

Аналогично [1], здесь можно было бы учесть и диссипативные процессы внутри фазы (вязкость, теплопроводность, химические реакции), что не представляет затруднений. Здесь выделены лишь диссипативные процессы, связанные с взаимодействиями между фазами, которые обычно являются определяющими в многоскоростной гидромеханике.

В заключение автор благодарит В. Н. Николаевского и В. В. Гогосова за полезное обсуждение.

Поступило 27 II 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Гроот С. Р., Мазур П. Неравновесная термодинамика. М., «Мир», 1964.
2. Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
3. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1945.
4. Гайфорд Стивен Х. Явление конденсации при течении с большими скоростями. В сб.: «Основы газовой динамики». М., Изд-во иностр. лит., 1963.

ТЕПЛО-МАССООБМЕН И ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ ТЕЧЕНИИ ПО ТРУБЕ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

Ю. А. ГОСТИНЦЕВ (Москва)

Известно, что процессы тепло- и массообмена между жидкостью и стенками трубы можно значительно интенсифицировать, создавая в канале вращательное движение.

В настоящее время накоплено довольно много экспериментального материала по тепло-массообмену и гидравлическому сопротивлению при течении по трубам закрученного потока жидкости или газа [1-10].

Однако до сих пор не существует общих закономерностей, связывающих характеристики процессов переноса с интенсивностью вращения и числом Рейнольдса потока. В данной статье показано, что тепло-массообмен и гидравлическое сопротивление трубы можно описать едиными для осевого и закрученного турбулентных потоков жидкости критериальными зависимостями, если использовать в них эффективное значение числа Рейнольдса $R_* = R(1 + v_\phi^2/v_z^2)^{1/2}$ (здесь v_z — среднemasсовая скорость движения, а v_ϕ — скорость вращения жидкости у стенки).

Обработка известных экспериментальных данных подтверждает этот вывод.

Рассмотрим полностью развитый турбулентный поток вращающейся вязкой теплопроводной жидкости в круглой трубе с завихрителем. Как и при одномерном течении, теплообмен между стенками канала и потоком и гидравлическое сопротивление движению в этом случае будут в основном определяться процессами переноса в турбулентном пограничном слое на стенке трубы. Однако из-за возможности появления сложной картины вторичных течений, вызывающих дополнительный обмен количеством движения и энергией между пограничным слоем и ядром потока, точный расчет характеристик вихревой трубы в общем случае практически неосуществим. Поэтому в первом приближении будем пренебрегать влиянием вторичных течений на теплообмен и гидравлическое сопротивление при поступательно-вращательном движении жидкости в канале.

Стабилизированный турбулентный закрученный поток жидкости в трубе с завихряющей вставкой постоянного шага имеет спиральную структуру, причем величина относительной средней крутки v_ϕ/v_z и угол наклона линии тока результирующего движения у стенки в таком движении остаются вдоль трубы неизменными. Тогда, используя в качестве координатных линий винтовые линии тока s основного течения на поверхности канала и ортогональные к ним траектории y и x , устраним трансверсальную компоненту скорости у течения в пограничном слое и получим систему уравнений осредненного движения в виде

$$\frac{1}{H_s H_x} \frac{\partial}{\partial s} (H_x u) + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad \frac{u}{H_s} \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \tau_s}{\partial y}, \quad \frac{\partial p}{\partial s} = \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho \frac{U_0^2}{H_s} \frac{\partial H_s}{\partial y}$$

$$H_s = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} \left[1 + \left(\frac{2\pi}{h} \right)^2 \left(\frac{d}{2} - y \right)^2 \right]^{1/2}, \quad H_x = \frac{(d/2 - y) 4\pi}{h \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} \quad (1)$$

Здесь N_s и N_x — коэффициенты Ляме, h — шаг винтовой линии тока основного течения, $\tau_s = \nu \partial u / \partial y - \bar{u}'v'$ — касательное напряжение вдоль линии тока s .

Средняя суммарная скорость движения жидкости у внешней границы пограничного слоя равна

$$U_0 = v_z(1 + v_0^2 / v_z^2)^{1/2} = v_z(1 + \text{tg}^2 \alpha)^{1/2} \quad (2)$$

где величина v_z из-за равномерного распределения осевой скорости в ядре стабилизированного закрученного потока практически совпадает со среднемассовой скоростью.

