ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЛИЯНИЯ ВДУВА РАЗЛИЧНЫХ ГАЗОВ В ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ НА ТРЕНИЕ, ТЕПЛО- И МАССООБМЕН ПРИ СТЕПЕННОМ ИЗМЕНЕНИИ СКОРОСТИ ВНЕШНЕГО ПОТОКА

А. А. ФРОЛОВ *(Москва)*

Выводятся формулы, позволяющие определять влияние различных физических характеристик вдуваемого и внешнего газов на коэффициенты вдува при числе Маха, равном нулю, и температурном факторе, равном единице. Учитывая, что коэффициенты вдува для теплообмена очень слабо зависят от числа Маха и температурного фактора [1], полученные для них формулы можно рекомендовать и для других значений этих параметров.

Предлагаемый метод основан на получении поправок к решению уравнений пограничного слоя однородного газа при условии вдува через стенку с малым расходом другого газа. При этом линейная поправка дает коэффициенты вдува, квадратичная поправка дает уточнение следующего порядка и пределы применимости линейной поправки.

1. Система уравнений, описывающая пограничный слой смеси двух газов при числе Маха, равном нулю, в случае отсутствия химических реакций имеет вид

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+V\frac{\partial u}{\partial y_1}=\frac{\rho_e}{\rho}u_e\frac{\partial u_e}{\partial x}+\frac{\partial}{\partial y_1}\left(\frac{\mu}{\rho_e}\frac{\rho}{\rho_e}\frac{\partial u}{\partial y_1}\right)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial V}{\partial y_1}=0$$

$$u\frac{\partial c}{\partial x}+V\frac{\partial c}{\partial y_1}=\frac{\partial}{\partial y_1}\left[\left(\frac{\rho}{\rho_e}\right)^2 D\frac{\partial c}{\partial y_1}\right]$$

$$c_p\left(u\frac{\partial\theta}{\partial x}+V\frac{\partial c}{\partial y_1}\right)=\frac{\partial}{\partial y_1}\left(\frac{\lambda}{\rho_e}\frac{\rho}{\rho_e}\frac{\partial\theta}{\partial y_1}\right)+D\left(\frac{\rho}{\rho_e}\right)^2(c_{pi}-c_{pe})\frac{\partial c}{\partial y_1}\frac{\partial\theta}{\partial y_1} \qquad (1.1)$$

Здесь

$$y_1=\int_0^y\frac{\rho}{\rho_e}dy,\qquad u=\frac{1}{\rho_e}\frac{\partial\psi}{\partial y_1}$$

$$V=\frac{1}{\rho_e}\left(\rho v+\frac{\partial\psi}{\partial y_1}\frac{\partial y_1}{\partial x}\right),\qquad \theta=\frac{T-T_e}{T_w-T_e}(T_w,\ T_e-\text{const})$$

$$u(0)=0,\quad c(0)=c_w,\quad \theta(0)=1,\quad u(\infty)=u_e,\quad c(\infty)=0,\quad \theta(\infty)=0$$

$$V(0)=\frac{\rho_w v_w}{\rho_e}=-\left(\frac{\rho_w}{\rho_e}\right)^2\frac{D}{1-c_w}\frac{\partial c}{\partial y_1}(0)$$

$$\rho=\rho_e\left[1+c\left(\frac{M_e}{M_i}-1\right)\right]^{-1},\quad c_p=c_{pe}\left[1+c\left(\frac{c_{pi}}{c_{pe}}-1\right)\right]=$$

$$=c_{pe}\left\{1+c\left[\left(\frac{M_e}{M_i}-1\right)+\frac{M_e}{M_i}\left(\frac{n_i}{n_e}-1\right)\right]\right\}$$

Здесь c — концентрация вдуваемого газа, n — 2 — число степеней свободы однородного газа, e — внешний газ, i — вдуваемый.

