$M_\infty < 1$ в той форме, которая свойственна несжимаемым течениям, несмотря на появление при $M_\infty < 1$ локальных зон, где $M > 1$.

При $M_\infty > 1$ изменяется общая структура внешнего обтекания профиля: в следе существует горловина и два хвостовых скачка. Свободный пограничный слой располагается в узкой осевой области следа и здесь появляются дискретные вихри, расположенные либо в шахматную, либо в симметричную расходящуюся дорожку.

По-видимому, явление дискретных вихрей в следе за профилями в плоских несжимаемых и сжимаемых течениях при $M_\infty < 1$, а также при определенных величинах $M_\infty > 1$ в обоих случаях при $R < R_*$ нужно рассматривать как одну из общих форм потери устойчивости стационарным течением при переходе в нестационарное [4, 5].

Авторы благодарят Г. И. Петрова за внимание к работе и советы.

Поступило 21 II 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов О. М., Попов С. Г. Вихри в плоском газодинамическом следе за цилиндром. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 2.
2. Domm U. Ein Beitrag zur Stabilitätstheorie der Wirbelstrassen under Berücksichtigung endlicher und Zeitlicher Wirbelkerndurchmesser. Ingr-Arch., 1954, 22, No. 6.
3. Wille R. Strömungserscheinungen in Ubergangsgebiet von georgneter zu ungeorgneter Bewegung. In: Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesselschaft, 1952, No. 6.
4. Юдович В. И. Пример рождения вторичного стационарного или периодического течения при потере устойчивости ламинарного течения вязкой несжимаемой жидкости. ПММ, 1965, т. 29, вып. 3.
5. Брушлинская Н. Н. О поведении решений уравнений гидродинамики при переходе числа Рейнольдса через критическое значение. Докл. АН СССР, 1965, т. 162, № 4.

О ФОРМЕ ДИФРАГИРОВАННОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

Г. М. АРУТЮНЯН *(Москва)*

В данной статье приводятся аналитические выражения для формы скачка при дифракции ударной волны произвольной интенсивности около малого угла, полученные на основании метода работы [1].

Воспользовавшись обозначениями работы [1], можно показать, что для $\varphi(x_1) = f(y(x_1))$ $(1 \leqslant x_1 < \infty)$ справедливы соотношения [1]

$$\begin{aligned}\varphi(x_1) = {}& \lambda_1 \left[\left(\frac{x_1-1}{x_1+1}\right)^{1/2} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x_1-1}{1-x_0}\right)^{1/2} - \frac{1}{2}\left(\frac{1-x_0}{1+x_0}\right)^{1/2} \ln\frac{\sqrt{1+x_1}-\sqrt{1+x_0}}{\sqrt{1+x_1}+\sqrt{1+x_0}}\right] + \\ & + \lambda_2\left[\left(\frac{x_1-1}{x_1+1}\right)^{1/2} \operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{x_1-1}}{\alpha} - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2-2}} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x_1+1}{\alpha^2-2}\right)^{1/2}\right] + \\ & + \lambda_3\left[\left(\frac{x_1-1}{x_1+1}\right)^{1/2} \operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{x_1-1}}{\beta} - \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2-2}} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x_1+1}{\beta^2-2}\right)^{1/2}\right] + \Phi(x_1, C_1, C_2)\end{aligned} \tag{1}$$

$$\Phi(x_1, C_1, C_2) = C_1\sqrt{\frac{(1-k^2)(x_1-1)}{x_1+1}} + C_2$$

если поток за набегающим скачком дозвуковой;

$$\begin{aligned}\varphi(x_1) = {}& \lambda_1 \left[\left(\frac{2}{x_1+1}\right)^{1/2} + \left(\frac{x_1-1}{x_1+1}\right)^{1/2} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x_1-1}{2}\right)^{1/2}\right] + \\ & + \lambda_2\left[\left(\frac{x_1-1}{x_1+1}\right)^{1/2} \operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{x_1-1}}{\alpha} - \frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2-2}} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x_1+1}{\alpha^2-2}\right)^{1/2}\right] + \\ & + \lambda_3\left[\left(\frac{x_1-1}{x_1+1}\right)^{1/2} \operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{x_1-1}}{\beta} - \frac{\beta}{\sqrt{\beta^2-2}} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x_1+1}{\beta^2-2}\right)^{1/2}\right] + \Phi(x_1, C_1, C_2)\end{aligned} \tag{2}$$

[1] В переменных x, y работы [1] уравнение скачка есть $x = k + f(y)$, при этом $0 \leqslant y \leqslant \sqrt{1-k^2}$, а $f(y)$ нужно определить.

