

НЕКОТОРЫЕ СООТНОШЕНИЯ НЕРАВНОВЕСНОЙ ТЕРМОДИНАМИКИ ДЛЯ ДВУХТЕМПЕРАТУРНОГО И ДВУХСКОРОСТНОГО ГАЗА С ФАЗОВЫМИ ПЕРЕХОДАМИ

Р. И. НИГМАТУЛИН (Москва)

Изучается неравновесная термодинамика двухфазных сред с неравновесными фазовыми переходами. На основании предположения локального (в точке) равновесия в пределах фазы и предположения аддитивности по массе энтропии смеси по фазам получено выражение для производства энтропии смеси.

Рассматривается движение таких сред, выводятся формулы для термодинамических сил трения, теплообмена, конденсации и испарения.

1. Согласно основным положениям термодинамики для всякой макроскопической системы можно ввести некоторую функцию состояния S -энтропию системы; причем при введении энтропии полагается, что хотя полная система и не находится в равновесном состоянии, тем не менее в ней существуют малые элементы массы, которые находятся в состоянии «локального» равновесия и для которых местная энтропия (в точке) является той же самой функцией от тех же аргументов (в точке), что и в состоянии полного равновесия. В частности, считается, что остается справедливым основное соотношение равновесной термодинамики теперь уже для элемента массы вдоль пути его центра масс [1]

$$T \frac{ds}{dt} = \frac{de}{dt} + p \frac{dv}{dt} - \sum_{k=1}^n \mu_k \frac{dc_k}{dt}$$

Для многотемпературной и многоскоростной сплошной среды такой подход несколько осложняется, так как в каждой точке имеется несколько температур и скоростей. Предполагая локальное равновесие в пределах одной фазы, будем считать, что местная энтропия данной фазы будет той же самой функцией от тех же аргументов (характеризующих состояние именно этой фазы), что и для изолированной фазы в состоянии равновесия, а энтропию всей смеси, положим равной сумме энтропий составляющих компонент, т. е. для малого элемента смеси

$$S d\tau = \rho s d\tau = \sum_{j=1}^n \rho_j s_j d\tau \quad \left(\rho = \sum_{j=1}^n \rho_j \right) \quad (1.1)$$

Здесь S и s — энтропия смеси, отнесенная, соответственно, к единице объема и к единице массы (удельная энтропия) смеси; s_j — удельная энтропия j -й фазы; ρ и ρ_j — средняя плотность смеси и j -й фазы в объеме $d\tau$, соответственно. Последнее допущение справедливо, когда можно пренебречь влиянием взаимодействия между фазами вдоль поверхностного слоя (его толщина порядка 10^{-9} м) раздела фаз. Однако в тех случаях, когда эти явления имеют значение (размеры капель порядка 10^{-8} м), смесь практически перестает быть многоскоростной и многотемпературной, так как скорости и температуры капель (частиц) совпадают с их значениями для несущего потока.

Найдем скорость изменения энтропии вещества, заключенного в некоторый момент времени t в некотором объеме $d\tau$, для чего рассмотрим выделенное вещество в два близких момента времени t и $t' = t + dt$

$$\rho s d\tau = \sum_{j=1}^n \rho_j s_j d\tau, \quad \rho' s' d\tau' = \sum_{j=1}^n \rho'_j s'_j d\tau' \quad (1.2)$$

Так как рассматривается фиксированная масса смеси, имеем

$$\rho d\tau = \rho' d\tau' \quad (1.3)$$

и, кроме того,

$$\rho'_j d\tau' = \rho_j d\tau + \sum_{i=1, i \neq j} (J_{ij} - J_{ji}) d\tau dt \quad (1.4)$$

где J_{ij} — скорость, отнесенная к единице объема и времени, образования j -й фазы из i -й. Вычитая уравнения (1.2) и разделив полученное выражение на dt и $d\tau$, получим

$$\rho \frac{D_s}{Dt} = \sum_{j=1}^n \rho_j \frac{D_j s_j}{Dt} + \sum_{j=1}^n \sum_{i=1, i \neq j} (J_{ij} - J_{ji}) s_j \quad (1.5)$$