При малом вдуве, чему соответствует и малое значение концентрации вдуваемого газа, переносные коэффициенты бинарной газовой смеси в квадратичном приближении можно представить в виде

$$\mu=\mu_e(1+a_1c+a_2c^2),\qquad \lambda=\lambda_e(1+b_1c+b_2c^2)$$

Аналогично

$$\rho=\rho_c\left[1-c\left(\frac{M_e}{M_i}-1\right)+c^2\left(\frac{M_e}{M_i}-1\right)^2\right]$$

Определив параметр разложения ε соотношением

$$c=\varepsilon\sigma_0+\varepsilon^2\sigma_1+\ldots$$

где $\sigma_0(0) = 1$, решение системы (1.1) ищем в виде

$$u = u_e(f_0' + \varepsilon f_1' + \varepsilon^2 f_2' + \ldots), \qquad \theta = \theta_0 + \varepsilon\theta_1 + \varepsilon^2\theta_2$$

Если $\varepsilon \sim x^k$, $u_e \sim x^m$ $(k \geqslant 0)$, то для нулевого и первого приближений можно получить

$$f_0''' + f_0 f_0'' + \beta(1 - f_0'^2) = 0 \qquad \left(\beta = \frac{2m}{m+1}\right)$$

$$P^{-1}\theta_0'' + f_0\theta_0' = 0 \qquad \left(P = \frac{c_{pe}\mu_e}{\lambda_e}\right) \tag{1.2}$$

$$f_0(0) = f_0'(0) = 0, \quad f_0'(\infty) = 1, \quad \theta_0(0) = 1, \quad \theta_0(\infty) = 0$$

$$f_1''' + f_0 f_1'' + f_0'' f_1 [1 + k(2-\beta)] - f_0' f_1' [2\beta - k(2-\beta)] =$$

$$= -S^{-1}\sigma_0'(0) f_0'' - \left[a_1 + \left(1 - \frac{M_e}{M_i}\right)\right](\sigma_0 f_0'')' + \beta\left(1 - \frac{M_e}{M_i}\right)\sigma_0$$

$$P^{-1}\theta_1'' + f_0\theta_1' - k(2-\beta) f_0'\theta_1 = -\theta_0'\left\{\frac{\sigma_0'(0)}{S} + [1 + k(2-\beta)] f_1\right\} -$$

$$-\left[b_1 + \left(1 - \frac{M_e}{M_i}\right)\right]\frac{(\sigma_0\theta_0')'}{P} + \left(\frac{c_{pi}}{c_{pe}} - 1\right)\left(\frac{1}{P}\sigma_0\theta_0'' - \frac{1}{S}\sigma_0'\theta_0'\right)$$

$$S^{-1}\sigma_0'' + f_0\sigma_0' - k(2-\beta) f_0'\sigma_0 = 0 \qquad \left(S = \frac{\mu_e}{\rho_e D}\right) \tag{1.3}$$

$$f_1(0) = f_1'(0) = f_1'(\infty) = \theta_1(0) = \theta_1(\infty) = 0$$

$$\sigma_0(0) = 1 \qquad \sigma_0(\infty) = 0$$

Здесь штрих означает производную по переменной

$$\xi = y_1\left[\frac{u_e(m+1)}{2\nu_e x}\right]^{1/2}$$

Так как уравнения системы (1.3) линейны, то можно в явном виде определить влияние различных физических параметров вдуваемого газа на профили скорости и температуры. Полагая

$$f_1 = \frac{\sigma_0'(0)}{S} f_{10} + \left(1 - \frac{M_e}{M_i}\right) f_{11} + a_1 f_{12}$$

$$\theta_1 = \frac{\sigma_0'(0)}{S}\theta_{10} + \left(1 - \frac{M_e}{M_i}\right)\theta_{11} + a_1\theta_{12} + b_1\theta_{13} + \frac{M_e}{M_i}\left(\frac{n_i}{n_e} - 1\right)\theta_{14} \tag{1.4}$$

получаем для функций f_{1j} и θ_{1j} соответствующие уравнения, уже не содержащие характерные физические параметры газа, кроме чисел P и S. Аналогичные уравнения были получены для квадратичного приближения.