Таким образом, задача о развитом турбулентном движении в трубе вращающейся жидкости в предположении об отсутствии вторичных течений сводится в первом приближении к решению уравнений турбулентного пограничного слоя на пластине, в которых в качестве линейного размера фигурирует путь s вдоль винтовой линии тока, а в качестве скорости на границе слоя — эффективная скорость течения U_0 .

Отсюда следует важный вывод о том, что в турбулентном закрученном потоке в некоторой области вне вязкого подслоя существует универсальный логарифмический закон распределения суммарной скорости

$$u = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}} \log \frac{y + \Delta}{\gamma}$$

(k , Δ и γ — постоянные)

Принимая для простоты степенное распределение скорости в пограничном слое $u / u_0 = (y / \delta)^{m/2 - m}$ (в диапазоне чисел $R = 10^4 - 10^5$ величина $m = 1/4$), несложно получить для толщины слоя и сопротивления трения выражения

$$\delta \sim s R_*^{-m/m+1}, \quad \tau_s \sim \rho U_0^2 R_*^{-m/m+1}$$

Здесь $R_* = U_0 s / \nu$ — число Рейнольдса, составленное по суммарной скорости и расстоянию вдоль линии тока.

Величина коэффициента гидравлического сопротивления трубы при движении в ней вращающегося потока определяется условием

$$\xi_s = \frac{2d}{\rho U_0^2} \frac{\Delta p}{\Delta s} \quad (3)$$

которое связано с общепринятым его определением при одномерном течении жидкости в трубе

$$\xi_0 = \frac{2d}{\rho v_z^2} \frac{\Delta p}{\Delta z} \quad (4)$$

соотношением $\xi_s / \xi_0 = (1 + \text{tg}^2 \alpha)^{-1/2}$. При этом зависимость коэффициента сопротивления вихревой трубы от эффективного числа Рейнольдса $R_* = R(1 + \text{tg}^2 \alpha)^{1/2}$ аналогична подобной зависимости в обычных трубах

$$\xi_s = \text{const } R_*^{-m} \quad (5)$$

Однако легко видеть, что если определять его величину по условию (4), то при равной среднемассовой скорости течения сопротивление при поступательно-вращательном движении будет больше, чем при одномерном течении в той же трубе, в $(1 + \text{tg}^2 \alpha)^{1/2(3-m)}$ раз.

Интенсивность теплопередачи при течении закрученной жидкости по трубе можно найти, воспользовавшись приближенным подобием полей температур и скоростей в турбулентном потоке при значениях числа Прандтля P , близких к единице [11]. Будем считать, как и при анализе трения в вихревой трубе, что рассеянием энергии в ядре потока можно пренебречь и теплообмен между жидкостью и стенкой можно определить состоянием пограничного слоя. Тогда для модифицированного числа Нуссельта $N_s = \beta s / \lambda$ (β — коэффициент теплоотдачи, λ — коэффициент теплопроводности) имеем зависимость

$$N_s = \text{const } \psi(P) \xi_s R_*$$

откуда с учетом (5) получим

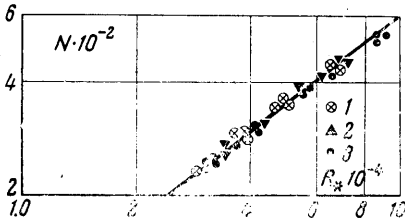
$$N = \beta d / \lambda = \text{const } \psi(P) R_*^{(1-m)} \quad (6)$$

Из (6) видно, что теплоотдача при турбулентном поступательно-вращательном движении жидкости по трубе в случае выполнения принятых в расчете ограничений возрастает в $(1 + \text{tg}^2 \alpha)^{1/2} (1 - m)$ раз по сравнению с обычным турбулентным потоком при одной и той же массовой скорости течения.