Здесь Ds/Dt — субстанциональная производная, связанная с веществом всей смеси, заключенным в начальный момент времени в некотором объеме. Далее

$$\frac{D_j}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_j \cdot \nabla)$$

субстанциональная производная, связанная с j -й фазой, заключенной в начальный момент времени в том же объеме. Фактически (1.5) есть определение Ds/Dt , где s — любая аддитивная по массе входящих в смесь фаз функция. Это выражение также можно получить, рассматривая геометрически фиксированный объем τ . Тогда уравнение сохранения S

$$\int_{\tau} \frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{j=1}^n \rho_j s_j \right) d\tau = - \int_{\tau} \sum_{j=1}^n \rho_j s_j v_{jn} dS + \int_{\tau} \rho \frac{Ds}{Dt} d\tau \quad (1.6)$$

где последний член дает изменение S , не связанное с переносом вещества. Переходя к дифференциальной форме и используя уравнения масс (аналогично [2]), получим (1.5).

Далее, привлекая допущение «локального, фазового» равновесия и считая, что s_j будет той же самой функцией e_j (внутренняя энергия) и ρ_j° (истинная плотность), что и в состоянии полного равновесия, т. е. равенство

$$T_j \frac{D_j s_j}{Dt} = \frac{D_j e_j}{Dt} + \frac{\delta W_j}{Dt} - \sum_{h=1}^m \mu_{jh} \frac{D_j c_{jh}}{Dt} \quad (1.7)$$

справедливо для элемента массы j -й фазы вдоль пути его центра масс. Здесь второе слагаемое в правой части есть равновесная часть работы на деформацию элемента j -й фазы, а третье слагаемое обусловлено химическими реакциями внутри j -й фазы.

2. Рассмотрим уравнение баланса энтропии для двухскоростной и двухтемпературной модели с фазовыми переходами применительно к смеси газа с каплями или частицами. Основные уравнения гидромеханики [2] для такой модели.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla(\rho_1 \mathbf{v}_1) &= J^{\circ} - J_0, & \frac{\partial \rho_2}{\partial t} + \nabla(\rho_2 \mathbf{v}_2) &= J_0 - J^{\circ} \\ \rho_1 \frac{D_1 v_1}{Dt} &= -\alpha \nabla p - \rho_2 \mathbf{f} + J^{\circ} (\mathbf{v}_2' - \mathbf{v}_1) - J_0 (\mathbf{v}_1' - \mathbf{v}_1) + \rho_1 \mathbf{F}_1 \\ \rho_2 \frac{D_2 v_2}{Dt} &= -(1-\alpha) \nabla p + \rho_2 \mathbf{f} + J_0 (\mathbf{v}_1' - \mathbf{v}_2) - J^{\circ} (\mathbf{v}_2' - \mathbf{v}_2) + \rho_2 \mathbf{F}_2 \\ \rho_1 \frac{D_1}{Dt} \left(i_1 + \frac{\mathbf{v}_1^2}{2} \right) + \rho_2 \frac{D_2}{Dt} \left(i_2 + \frac{\mathbf{v}_2^2}{2} \right) &= \frac{\partial p}{\partial t} + (J_0 - J^{\circ}) \left(i_1 - i_2 + \frac{\mathbf{v}_1^2 - \mathbf{v}_2^2}{2} \right) + \\ &+ \rho_1 \mathbf{F}_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 \mathbf{F}_2 \mathbf{v}_2 + \rho_1 Q_1 + \rho_2 Q_2 \\ \rho_2 \frac{D_2 e_2}{Dt} &= \rho_2 q + \rho_2 Q_2 + J_0 (e_1' - e_2) - J^{\circ} (e_2' - e_2) + J_0 \left(\frac{1}{\rho_1^{\circ}} - \frac{1}{\rho_2^{\circ}} \right) - J^{\circ} \left(\frac{1}{\rho_1^{\circ'}} - \frac{1}{\rho_2^{\circ'}} \right) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь фазовые переходы условно разбиты на две реакции (каждая из которых имеет прямую и обратную реакции): 1) образование второй фазы из первой со скоростью $J_0 \geq 0$, в результате чего из первой фазы во вторую в единицу времени в единице объема уходит масса J_0 , импульс $J_0 \mathbf{v}_1'$ и внутренняя энергия $J_0 e_1'$; 2) образование первой фазы из второй со скоростью $J^{\circ} \geq 0$, в результате чего из второй фазы в первую уходит масса J° , импульс $J^{\circ} \mathbf{v}_2'$, внутренняя энергия $J^{\circ} e_2'$. Наиболее естественным [2] будет допущение