Расход вдуваемого газа задается выражением

$$G = \rho_e D\left[\frac{u_e(m+1)}{2\nu_e x}\right]^{1/2} \varepsilon\left\{\sigma_0'(0) + \varepsilon\left[\sigma_1'(0) + \sigma_0'(0) + 2\left(1 - \frac{M_e}{M_i}\right)\sigma_0'(0)\right]\right\}$$

Если расход является степенной функций x, то

$$\sigma_1'(0) = -\sigma_0'(0) - 2\left(1 - \frac{M_e}{M_i}\right)\sigma_0'(0) \tag{1.5}$$

и, следовательно,

$$G \sim x^{k + 1/2(m-1)}$$

Соотношение (1.5) определяет граничное условие для функции σ_1 на стенке.

2. Формулы для коэффициентов трения, тепло- и массообмена принято представлять в виде функций от безразмерного расхода

$$G^0 = \frac{G c_{p0}}{\alpha_0}$$

Здесь α — коэффициент теплообмена, 0 — для непроницаемой стенки. Представленные в таком виде коэффициенты теплообмена, отнесенные к своему значению на непроницаемой поверхности, слабо зависят от числа Маха и температурного фактора [1].

Между параметром разложения системы (1.1) и безразмерным расходом G^0 можно найти соотношение

$$G^0 = \frac{\rho_e D\sigma_0'(0)c_{pe}}{\lambda_e\theta_0'(0)}\varepsilon = \frac{P\sigma_0'(0)}{S\theta_0'(0)}\varepsilon$$

Тогда для трения, теплового потока и коэффициента массообмена получаем

$$\tau = \tau_0(1+\gamma_{\tau1}G^0+\gamma_{\tau2}G^{02})$$
$$q = q_0(1+\gamma_{q1}G^0+\gamma_{q2}G^{02})$$
$$\beta = \beta_0(1+\gamma_{\beta1}G^0)$$

где наряду с общепринятым обозначением γ_τ, γ_q и γ_β для коэффициентов вдува, задающих линейную поправку, введены аналогичные обозначения для коэффициентов, задающих квадратичную поправку.

Используя представления (1.4), можно найти

$$\gamma_{\tau1} = \gamma_{\tau10} + (1-M_e/M_i)\gamma_{\tau11} + a_1\gamma_{\tau12}$$

$$\gamma_{q1} = \gamma_{q10} + \left(1-\frac{M_e}{M_i}\right)\gamma_{q11} + a_1\gamma_{q12} + b_1\gamma_{q13} + \frac{M_e}{M_i}\left(\frac{n_i}{n_e}-1\right)\gamma_{q14}$$

$$\gamma_{\beta1} = \gamma_{\beta10} + \left(1-\frac{M_e}{M_i}\right)\gamma_{\beta11} + a_1\gamma_{\beta12}$$

При таком представлении коэффициенты вдува γ_{ij} будут функциями только P, S, k и β и могут быть определены по данным численных расчетов уравнений, задающих f_{1j}, θ_{1j} и σ_{1j}.

В табл. 1 представлена зависимость γ_{ij} от β при $P=1$, $S=1$ для $k=0$, что соответствует автомодельному закону изменения вдува, и $k=(1-\beta)/(2-\beta)$, что соответствует случаю постоянного расхода газа через стенку. Влияние числа k было исследовано для случая $P=S=1$ при $\beta=1$ и $\beta=0$. Полученные результаты представлены в табл. 2.

В табл. 3 приведена зависимость коэффициентов γ_{ij} от числа S при $P=0.694$. Влияние числа S интересно потому, что оно может меняться на порядок в случаях вдува газов с малым и большим молекулярным весом, в то время как число P связано лишь с основным газом.

Аналогичные результаты были получены и для квадратичного приближения.