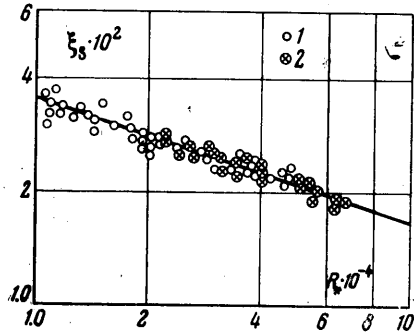
В том случае, когда число Прандтля сильно отличается от единицы, необходимо производить дополнительные выкладки с целью уточнения простейшей зависимости (6) [8].

Наличие многочисленных экспериментальных данных по тепло-массообмену и гидравлическому сопротивлению при движении по трубам турбулентных закрученных потоков позволяет проверить справедливость выражений (5) и (6).

Рассмотрим для примера работу [2], посвященную изучению процессов переноса при винтовом движении жидкости, которое создавалось тонкой металлической пластинкой, скрученной вдоль оси трубы. Эксперименты [2], проведенные на воде при числах Рейнольдса $R = 10^4 - 5 \cdot 10^4$, пока-



Фиг. 1



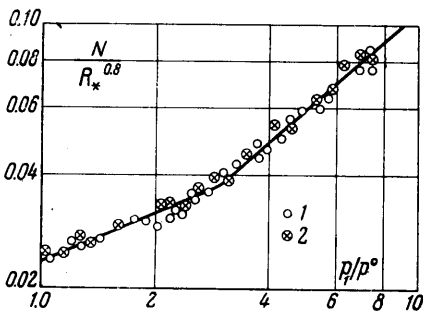
Фиг. 2

зали, что конвективная теплоотдача от нагретых стенок трубы к жидкости и гидравлическое сопротивление в винтовом потоке тем больше, чем интенсивнее вращение, но, как и при обычном турбулентном движении

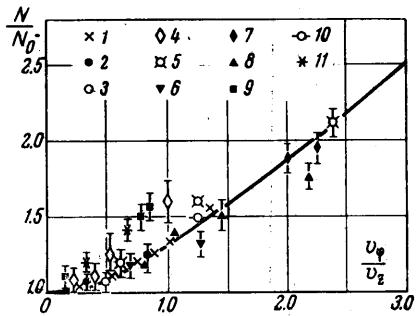
$$N \sim R_*^{0.80} \text{ и } \xi_s \sim R_*^{-0.25}$$

На фиг. 1 и 2 представлены данные этой работы, перестроенные с учетом (6) и (8) в координатах $N(R_*)$ и $\xi_s(R_*)$ (на фиг. 1 точки 1, 2, 3 соответствуют значениям параметра $h/d = \infty, 9.1$ и 4.2 соответственно; на фиг. 2 точки 1 и 2 соответствуют $h/d = \infty$ и 4.2).

Видно, что в соответствии со сделанными выводами конвективную теплоотдачу и гидравлическое сопротивление в трубе как в винтовом, так и в одномерном потоке в первом приближении можно описать едиными критериальными зависимостями при



Фиг. 3



Фиг. 4

использовании эффективного значения числа Рейнольдса R_* и эти зависимости для воды, согласно экспериментам [2], имеют вид

$$N = 0.021 R_*^{0.80} P_f^{0.45} (P_w/P_f)^{0.25}$$

$$\xi_s = 0.316 R_*^{-0.25}$$

Теплоотдача при течении турбулентного закрученного потока больше теплоотдачи при обычном течении примерно в $(1 + \text{tg}^2 \alpha)^{0.40}$ раз, а гидравлическое сопротивление (при его определении по (4)) в $(1 + \text{tg}^2 \alpha)^{1.375}$ раз.

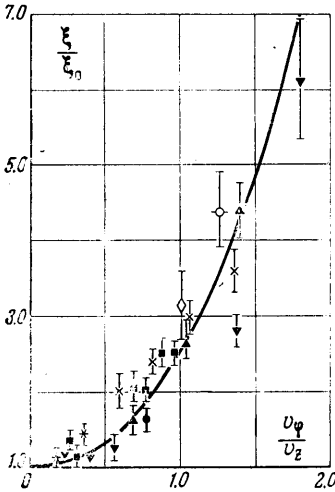
По аналогии с теплоотдачей, при течении закрученных потоков по трубе интенсифицируются и процессы массоотдачи. В работе [3], например, исследовался конвективный массообмен при испарении в закрученный поток воздуха воды, тонким слоем покрывающей внутреннюю поверхность нагреваемой снаружи вихревой трубы. Оказалось как и при обычном течении, интенсивность массообмена в вихревом потоке описывается зависимостью $N_D \sim BR^{0.80}$, но коэффициент B зависит от интенсивности вращения жидкости. При введении эффективного значения числа Рейнольдса данные [3] для относительно небольших степеней вращения можно описать единой зависимостью. Так, например, для вихревой трубы с $L/d = 50$ экспериментальные точки при разных интенсивностях вращения ложатся на одну прямую (фиг. 3)