$$e_1' = e_{2s}, \quad e_2' = e_{1s}, \quad \mathbf{v}_1' = \mathbf{v}_2' = \mathbf{v}_2, \quad \rho_1^{\circ'} = \rho_{1s}^{\circ} \quad (2.2)$$

Индекс s относится к состоянию насыщения. При заданных уравнениях состояния фаз, а также соотношениях, выражающих взаимодействие между фазами (\mathbf{f} , q , J_0 , J° , \mathbf{v}_i' , e'), система дифференциальных уравнений (2.1) замкнута.

Из (2.1) легко получить уравнение для внутренней энергии первой фазы (газа)

$$\begin{aligned} \rho_1 \frac{D_1 e_1}{Dt} &= -p \left\{ \nabla [\alpha \mathbf{v}_1 + (1-\alpha) \mathbf{v}_2] + J_0 \left(\frac{1}{\rho_1^{\circ}} - \frac{1}{\rho_2^{\circ}} \right) - J^{\circ} \left(\frac{1}{\rho_1^{\circ'}} - \frac{1}{\rho_2^{\circ'}} \right) \right\} + \\ &+ \rho_2 \mathbf{f} (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) - \rho_2 q + J_0 (e_1 - e_1') - J^{\circ} (e_1 - e_2') + \\ &+ 1/2 (J_0 - J^{\circ}) (\mathbf{v}_2^2 - \mathbf{v}_1^2) + (J_0 \mathbf{v}_1' - J^{\circ} \mathbf{v}_2') (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2) + \rho_1 Q_1 \end{aligned} \quad (2.3)$$

Уравнение (1.7) применительно к первой и второй фазам запишется, соответственно, в виде (в обоих случаях $m = 1$)

$$T_1 \frac{D_1 s_1}{Dt} = \frac{D_1 e_1}{Dt} + p \{ \nabla [\alpha v_1 + (1 - \alpha) v_2] \} + \left\{ p J_0 \left(\frac{1}{\rho_1^\circ} - \frac{1}{\rho_2^\circ} \right) - p J^\circ \left(\frac{1}{\rho_1^{\circ'}} - \frac{1}{\rho_2^{\circ'}} \right) \right\}, \quad T_2 \frac{D_2 s_2}{Dt} = \frac{D_2 e_2}{Dt} \quad (2.4)$$

Здесь в случае первой фазы первое выражение в фигурных скобках — работа сил давления газа на деформацию элемента первой фазы из-за подвижности внешних границ; второе выражение в фигурных скобках — работа сил давления газа на деформацию не реагирующей части первой фазы из-за фазовых переходов (из-за подвижности внутренних границ первой фазы). Далее $\delta W_2 / Dt = 0$, так как вещество второй фазы принималось несжимаемым ($\rho_2^\circ = \text{const}$).

Уравнение (1.5) в рассматриваемом случае

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = \rho_1 \frac{D_1 s_1}{Dt} + \rho_2 \frac{D_2 s_2}{Dt} + (J_0 - J^\circ) (s_2 - s_1) \quad (2.5)$$