если скорость потока за набегающим скачком равна скорости звука;

$$\varphi(x_1)=\lambda_1\left[\left(\frac{x_1-1}{x_1+1}\right)^{1/2}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x_1-1}{1-x_0}\right)^{1/2}-\left(\frac{x_0-1}{x_0+1}\right)^{1/2}\operatorname{arctg}\left(\frac{1+x_1}{-(1+x_0)}\right)^{1/2}\right]+$$

$$+\lambda_2\left[\left(\frac{x_1-1}{x_1+1}\right)^{1/2}\operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{x_1-1}}{\alpha}-\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2-2}}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x_1+1}{\alpha^2-2}\right)^{1/2}\right]+$$

$$+\lambda_3\left[\left(\frac{x_1-1}{x_1+1}\right)^{1/2}\operatorname{arc\,tg}\frac{\sqrt{x_1-1}}{\beta}-\frac{\beta}{\sqrt{\beta^2-2}}\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{x_1+1}{\beta^2-2}\right)^{1/2}\right]+\Phi(x_1,C_1,C_2)$$

если поток за набегающим скачком сверхзвуковой. В (1) — (3)

$$\lambda_1=\frac{2BC\delta(\alpha+\beta)}{(\alpha^2-1+x_0)(\beta^2-1+x_0)\sqrt{1-x_0}},\qquad \lambda_2=\frac{2BC\delta[D(\alpha^2-1+x_0)+1]}{\alpha(\alpha-\beta)(\alpha^2-1+x_0)}$$

$$\lambda_3=\frac{2BC\delta[D(\beta^2-1+x_0)+1]}{\beta(\beta-\alpha)(\beta^2-1+x_0)}$$

Константы C_1 и C_2, входящие в (1) — (3), находятся из условий $\varphi(\infty)=0$, $\varphi'(\infty)\,/\,y'(\infty)=0$ и равны

$$C_1=-\pi\varkappa\left(\frac{A_1}{\sqrt{1-x_0}}+\frac{A_2}{\alpha}+\frac{A_3}{\beta}\right)\tag{4}$$

при любой скорости потока за набегающим скачком;

$$C_2=-\sqrt{1-k^2}\left\{C_1+\pi\varkappa\left[\frac{A_1}{\sqrt{1-x_0}}+\frac{A_2}{\alpha}\left(1-\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2-2}}\right)+\frac{A_3}{\beta}\left(1-\frac{\alpha}{\sqrt{\beta^2-2}}\right)\right]\right\}\tag{5}$$

если скорость потока за набегающим скачком дозвуковая или звуковая; и

$$C_2=-\sqrt{1-k^2}\left\{C_1+\pi\varkappa\left[\frac{A_1}{\sqrt{1-x_0}}\left(1-\sqrt{\frac{x_0-1}{x_0+1}}\right)+\frac{A_2}{\alpha}\left(1-\frac{\alpha}{\sqrt{\alpha^2-2}}\right)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{A_3}{\beta}\left(1-\frac{\beta}{\sqrt{\beta^2-2}}\right)\right]\right\}\tag{6}$$

если скорость потока за набегающим скачком сверхзвуковая. В (4) — (6) введены следующие обозначения:

$$\varkappa=-\frac{BC\delta(\alpha+\beta)}{\sqrt{1-k^2}},\quad A_1=-\frac{1}{(\alpha^2-1+x_0)(\beta^2-1+x_0)}$$

$$A_2=\frac{1+D(\alpha^2-1+x_0)}{(\beta^2-\alpha^2)(\alpha^2-1+x_0)}\qquad A_3=-\frac{1+D(\beta^2-1+x_0)}{(\beta^2-\alpha^2)(\beta^2-1+x_0)}$$

Расчет величины $f(y)\,/\,\delta$ для случая воздуха ($\gamma=1.4$) показал, что ударные волны малой интенсивности являются выпуклыми по отношению к покоящемуся воздуху. Сильные же волны имеют точку перегиба, причем ниже этой точки, т. е. у стенки, они являются вогнутыми, а выше — выпуклыми. Точка перегиба имеет координату

$$y=\left[\frac{(1-k^2)[1+D(x_0-1)]}{1+D(x_0+1)}\right]^{1/2}\tag{7}$$

и существует только у тех ударных волн, у которых $x_0+D^{-1}>1$.

При $\delta<0$ формулы (1) — (3), очевидно, будут описывать форму ударной волны при маховском отражении. В заключение следует заметить, что при $M_1\to1$ (M_1 — число Маха потока за набегающим скачком) формулы (1) и (3) переходят в (2).

Поступило 23 XI 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Lighthill M. J. Difraction of blasts. Proc. Roy. Soc., 1949, vol. 198, No. 1055.