2i+3-\alpha)(i+1)b_{i+1} \quad (1.7)$$

В частности из (1.4), (1.7) имеем

$$b_{n-1} = \frac{2^n}{(1+\alpha)(3+\alpha)\dots(2n-1+\alpha)}, \quad b_{n-2} = \frac{2^{n-1}(n-1)(4n^2+2n\alpha-1-\alpha)}{(2n-1)(1+\alpha)\dots(2n-1+\alpha)}$$

Таким образом, если параметр  $\beta$  равен целому положительному числу, частные автомодельные решения уравнения (1.1) определяются равенствами

$$p_n = t^n \left[ e^{-y} \sum_{i=0}^{n-1} b_i y^{\frac{2i+1-\alpha}{2}} + \sum_{i=0}^n a_i y^i \int_y^\infty \eta^{-\frac{1+\alpha}{2}} e^{-\eta} d\eta \right], \quad a_0 = 1 \quad (1.8)$$

При  $\alpha = 0$  имеем

$$\int_y^\infty \eta^{-1/2} e^{-\eta} d\eta = 2 \int_{\sqrt{y}}^\infty e^{-v^2} dv = \sqrt{\pi} \left[ 1 - \operatorname{erf} \left( \frac{x}{2\lambda \sqrt{t}} \right) \right]$$

При  $\alpha = 1$  имеем

$$\int_y^\infty \eta^{-1} e^{-\eta} d\eta = \operatorname{Ei} \left( -\frac{x^2}{4\lambda^2 t} \right)$$

Интеграл вероятности  $\operatorname{erf}(x)$  и интегральная показательная функция  $\operatorname{Ei}(x)$  табулированы. Введем переменные

$$q_n(x, t) = -x^\alpha \partial p_n / \partial x \quad (1.9)$$

Подставляя выражения  $p_n$  из (1.8) в (1.9), получим после преобразований

$$q_n = -(2\lambda)^{1-\alpha} t^{1/2(2n-1+\alpha)} \left\{ e^{-y} \left[ 2 + \sum_{i=1}^{n-1} [2a_i + (2i+1+\alpha)b_i - 2b_{i-1}] y^i \right] + \right. \\ \left. + 2 \sum_{i=1}^n i a_i y^{1/2(2n-1+\alpha)} \int_y^\infty \eta^{-1/2(1+\alpha)} e^{-\eta} d\eta \right\} \quad (1.10)$$

Нетрудно убедиться, что определяемые равенствами (1.8) функции  $p_n$  удовлетворяют граничным условиям

$$\begin{aligned} p_n(x, 0) &= 0 & \text{при } x \neq 0, \quad \alpha = 0.1 \\ p_n(x, 0) &= 0 & \text{при } x \neq 0, \quad \alpha = 0.1 \\ p_n(0, t) &= \sqrt{\pi} t^n & \text{при } t > 0, \quad \alpha = 0 \end{aligned} \quad (1.11)$$

Соответственно, определяемые равенством (1.10) функции  $q_n$ , удовлетворяют условиям

$$\begin{aligned} q_n(0, t) &= 2(2\lambda)^{1-\alpha} t^{1/2(2n+1+\alpha)} & \text{при } t > 0, \quad \alpha = 0.1 \\ q_n(x, 0) &= 0 & \text{при } |x| \neq 0, \quad \alpha = 0.1 \\ q_n(x, t) &\rightarrow 0 & \text{при } x \rightarrow \infty \quad (0 \leq t < \infty), \quad \alpha = 0.1 \end{aligned} \quad (1.12)$$