Отсюда с учетом (2.3), (2.4) и последнего уравнения (2.1), получим явную форму уравнения баланса энтропии

$$\begin{aligned} \rho \frac{Ds}{Dt} = & \frac{\rho_1 Q_1}{T_1} + \frac{\rho_2 Q_2}{T_2} + \frac{\rho_2 f (v_1 - v_2)}{T_1} + \frac{\rho_2 q (T_1 - T_2)}{T_1 T_2} + \\ & + J_0 \left[s_2 - s_1 + \frac{e_1 - e_1'}{T_1} + \frac{e_1' - e_2}{T_2} + \frac{p}{T_2} \left(\frac{1}{\rho_1^\circ} - \frac{1}{\rho_2^\circ} \right) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2T_1} + \frac{v_1' (v_1 - v_2)}{T_1} \right] + \\ & + J^\circ \left[s_1 - s_2 + \frac{e_2' - e_1}{T_1} + \frac{e_2 - e_2'}{T_2} - \frac{p}{T_2} \left(\frac{1}{\rho_1^{\circ'}} - \frac{1}{\rho_2^{\circ'}} \right) - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2T_1} - \frac{v_2' (v_1 - v_2)}{T_1} \right] \end{aligned} \quad (2.6)$$

В результате получим следующее выражение для потока и производства энтропии:

$$\begin{aligned} \rho \frac{D^e s}{Dt} = & \frac{\rho_1 Q_1}{T_1} + \frac{\rho_2 Q_2}{T_2}, \quad \rho \frac{D^i s}{Dt} = f X_f + q X_q + J_0 X_0 + J^\circ X^\circ \\ X_f = & \frac{\rho_2 (v_1 - v_2)}{T_1}, \quad X_q = \frac{\rho_2 (T_1 - T_2)}{T_1 T_2} \\ X_0 = & s_2 - s_1 + \frac{e_1 - e_1'}{T_1} + \frac{e_1' - e_2}{T_2} + \frac{1}{T_2} \left(\frac{1}{\rho_1^\circ} - \frac{1}{\rho_2^\circ} \right) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2T_1} + \frac{v_1' (v_1 - v_2)}{T_1} \\ X^\circ = & s_1 - s_2 + \frac{e_2' - e_1}{T_1} + \frac{e_2 - e_2'}{T_2} - \frac{p}{T_2} \left(\frac{1}{\rho_1^{\circ'}} - \frac{1}{\rho_2^{\circ'}} \right) - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2T_1} - \frac{v_2' (v_1 - v_2)}{T_1} \end{aligned} \quad (2.7)$$

3. Как видно из (2.7), производство энтропии представляет собой сумму произведений термодинамических сил ($X = X_f, X_q, X_0, X^\circ$) на потоки ($J = f, q, J_0, J^\circ$).

Если ограничиться линейной областью, то в самом общем случае термодинамические потоки представляются в виде линейных форм от термодинамических сил [1], а для производства энтропии получается квадратичное по термодинамическим силам выражение, которое должно быть неотрицательно определенным. Принимая принцип Кюри для изотропной среды, по которому потоки и термодинамические силы различной тензорной размерности не могут быть связаны друг с другом, имеем, что сила трения между фазами зависит только от X_f

$$f = L_{ff} \rho_2 (v_1 - v_2) / T_1 \quad (L_{ff} \geq 0) \quad (3.1)$$

а остальные потоки от X_f не зависят. Уравнение (3.1) дает линейную зависимость силы трения между фазами от разницы скоростей фаз. Эта зависимость соответствует зависимости для коэффициента трения C_d в виде [2] $C_d = A / N_{\text{Re}}$. Так как очень часто $v_1 - v_2$ может быть значительным, то приходится привлекать нелинейные соотношения для f , но необходимо, чтобы $f(v_1 - v_2) \geq 0$.

Если отвлечься от перекрестных эффектов и считать, что термодинамические потоки (q , J_0 , J°) зависят лишь от соответствующих им термодинамических сил, то получим

$$\begin{aligned} q &= L_{qq} X_q \\ J_0 &= L_{00} X_0 \quad (X_0 < 0), \quad J_0 = 0 \quad (X_0 \geq 0) \\ J^\circ &= L^{\circ\circ} X^\circ \quad (X^\circ > 0), \quad J^\circ = 0 \quad (X^\circ \leq 0) \end{aligned} \quad (3.2)$$

причем все коэффициенты L_{qq} , L_{00} , $L^{\circ\circ}$ — неотрицательны, так как это необходимо, чтобы производство энтропии было неотрицательным.