$$N_D = cR_*^{0.80} (p_1 / p^0)^k$$

Здесь c — коэффициент, зависящий от L/d , p_1 — полное давление в смеси, а p^0 — среднелогарифмическое значение парциального давления инертного компонента (точки 1 на фиг. 3 соответствуют величине $\text{tg} \alpha = 0.4$, точки 2 — $\text{tg} \alpha = 1.2$).

Приведенные результаты из [2] и [3] не исчерпывают всего многообразия экспериментального материала по тепло-массообмену и гидравлическому сопротивлению при турбулентном течении по трубам вращающейся жидкости.

Нет необходимости здесь подробно рассматривать каждую из работ [1, 4-10], но фиг. 4 и 5, на которых нанесены соответственно данные [1-10] по тепло-массообмену и данные по сопротивлению подтверждают полученные в этой статье выводы о возможности построения единых критериальных зависимостей при введении эффективного значения числа Рейнольдса.



Фиг. 5

тепло-массообмену и данные по сопротивлению подтверждают полученные в этой статье выводы о возможности построения единых критериальных зависимостей при введении эффективного значения числа Рейнольдса.

Точки	Работа	Способ завихрения	Условия эксперимента	Числа R
1	[1]	Ленточный завихритель	Теплоотдача от воздуха к стенке	$10^3 - 10^4$
2	[2]	Ленточный завихритель	Теплоотдача к воде	$10^4 - 5 \cdot 10^4$
3	[3]	Тангенциальный ввод	Массоотдача от пленки воды к воздуху	$10^3 - 10^5$
4	[4]	Скрученная лента или шнек	Теплоотдача от воздуха	$3 \cdot 10^3 - 2 \cdot 10^4$
5	[5]	Лопаточный завихритель	Теплоотдача к воздуху	$5 \cdot 10^3 - 10^5$
6	[6]	Скрученная проволока или скрученная лента	Теплоотдача от воздуха и от воды	$10^4 - 1.5 \cdot 10^5$
7	[7]	Тангенциальный ввод	Абляция в потоке горячего газа	$10^5 - 10^6$
8	[8]	Ленточный завихритель	Теплоотдача от воздуха	$4 \cdot 10^3 - 4.5 \cdot 10^4$
9	[9]	Ленточный завихритель	Теплоотдача к воде и воздуху	$6 \cdot 10^3 - 6 \cdot 10^4$
10	[10]	Спиральная вставка	Теплоотдача от воды	—
11	[12]	Ленточный завихритель	Теплоотдача к воздуху	$3 \cdot 10^3 - 4 \cdot 10^4$

Работы, из которых взяты опытные точки, и условия, при которых они получены, указаны в таблице. Сплошные кривые на фиг. 4 и 5 дают соответственно теоретические значения

$$\frac{N}{N_0} = (1 + \text{tg}^2 \alpha)^{0.40}, \quad \frac{\xi}{\xi_0} = (1 + \text{tg}^2 \alpha)^{1.375}$$

Следует отметить, что вид (5,6) зависимостей $\xi_*(R_*)$ и $N(R_*)$ сохраняется и при стабилизированном ламинарном течении вращающейся жидкости в трубе, но при этом величина $m = 1$. В связи с этим коэффициент гидродинамического сопротивления при вращении жидкости должен быть больше его значения в одномерном потоке в $1 + \text{tg}^2 \alpha$ раз, а теплоотдача не должна зависеть от крутки, так как теоретически в таком течении число Нуссельта не зависит от числа Рейнольдса. Однако на

самом деле как при простом, так и при вращательном ламинарном течении жидкости с умеренными числами R в трубе экспериментально обнаруживается некоторая, хотя и более слабая, чем в турбулентном течении, зависимость $N(R)$. Согласно [12], эту зависимость можно описать формулой (6) с величиной параметра m , равной 0.5. Ламинарное течение закрученной жидкости по трубе, в отличие от турбулентного, экспериментально изучено недостаточно. Известна лишь одна работа, содержащая результаты измерений гидравлического сопротивления и теплоотдачи в ламинарном вращающемся потоке (в [10] изучалось винтовое движение в трубе вязкого трансформаторного масла с $P \gg 1.0$).