В работе [6] было показано, что приближенные решения некоторых задач неуставившейся фильтрации с частным начальным условием  $p(x, 0) = \text{const}$  можно выразить в виде суммы автомодельных решений  $p_n$  ( $n = 0, 1, 2, \dots$ ). Будем искать ограниченные в конечном промежутке времени решения  $p(x, t)$  уравнения (1.1) на полубесконечной пространственной прямой ( $\alpha = 0$ ) или внутри круга бесконечного радиуса ( $\alpha = 1$ ) при более общих начальных условиях

$$p(x, 0) = \gamma_0 + \gamma_1 x + \sum_{m=1} D_m \operatorname{erf} \left( \frac{x^2}{4\lambda^2 T_m} \right)^{1/2} \quad \text{при } \alpha = 0 \quad (1.13)$$

$$p(x, 0) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \ln x + \sum_{m=1} H_m \operatorname{Ei} \left( -\frac{x^2}{4\lambda^2 T_m} \right) \quad \text{при } \alpha = 1$$

Здесь  $\gamma_0, \gamma_1, D_m, \varepsilon_0, \varepsilon_1, H_m, T_m = \text{const}$ . Краевые условия заданы в виде

$$p(0; t) = \Phi(t) \quad \text{при } \alpha = 0, \quad x \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} = \Psi(t) \quad \text{при } \alpha = 1 \quad (1.14)$$

Здесь  $\Phi(t), \Psi(t)$  — непрерывные функции.

Построение решений осуществляем в виде суммы частных решений  $p_n$  из (1.8) и фундаментальных функций, удовлетворяющих начальным условиям (1.13)

$$p(x, t) = \gamma_0 + \gamma_1 x + \sum_{m=1}^N D_m \operatorname{erf}\left(\frac{x^2}{4\lambda^2(T_m + t)}\right)^{1/2} + \sum_{n=0}^N A_n P_n \quad \text{при } \alpha = 0 \quad (1.15)$$

$$p(x, t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \ln x + \sum_{m=1}^N H_m \operatorname{Ei}\left(-\frac{x^2}{4\lambda^2(T_m + t)}\right) + \sum_{n=0}^N A_n P_n \quad \text{при } \alpha = 1$$

Тогда начальные условия принимают вид

$$A_0 p_0 + A_1 p_1 + \dots + A_n p_n = 0 \quad (1.16)$$

В силу выполнения первого равенства (1.11) начальные условия (1.16) выполняются при любых конечных  $A_n$ . В силу третьего равенства (1.11) и первого равенства (1.12) краевые условия (1.14) преобразуются к виду

$$\gamma_0 + \sqrt{\pi} \sum_{n=0}^N A_n t^n = \Phi(t) \quad \text{при } \alpha = 0 \quad (1.17)$$

$$\varepsilon_1 - 2 \sum_{n=0}^N A_n t^n - 2 \sum_{m=1}^N H_m = -\Psi(t) \quad \text{при } \alpha = 1$$

Согласно теореме Вейерштрасса о равномерном приближении непрерывных функций полиномами, функции  $\Phi(t)$ ,  $\Psi(t)$  с любой точностью можно представить в виде полиномов, стоящих в левых частях соответствующих равенств системы (1.17). Решение уравнения (1.1) в конечном интервале времени, представленное в виде суммы частных автомодельных решений и фундаментальных функций, строго удовлетворяет соответствующему начальному условию (1.13) и при достаточно большом числе может с заданной точностью удовлетворять соответствующему краевому условию (1.14).

2. Если параметр  $\beta$  в (1.2) равен целому отрицательному числу  $-n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ), то полагая в (1.2), что  $\Psi_{-n} = 0$ , получим вместо системы уравнений (1.13) одно обыкновенное дифференциальное уравнение

$$y \frac{d^2 \varphi_{-n}}{dy^2} + \left(\frac{3-\alpha}{2} - y\right) \frac{d\varphi_{-n}}{dy} + (n-1)\varphi_{-n} = 0 \quad (2.1)$$

Уравнения вида (2.1) имеют частные решения

$$C_0 + C_1 y + C_2 y^2 + \dots + C_{n-1} y^{n-1} \quad (2.2)$$

Здесь постоянные  $C_i$  определяются из рекуррентных отношений

$$C_{i+1} = -\frac{2(n-i-1)C_i}{(i+1)(2i+3-\alpha)} \quad (2.3)$$

Полагая  $C_0 = 1$ , остальные коэффициенты  $C_i$  определяем из равенств

$$C_i = (-1)^i \frac{2^i(n-1)(n-2)\dots(n-i)}{i!(3-\alpha)(5-\alpha)\dots(2i+1-\alpha)}$$