Используем обычные уравнения состояния

$$\begin{aligned} p &= \rho_1^\circ R_1 T_1, \quad \rho_2^\circ = \text{const} \\ i_1(p, T_1) &= c_2(T_s - T^\circ) + p / \rho_2^\circ + l(p) + c_{p1}(T_1 - T_s) \\ i_2(p, T_2) &= c_2(T_2 - T^\circ) + p / \rho_2^\circ, \quad s_2(p, T_2) = c_2 \ln T_2 / T^\circ \\ s_1(p, T_1) &= c_2 \ln(T_s / T^\circ) + l(p) / T_s + c_{p1} \ln(T_1 / T_s) \end{aligned} \quad (3.3)$$

и будем считать справедливым (2.2). Введем обозначения

$$\delta_1 = (T_1 - T_s) / T_s, \quad \delta_2 = (T_2 - T_s) / T_s \quad (3.4)$$

и рассмотрим наиболее распространенный случай, когда температуры фаз в смеси не очень сильно отличаются одна от другой и от температуры насыщения T_s , т. е. $\delta_1 \ll 1$, $\delta_2 \ll 1$. Тогда из (2.7) с учетом (3.3) и (3.4) получим выражения для термодинамических сил

$$\begin{aligned} X_0 &= -\frac{l - p\Delta v}{T_s} \delta_1 - \frac{p\Delta v}{T_s} \delta_2 - \frac{(v_1 - v_2)^2}{2T_s} \\ X^\circ &= \frac{l}{T_s} \delta_2 + R_1 \delta_1 + \frac{(v_1 - v_2)^2}{2T_s} \quad \left(\Delta v = \frac{1}{\rho_1^\circ} - \frac{1}{\rho_2^\circ} \right) \end{aligned} \quad (3.5)$$

В работе [2] для X_0 и X° принималось

$$X_0 = -l\delta_1 / T_s, \quad X^\circ = l\delta_2 / T_s \quad (3.6)$$

Соотношения (3.5) и (3.6) обычно близки между собой, так как $p\Delta v / T_s \approx R_1 \ll l$ и составляющие за счет разности скоростей часто малы. Несовпадение скоростей фаз при прочих равных условиях уменьшает X_0 и увеличивает X° , т. е. замедляет конденсацию и ускоряет испарение. Следует отметить, что соотношения (3.5) используют больше информации о состоянии среды в точке.

В тех случаях, когда перегрев или переохлаждение являются значительными ($\delta_1, \delta_2 \sim 1$), а поверхность раздела фаз недостаточно велика, может происходить так называемая «гомогенная» конденсация (испарение) с образованием зародышей критического размера, на которых в дальнейшем также происходят фазовые переходы. Так как вновь образовавшиеся капли обычно имеют очень малые размеры (будем их рассматривать как третью фазу) по сравнению с размерами капель, ранее имевшихся в смеси, то можно считать $v_3 = v_1$, $T_3 = T_1$. Тогда уравнение сохранения масс, импульсов и энергий для первой и третьей фаз можно объединить. В результате для рассматриваемой модели в системе (2.1) вместо ρ_1 следует подставить $\rho_1 + \rho_3$, а в уравнении энергии всей смеси необходимо учесть образование или испарение третьей фазы со скоростью J_3 ($J_3 > 0$ — в случае «гомогенной» конденсации, $J_3 < 0$ — в случае гомогенного испарения), т. е. вместо пятого уравнения (2.1) следует записать

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^3 \rho_j \frac{D_j}{D_t} \left(i_j + \frac{v_j^2}{2} \right) &= \frac{\partial p}{\partial t} + (J_0 - J^\circ) \left(i_1 - i_2 + \frac{v_1^2 - v_2^2}{2} \right) + J_3 (i_1 - i_3) + \\ &+ \sum_{j=1}^3 \rho_j (F_j v_j + Q_j) \quad (v_3 = v_1, T_3 = T_1) \end{aligned}$$

Соотношения для J_3 с учетом кинетики образования зародышей рассматривались Я. И. Френкелем [3] и использовались К. Осватичем для расчетов скачков конденсации. Обзор таких работ имеется в [4].