Если предположить, что влияние числа P на коэффициенты γ_{q1j} можно учесть введением для каждого коэффициента некоторого множителя, не зависящего от S, то, рассчитав этот множитель при $S=1$, для приведенных в табл. 3 зависимостей можно приближенно получить:

для передней критической точки

$$\gamma_{q10} = 0.723P^{-0.11}, \quad \gamma_{q11} = 0.640P^{-0.08}S^{0.05}, \quad \gamma_{q12} = -0.158P^{0.44}S^{0.63}$$
$$\gamma_{q13} = 0.399P^{-0.44}S^{0.47}, \quad \gamma_{q14} = -0.399P^{0.18}S^{-0.14}$$

для пластины с автомодельным вдувом

$$\gamma_{q10} = -0.723P^{-0.11}, \quad \gamma_{q11} = 0.640P^{-0.08}S^{0.05}, \quad \gamma_{q12} = -0.158P^{0.44}S^{0.63}$$
$$\gamma_{q13} = 0.399P^{-0.44}S^{0.47}, \quad \gamma_{q14} = -0.399P^{0.18}S^{-0.14}$$

для пластины с постоянным вдувом

$$\gamma_{q10} = -0.612P^{-0.14}, \quad \gamma_{q11} = 0.528P^{-0.09}S^{0.05}, \quad \gamma_{q12} = -0.120P^{-0.44}S^{0.68}$$
$$\gamma_{q13} = 0.324P^{-0.44}S^{0.47}, \quad \gamma_{q14} = -0.324P^{0.18}S^{-0.14}$$

При $P=0.694$ ошибка аппроксимации приведенных зависимостей не превышает 2% при изменении S от 0.194 до 1.2. Их справедливость для чисел S, отличных от единицы, была проверена только для передней критической точки. При этом оказалось, что приведенные поправки на влияние числа P действительно очень слабо зависят от числа S.

Можно заметить, что соответствующие коэффициенты вдува одинаково зависят от чисел P и S с небольшими изменениями в показателях степени, что говорит о том, что, вероятно, зависимость этих коэффициентов от чисел P и S близка к универсальной для всех β и k.

3. Было проведено сравнение коэффициентов вдува в передней критической точке, рассчитанных по полученным формулам, с аналогичными коэффициентами, приведенными в [2]. Вязкость и теплопроводность смеси при этом определялись по формулам

$$\mu = \left(\sum_i \frac{c_i}{\mu_i}\right)^{-1}, \qquad \lambda = \frac{1}{2}\left[\sum_i x_i\lambda_i + \left(\sum_i \frac{x_i}{\lambda_i}\right)^{-1}\right] \tag{3.1}$$

а свойства отдельных компонент — по данным работы [3]. Тогда для передней критической точки в случае, когда внешним газом является высокотемпературный воздух ($T = 1000°$ K), можно найти

$$\gamma_{q1} = 0.646 + 0.562\left(1 - \frac{M_e}{M_i}\right) - 0.125S^{0.58}\left(1 - \frac{\mu_e}{\mu_i}\right) +$$
$$+ 0.438S^{0.44}\frac{M_e}{2M_i}\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_l} - \frac{\lambda_e}{\lambda_i}\right) - 0.353S^{-0.16} \times \frac{M_e}{M_i}\left(\frac{n_i}{n_e} - 1\right) \tag{3.2}$$

Значения γ_{q1}, рассчитанные по формуле (3.2), равны в случае вдува в воздух воздуха — 0.646 (в работе [2] — 0.65), йода — 0.34 (—0.35), аргона — 0.54 (—0.56), неона — 0.534 (—0.57).