Следовательно, если параметр  $\beta$  равен целому отрицательному числу  $-n < 0$ , уравнение (1.1) имеет частное автомодельное решение

$$p_{-n} = t^{-n} e^{-y} \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i \frac{2^i(n-1)(n-2)\dots(n-i)}{i!1.(3-\alpha)(5-\alpha)\dots(2i+1-\alpha)} y^{1/2(2i+1-\alpha)} \quad (2.4)$$

Соответственно, функции  $q_{-n}(x, t)$  определяются равенствами

$$q_{-n} = -2(2\lambda)^{1-\alpha} t^{-1/2(2n+1-\alpha)} e^{-\nu} \sum_{i=0}^{n-1} (-1)^i \frac{2^i n(n-1)\dots(n-i)}{(i+1)! 1.(3-\alpha)\dots(2i+1-\alpha)} \quad (2.5)$$

Исследуя (2.4), (2.5), можно показать, что функции  $p_{-n}, q_{-n}$  удовлетворяют граничным условиям

$$\begin{aligned} p_{-n}(x, 0) = q_{-n}(x, 0) = 0 \quad \text{при } |x| \neq 0, \quad \alpha = 0.1 \\ p_{-n}(x, t), \quad q_{-n}(x, t) \rightarrow 0 \quad \begin{cases} \text{при } |x| \rightarrow \infty (0 \leq t < \infty) \\ \text{при } t \rightarrow \infty, |x| < \infty \end{cases} \quad (2.6) \\ p_{-n}(0, t) = 0 \quad \text{при } \alpha = 0, \quad p_{-n}(0, t) = t^{-n} \quad \text{при } \alpha = 1 \\ q_{-n}(0, t) = 2n(2\lambda)^{1-\alpha} t^{-1/2(2n+1-\alpha)} \end{aligned}$$

Функции  $p_{-n}, q_{-n}$  можно использовать для асимптотического разложения некоторых решений уравнения (1.1) при  $t \rightarrow \infty$ . Пусть решение уравнения (1.1) внутри круга бесконечного радиуса во временном интервале  $(0 < t < \infty)$  удовлетворяет начальным условиям (1.13) и крайним условиям вида

$$\begin{aligned} x \frac{\partial p}{\partial x} \Big|_{x=0} = M_1 - \Psi_0(t) + \Psi_1(t), \quad \Psi_0(t) = \sum_{n=0}^N B_n t^n, \quad \alpha = 1 \quad (2.7) \\ M_1 = \varepsilon_1 - 2(H_1 + \dots + H_N) \end{aligned}$$

Здесь  $\Psi_1(t)$  однозначная, а при  $t > t_0$  — регулярная функция, удовлетворяющая условию

$$\Psi_1(t) \rightarrow 0 \quad \text{при } t \rightarrow \infty$$

Соответствующее решение задачи запишем формально в виде

$$p(x, t) = \sum_{n=0}^N B_n P_n + e_0 + \varepsilon_1 \ln x + \sum_{m=1}^N H_m \text{Ei} \left( -\frac{x^2}{4\lambda^2(\tau_m + t)} \right) - u(x, t) \quad (2.8)$$

Из (2.8) имеем после преобразований

$$x \frac{\partial p}{\partial x} = \varepsilon_1 - \sum_{n=0}^N B_n q_{-n} - 2 \sum_{m=1}^N H_m \exp \frac{-x^2}{4\lambda^2(\tau_m + t)} + x \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.9)$$

Из (1.10), (1.11) и (2.9) следует, что формальное решение (2.8) будет удовлетворять начальному условию (1.13) и крайнему условию (2.7) тогда и только тогда, когда функция  $u(x, t)$  удовлетворяет условиям

$$u(x, 0) = 0, \quad x \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = \Psi_1(t) \quad (2.10)$$