В соответствии с (5) оказалось, что при ламинарном поступательно-вращательном движении гидравлическое сопротивление, как и при одномерном течении, можно описать зависимостью $\xi \sim R^{-1.0}$, но в первом случае коэффициент сопротивления (если его определять по формуле (4)) в $(1 + \operatorname{tg}^2 \alpha)$ раз больше, чем во втором.

В заключение автор благодарит К. И. Щелкина за обсуждение проблемы и замечания.

Поступило 29 VII 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Evans S. I., Sarjant R. I. Heat transfer and turbulence in gases flowing inside tubes. J. Inst. Fuel. 1951, No. 139.
2. Ибрагимов М. Х., Номофилов Е. В., Субботин В. И. Теплоотдача и гидродинамическое сопротивление при винтовом движении жидкости в трубе. Теплоэнергетика, 1961, № 7.
3. Алимов Р. З. Конвективный массоперенос при испарительном охлаждении сильно нагреваемой поверхности закрученным двухфазным потоком. Инж.-физ. ж., 1967, т. 12, № 5.
4. Ермолин В. К. Интенсификация конвективного теплообмена в трубе в условиях закрученного потока с постоянным по длине шагом. Инж.-физ. ж., 1960, т. 11, № 3.
5. Делягин Г. Н. Конвективный теплообмен в завихренном потоке под давлением. Сб. «Тепло- и массообмен» т. 3. Минск, 1963.
6. Kreith F., Margolis D. Heat Transfer and Friction in Turbulent Vortex Flow. Appl. Sci. Res., Sect. A, 1959, vol. 8, No. 6.
7. Гостинцев Ю. А., Зайцев В. М., Марголин А. Д., Похил П. Ф. О теплоотдаче в трубе с разрушающимися стенками при течении вращающегося газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
8. Мигай В. К. Трение и теплообмен в закрученном потоке внутри трубы. Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1966, № 5.
9. Смитберг Е., Лэндис Ф. Трение и характеристики теплообмена при вынужденной конвекции в трубах с завихрителями. Теплопередача. Тр. Америк. о-ва инж.-механ., 1964, № 1.
10. Зозуля Н. В., Шкуратов Н. Я. Влияние спиральных вставок на теплоотдачу при движении вязкой жидкости внутри трубы. Сб. Теплофизика и теплотехника, Киев, «Наукова думка», 1964.
11. Кутателадзе С. С. Основы теории теплообмена. М., Машгиз, 1962.
12. Koch R. Druckverlust und Wärmeübergang Strömung. VDI — Forschungshetf 469, ser. B, 1958, vol. 24.
13. Михеев М. А. Расчетные формулы конвективного теплообмена. Изв. АН СССР, Энергетика и транспорт, 1966, № 5.

ОБ ОДНОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЖИДКОСТИ, СОВЕРШАЮЩЕЙ НЕМАЛЫЕ КОЛЕБАНИЯ В СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ

В. И. СТОЛБЕЦОВ, В. М. ФИШКИС

(Москва)

Строится система приближенных нелинейных уравнений, описывающих немалые колебания идеальной несжимаемой жидкости, частично заполняющей сферическую полость. Эти уравнения получены для случая, когда полость совершает небольшие гармонические поступательные перемещения с частотой, близкой к частоте колебаний жидкости по основному тону, в направлении, перпендикулярном градиенту поля массовых сил, действующих на жидкость.

1. В данной работе используется дополнительная кинематическая гипотеза, смысл которой заключается в том, что свободная поверхность жидкости в процессе движения последней остается все время плоской.

Как показывает тщательное изучение многочисленных фотоснимков формы свободной поверхности жидкости, колеблющейся на частотах, близких к частоте основ-