Таблица 1

β	1	0.3	0	−0.1	−0.18
k	0	0	0	0	0
$\gamma_{\tau 10}$	−0.266	−0.417	−0.723	−1.169	−4.383
$\gamma_{\tau 11}$	−0.056	0.045	0.241	0.518	2.491
$\gamma_{\tau 12}$	0.378	0.326	0.241	0.132	−0.599
γ_{q10}	−0.636	−0.665	−0.723	−0.795	−1.129
γ_{q11}	0.564	0.593	0.640	0.691	0.908
γ_{q12}	−0.109	−0.131	−0.158	−0.181	−0.269
γ_{q13}	0.382	0.390	0.399	0.405	0.417
γ_{q14}	−0.382	−0.390	−0.399	−0.405	−0.417
$\gamma_{\beta 10}$	−0.636	−0.665	−0.723	−0.795	−1.129
$\gamma_{\beta 11}$	0.564	0.594	0.646	0.711	0.908
$\gamma_{\beta 12}$	−0.109	−0.132	−0.158	−0.181	−0.269
β	1	0.3	0	−0.1	−0.18
h	0	0.41	0.50	0.52	0.54
$\gamma_{\tau 10}$	−0.266	−0.389	−0.512	−0.913	−2.954
$\gamma_{\tau 11}$	−0.056	0.069	0.204	0.371	1.485
$\gamma_{\tau 12}$	0.378	0.251	0.204	0.170	−0.016
γ_{q10}	−0.636	−0.582	−0.612	−0.666	−0.929
γ_{q11}	0.564	0.513	0.528	0.559	0.711
γ_{q12}	−0.109	−0.112	−0.120	−0.128	−0.158
γ_{q13}	0.382	0.333	0.324	0.325	0.335
γ_{q14}	−0.382	−0.333	−0.324	−0.325	−0.335
$\gamma_{\beta 10}$	−0.636	−0.516	−0.534	−0.583	−0.836
$\gamma_{\beta 11}$	0.564	0.456	0.460	0.489	0.636
$\gamma_{\beta 12}$	−0.109	−0.099	−0.104	−0.111	−0.139

Приведенные некоторые результаты показывают, что для вдува в воздух двухатомных газов с молекулярным весом, не меньшим молекулярного веса воздуха, расхождение результатов расчета по формуле (3.2) с численным расчетом работы [2] не превышает 2—3%, что является подтверждением слабой зависимости γ_q от температурного фактора.

Несколько худшее совпадение указанных расчетов наблюдается в случае вдува одноатомных газов. Здесь сказывается сильная зависимость теплоемкости воздуха от температуры при слабой аналогичной зависимости для одноатомных газов. Приведение данных для воздуха к 2000° K дает для случая вдува аргона $\gamma_{q1} = -0.543$, а к 2500° K $\gamma_{q1} = -0.557$ (в работе [2] $T_w = 1000°$ K, $T_e = 3000°$ K). Это указывает на то, что формула (3.2) может быть улучшена, если в ней соответствующие коэффициенты приведены к некоторой средней температуре (хотя бы среднеарифметической). Аналогично можно уточнить результат для вдува Ne. Например, при $T = 2000°$ K $\gamma_{q1} = -0.542$. Оставшееся большое расхождение расчета по формуле (3.2) с результатом работы [2] связано с тем, что молекулярный вес Ne меньше молекулярного веса воздуха, а при вдуве в воздух легких газов линейный характер зависимости q от G^0 нарушается, так что квадратичные по G^0 члены начинают играть заметную роль уже при малых G^0.

Совпадение результатов данной работы с результатами [2] возможно лишь при условии малого влияния квадратичных членов в довольно широкой области изменений G^0. Это связано с тем, что коэффициент γ_q получен в [2] на основе линейной аппроксимации зависимости коэффициента теплообмена от G^0, охватывающей большую область изменений G^0, в том числе и ту, где может быть велико влияние квадратичных членов.

Особенно велико это влияние для случая вдува в воздух очень легких газов, таких, как H_2 и He. Например, для случая вдува H_2 получается $\gamma_{q1} = 0.33$, а $\gamma_{q2} = -110$. Для случая вдува водорода и гелия γ_{q1} положительно. Это говорит о том,