Согласно теореме о разложении регуляторных функций в асимптотические степенные ряды [7] функция  $\Psi_1(t)$ , стремящаяся к нулю при  $t \rightarrow \infty$ , разлагается в степенной ряд, сходящийся к  $\Psi_1(t)$  при достаточно больших  $t$

$$\Psi_1(t) \sim \frac{C_1}{t} + \frac{C_2}{t^2} + \dots \quad (2.11)$$

Рассмотрим формальный ряд

$$R(x, t) = \frac{C_1 q_{-1}}{2} + \frac{C_2 q_{-2}}{4} + \dots + \frac{C_n q_{-n}}{2n} + \dots \quad (2.12)$$

В силу пятого условия из (2.6) при  $x = 0$  ряд (2.12) преобразуется в ряд (2.11) который при достаточно больших  $t$  сходится к функции  $\Psi_1(t)$ .

Отсюда, учитывая, что  $q_{-n}(0, t) \geq q_{-n}(x, t)$  при любом фиксированном  $t > 0$ , можно полагать, что ряд (2.12) при достаточно больших  $t$  сходится к  $x \partial u / \partial x$  при любом положительном значении  $x$ . Из (2.9) и (2.12) получим

$$x \frac{\partial p}{\partial x} \sim \varepsilon_1 - \sum_{n=0}^N B_n q_{-n} - 2 \sum_{m=1}^{\infty} H_m \exp \frac{-x^2}{4\lambda^2(T_m + t)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{2n} q_{-n} \quad (2.13)$$

Разделив (2.12) на  $x$  и интегрируя по  $x$ , получим асимптотическое разложение исследуемого решения в круге бесконечного радиуса при  $t \rightarrow \infty$

$$p(x, t) \sim \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \ln x + \sum_{n=0}^N B_n p_{-n} + \sum_{m=1}^{\infty} H_m \text{Ei} \left( -\frac{x^2}{4\lambda^2(T_m + t)} \right) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{n} p \quad (2.14)$$

При  $N = 0$  равенство (2.14) преобразуется к виду

$$p(x, t) \sim \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \ln x + \sum_{m=0}^{\infty} H_m \text{Ei} \left( -\frac{x^2}{4\lambda^2(T_m + t)} \right) + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{n} p_{-n} \quad (2.15)$$

Равенство (2.13) при  $N = 0$  принимает вид

$$x \frac{\partial p}{\partial x} = \varepsilon_1 - \sum_{m=0}^{\infty} H_m \exp \frac{-x^2}{4\lambda^2(T_m + t)} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{n} q_{-n} \quad (2.16)$$

При радиальной фильтрации в условиях разработки нефтяных месторождений радиус стока (скважины) не равен нулю и представляет интерес поведение давления на стенках скважины при  $t \rightarrow \infty$ . Так как параметр  $\lambda^2$  в условиях разработки нефтяных месторождений составляет не менее  $10^2$ , то в подавляющем большинстве случаев выполняется неравенство

$$\frac{4\lambda^2}{x_0^2} > 0.1 - 0.2$$

Здесь  $x_0$  — радиус скважины. Поэтому при  $t > 20-30$  мин асимптотическое решение (2.15), соответствующее  $x = x_0$ , можно с достаточной точностью представить в виде

$$p(x_0, t) = \varepsilon_0 + \varepsilon_1 \ln x_0 - \sum_{m=0}^{\infty} H_m \ln \frac{2.25\lambda^2(T_m + t)}{x_0^2} + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{c_n}{n} t^{-n} \quad (2.17)$$

Уравнение (2.17) можно использовать для определения параметров пласта по известной кривой восстановления забойного давления при остановке скважины. Для этого приближаем кривую восстановления давления с нужной точностью формулой (2.17) посредством варьирования постоянным  $H_0$ ,  $\lambda^2/x_0^2$ ,  $C_n$ .