Аналогично [1], здесь можно было бы учесть и диссипативные процессы внутри фазы (вязкость, теплопроводность, химические реакции), что не представляет затруднений. Здесь выделены лишь диссипативные процессы, связанные с взаимодействиями между фазами, которые обычно являются определяющими в многоскоростной гидромеханике.

В заключение автор благодарит В. Н. Николаевского и В. В. Гогосова за полезное обсуждение.

Поступило 27 II 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Гроот С. Р., Мазур П. Неравновесная термодинамика. М., «Мир», 1964.
2. Нигматулин Р. И. Уравнения гидромеханики и волны уплотнения в двухскоростной и двухтемпературной сплошной среде при наличии фазовых превращений. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
3. Френкель Я. И. Кинетическая теория жидкостей. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1945.
4. Гайфорд Стивер Х. Явление конденсации при течении с большими скоростями. В сб.: «Основы газовой динамики». М., Изд-во иностр. лит., 1963.

ТЕПЛО-МАССООБМЕН И ГИДРАВЛИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ПРИ ТЕЧЕНИИ ПО ТРУБЕ ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ

Ю. А. ГОСТИНЦЕВ (Москва)

Известно, что процессы тепло- и массообмена между жидкостью и стенками трубы можно значительно интенсифицировать, создавая в канале вращательное движение.

В настоящее время накоплено довольно много экспериментального материала по тепло-массообмену и гидравлическому сопротивлению при течении по трубам закрученного потока жидкости или газа [1-10].

Однако до сих пор не существует общих закономерностей, связывающих характеристики процессов переноса с интенсивностью вращения и числом Рейнольдса потока. В данной статье показано, что тепло-массообмен и гидравлическое сопротивление трубы можно описать едиными для осевого и закрученного турбулентных потоков жидкости критериальными зависимостями, если использовать в них эффективное значение числа Рейнольдса $R_* = R(1 + v_\phi^2/v_z^2)^{1/2}$ (здесь v_z — среднemasсовая скорость движения, а v_ϕ — скорость вращения жидкости у стенки).

Обработка известных экспериментальных данных подтверждает этот вывод.

Рассмотрим полностью развитый турбулентный поток вращающейся вязкой теплопроводной жидкости в круглой трубе с завихрителем. Как и при одномерном течении, теплообмен между стенками канала и потоком и гидравлическое сопротивление движению в этом случае будут в основном определяться процессами переноса в турбулентном пограничном слое на стенке трубы. Однако из-за возможности появления сложной картины вторичных течений, вызывающих дополнительный обмен количеством движения и энергией между пограничным слоем и ядром потока, точный расчет характеристик вихревой трубы в общем случае практически неосуществим. Поэтому в первом приближении будем пренебрегать влиянием вторичных течений на теплообмен и гидравлическое сопротивление при поступательно-вращательном движении жидкости в канале.

Стабилизированный турбулентный закрученный поток жидкости в трубе с завихряющей вставкой постоянного шага имеет спиральную структуру, причем величина относительной средней крутки v_ϕ/v_z и угол наклона линии тока результирующего движения у стенки в таком движении остаются вдоль трубы неизменными. Тогда, используя в качестве координатных линий винтовые линии тока s основного течения на поверхности канала и ортогональные к ним траектории y и x , устраним трансверсальную компоненту скорости у течения в пограничном слое и получим систему уравнений осредненного движения в виде

$$\frac{1}{H_s H_x} \frac{\partial}{\partial s} (H_x u) + \frac{\partial v}{\partial y} = 0, \quad \frac{u}{H_s} \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial \tau_s}{\partial y}, \quad \frac{\partial p}{\partial s} = \frac{\partial p}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial p}{\partial y} = \rho \frac{U_0^2}{H_s} \frac{\partial H_s}{\partial y}$$

$$H_s = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} \left[1 + \left(\frac{2\pi}{h} \right)^2 \left(\frac{d}{2} - y \right)^2 \right]^{1/2}, \quad H_x = \frac{(d/2 - y) 4\pi}{h \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}} \quad (1)$$