Таблица 2

β	1				0		
k	1	2	3	4	1	2	3
$\gamma_{\tau 10}$	−0.254	−0.245	−0.238	−0.231	−0.547	−0.470	−0.424
$\gamma_{\tau 11}$	0.000	0.019	0.028	0.033	0.182	0.157	0.141
$\gamma_{\tau 12}$	0.254	0.208	0.18[illegible]	0.165	0.182	0.157	0.141
$\gamma_{q 10}$	−0.523	−0.464	−0.425	−0.396	−0.547	−0.470	−0.424
$\gamma_{q 11}$	0.462	0.408	0.373	0.347	0.467	0.398	0.357
$\gamma_{q 12}$	−0.093	−0.084	−0.077	−0.072	−0.102	−0.084	−0.074
$\gamma_{q 13}$	0.308	0.269	0.244	0.266	0.285	0.241	0.216
$\gamma_{q 14}$	−0.308	−0.269	−0.244	−0.266	−0.285	−0.241	−0.216
$\gamma_{\beta 10}$	−0.448	−0.379	−0.339	−0.313	−0.458	−0.381	−0.338
$\gamma_{\beta 11}$	0.397	0.335	0.299	0.275	0.390	0.322	0.285
$\gamma_{\beta 12}$	−0.081	−0.069	−0.062	−0.057	−0.085	−0.068	−0.059

Таблица 3

S	$\beta = 1$ $k = 0$			$\beta = 0$ $k = 0$			$\beta = 0$ $k = 1/2$		
	1.2	0.579	0.279	1.2	0.579	0.279	1.2	0.579	0.279
$\gamma_{\tau 10}$	−0.332	−0.332	−0.332	−0.915	−0.915	−0.915	−0.775	−0.775	−0.775
$\gamma_{\tau 11}$	0.060	−0.068	−0.061	0.329	0.249	0.183	0.275	0.211	0.156
$\gamma_{\tau 12}$	0.515	0.359	0.248	0.329	0.249	0.183	0.275	0.211	0.156
$\gamma_{q 10}$	−0.646	−0.646	−0.646	−0.753	−0.753	−0.753	−0.642	−0.642	−0.642
$\gamma_{q 11}$	0.563	0.559	0.560	0.662	0.641	0.624	0.549	0.529	0.511
$\gamma_{q 12}$	−0.139	−0.090	−0.05[illegible]	−0.207	−0.131	−0.083	−0.159	−0.098	−0.059
$\gamma_{q 13}$	0.472	0.351	0.25	0.508	0.364	0.257	0.413	0.296	0.209
$\gamma_{q 14}$	−0.341	−0.391	−0.43[illegible]	−0.361	−0.408	−0.449	−0.295	−0.331	−0.362
$\gamma_{\beta 10}$	0.880	−0.583	−0.393	−1.011	−0.684	−0.471	−0.745	−0.511	−0.359
$\gamma_{\beta 11}$	0.789	0.501	0.321	0.908	0.578	0.368	0.653	0.415	0.264
$\gamma_{\beta 12}$	−0.158	−0.086	−0.046	−0.230	−0.120	−0.068	−0.154	−0.083	−0.044

что в малой окрестности $G^0 = 0$ увеличение расхода вдуваемого газа приводит к увеличению теплового потока. Этот же результат был отмечен в работе [2]. Однако оказывается, что такое аномальное поведение теплового потока является следствием неприменимости формулы (3.1) для расчета теплопроводности смеси в рассматриваемом случае. Для случая вдува легких газов

$$\lambda = a \sum_i x_i \lambda_i + (1 - a) \left(\sum_i \frac{x_i}{\lambda_i} \right)^{-1} \tag{3.3}$$

где по данным [4] с точностью, достаточной для построения квадратичного приближения,

$$a = 0.32 - 0.2x \qquad \left(x = \frac{cM}{M_i} \right)$$

Если проводить расчет по формуле (3.3), то для вдува водорода

$$\gamma_{q1} = -1.86, \qquad \gamma_{q2} \approx -40$$

Для примера был также произведен расчет по рекомендованной в [5] формуле

$$\frac{\lambda}{\mu} = \left[\sum_i x_i \left(\frac{\mu_i}{\lambda_i} \right)^{1/2} \right]^{-2} \tag{3.4}$$

В этом случае для вдува водорода

$$\gamma_{q1} = -4.1, \qquad \gamma_{q2} \approx 1$$

Приведенные расчеты показывают, что при вдуве газа с малым молекулярным весом большое влияние на значение коэффициента вдува γ_q оказывает выбор расчетной формулы для определения теплопроводности смеси. При вдуве с большим молекулярным весом это влияние уменьшается, но все-таки остается существенным. Например, для случая вдува J_2 в воздух γ_{q1}, расчитанное с использованием (3.1), равно — 0.34, а с использованием (3.4) оно равно — 0.29.