При этом формула для приближения кривой восстановления давления принимает вид

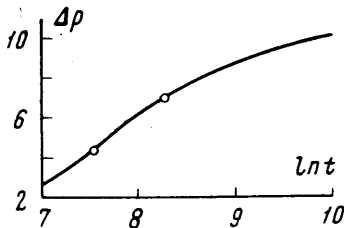
$$\Delta p \sim H_0 \ln \frac{2.25\lambda^2 t}{x_0^2} - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_n}{n}, \quad H_0 = \frac{Q_0 \mu}{4\pi k h} \quad (2.18)$$

где  $Q_0$  — установившийся объемный дебит скважины перед остановкой.

Обработка фактического материала показывает, что при надлежащем выборе постоянных  $H_0$ ,  $\lambda^2/x_0^2$ ,  $C_n$ .

Уравнение (2.18) определяет зависимость забойного давления от времени при  $t > 20-30$  мин с достаточной точностью, если в асимптотическом ряде взято 2-3 первых члена.

После определения всех постоянных можно при помощи (2.16) приближенно определить приток жидкости в скважину после ее перекрытия на устье, не прибегая к замерам затрубного и буферного давления.



В качестве примера рассмотрим кривую восстановления давления, приведенную на фигуре. Эта кривая получена при исследовании скважины 671 Южно-Ромашкинской площади. Результаты исследования в течение 18 000 сек приводятся в табл. 33 работы [8].

Получена асимптотическая формула восстановления давления вида (2.18)

$$\Delta p \sim 4.65 + 0.63 \ln t - \frac{12100}{t} + \frac{12100 \cdot 450}{t^2} \quad (2.19)$$

В промежутке ( $2400 \text{ сек} < t \leq 18000 \text{ сек}$ ) абсолютные значения отклонений  $\Delta p$ , вычисленные из (2.19), от экспериментальных данных составляют менее  $0.04 \text{ ат}$  и, по-видимому, не превышают погрешности эксперимента. Более того, формула (2.19) правильно оценивает положение точки  $t_1$  перегиба и точки  $t_2$  наибольшей кривизны экспериментальной кривой в координатах  $\Delta p, \ln t$ . Согласно (2.19) эти точки соответствуют  $t_1 = 1800$  и  $t_2 = 3600$ . Из сравнения формул (2.18) и (2.19) получаем формулу для оценки гидропроводности пласта

$$\frac{kh}{\mu} = \frac{Q_0}{12.56 \cdot 0.63}$$

В заключение отметим, что асимптотическое уравнение (2.17) можно использовать для оценки параметров пласта не только при остановке, но и при изменении режимов работы скважины.

При этом анализируемые участки кривых изменения давления оказываются в несколько раз больше, чем при использовании логарифмической формулы, широко применяемой в практике исследования скважин [8, 9].

При достаточном навыке вычислителя асимптотическое приближение кривых изменения давления позволяет оценивать проводимость пласта значительно точнее, чем логарифмическая формула, и не менее точно, чем любой из приведенных в [8, 9] трудоемких методов, требующих замеров затрубного и буферного давления.

Поступило 11 IV 1968

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лейбензон Л. С. Движение природных жидкостей и газов в пористой среде. М., Гостехиздат, 1947.
2. Корнев Б. Г. Некоторые задачи теории упругости и теплопроводности, решаемые в бесселевых функциях. М., Физматгиз, 1960.
3. Кристиан Н. Подземная гидравлика, т. 1. М., Гостоптехиздат, 1961.
4. Баренблатт Г. И. Об автоматических движениях сжимаемой жидкости в пористой среде. ПММ, 1952, т. 16, вып. 6.
5. Баренблатт Г. И. О приближенном решении задач одномерной нестационарной фильтрации в пористой среде. ПММ, 1954, т. 18, вып. 3.
6. Баренблатт Г. И., Трифонов Н. П. Об осесимметричных задачах неустановившейся фильтрации газа. Изв. АН СССР, ОТН, 1956, № 1.
7. Эрдейн А. Асимптотические разложения. М., Физматгиз, 1962.
8. Литвинов А. А., Блинов А. Ф. Промысловые исследования скважин. «Недра», 1964.
9. Чернов Б. С., Базлов М. Н., Жуков А. И. Гидродинамические методы исследования скважин и пластов. М., Гостоптехиздат, 1960.