В то же время формула (3.1) для определения вязкости смеси является достаточно точной при нахождении коэффициентов вдува. Так если за расчетную формулу для определения вязкости смеси взять формулу, полученную на основе кинетической теории газов [5], то для случая вдува водорода значение γ_{q1} изменится всего лишь на —0.03, а для вдува йода соответственно на 0.006.

Результаты данной работы были также применены для сравнения с результатами [2] по определению коэффициента γ_β.

Для случая вдува в воздух воздуха $\gamma_\beta = -0.59$ (в работе [2] — 0.67), йода —0.196 (—0.23), водорода —3.3 (—3.7).

Приведенные примеры показывают, что для всех рассчитанных случаев получается занижение приблизительно на 15% по сравнению с данными [2]. Это является следствием зависимости γ_β от температурного фактора: в предлагаемой работе $T_w / T_e = 1$, а в [2] $T_w / T_e = 1/3$.

Сравнение для пластины было проведено только для случая вдува воздуха в воздух. Это связано с недостаточностью точных данных для вдува других газов. При этом оказалось, что для случая автомодельного вдува при числе Маха, равном нулю, $\gamma_{q1} = -0.753$, $\gamma_{\tau1} = -0.915$. Для сравнения можно привести данные, полученные в результате численного расчета в работе [6]: $\gamma_{q1} = -0.76$, $\gamma_{\tau1} = -0.913$.

Поступило 25 X 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Мугалев В. П. Влияние вдувания различных газов на теплообмен вблизи передней критической точки затупленного тела. Изв. АН СССР, Механика, 1965, № 1.
2. Анфимов Н. А. Тепло- и массообмен в окрестности критической точки при вдуве и отсосе различных газов через поверхность тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 1.
3. Анфимов Н. А. Ламинарный пограничный слой в многокомпонентной смеси газов. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 1.
4. Бретшнайдер С. Свойства газов и жидкостей. М.— Л., «Химия», 1966.
5. Гиршфельдер Дж., Кертис У., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
6. Schlichting H., Bussman K. Exakte Losungen für die laminare — Reibugschicht min Absaund und Ausbeasen. Schriften d. dt. Acad. d. Luftfahrtfarschund, 1949, 1B, Bd. 2.

ОБ ОБОБЩЕНИИ РЕЛАКСАЦИОННОГО КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ КРУКА

Е. М. ШАХОВ (Москва)

Одним из наиболее существенных достижений в теории разреженных газов за последние 20 лет является модель Крука для уравнения Больцмана [1]. Модельное релаксационное уравнение Крука сохраняет все черты кинетического уравнения Больцмана, связанные со свободным движением молекул, и приближенно, среднестатистически, описывает столкновения молекул. Структура столкновительного члена в форме Крука наиболее проста из всех возможных, отвечающих сущности явления. Тщательное и всестороннее исследование модельного релаксационного уравнения [2–4], а также решение ряда задач для него способствовало более глубокому пониманию процессов, происходящих в разреженном газе. Однако количественные результаты, получаемые на основе модельного уравнения Крука, за исключением довольно редких случаев, должны отличаться от соответствующих результатов, основанных на точном решении уравнения Больцмана. По крайней мере, один из источников ошибок очевиден. Состоит он в том, что релаксационное уравнение при переходе к сплошной среде дает число Прандтля, равное единице, в то время как точное значение для одноатомного газа равно $^2/_3$.

В сравнительно недавней работе [5] Холуэй предложил использовать принцип максимальной вероятности для получения модельного кинетического уравнения, из которого следуют при переходе к сплошной среде выражения для тензора напряжений и вектора теплового потока с правильными коэффициентами вязкости и теплопроводности.