

## РАЗРУШЕНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ ИЗ МАТЕРИАЛА СЛОЖНОГО ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА В ПОТОКЕ ЧАСТИЧНО ИОНИЗОВАННОГО ВОЗДУХА

В. М. ОВСЯННИКОВ, Г. А. ТИРСКИЙ

(Москва)

Приводится постановка и численное решение задачи разрушения осесимметричного тела вращения в потоке ионизованного воздуха. Представлены уравнения для вычисления диффузионных потоков или обобщенных чисел Шмидта для случая амбиполярной диффузии в многокомпонентной частично ионизованной смеси при наличии ионов различных сортов, отличающихся по массе и заряду. Для класса материалов, состоящих из химических элементов Н, С, N, О, обсуждается кинетическое условие разрушения, применяющееся для замыкания системы граничных условий, в виде зависимости линейной скорости разрушения от температуры поверхности, давления газа и размеров тела. В качестве примера приведены результаты расчета разрушения сферы из материала, близкого по свойствам к текстолиту, в потоке воздуха с температурой торможения 14 000° К. Получено, что распределение скорости разрушения по поверхности сферы почти не зависит от вида материала, параметров набегающего потока и с точностью 10% совпадает с распределением тепловых потоков к неразрушаемому телу. Исследуется обобщенная аналогия коэффициентов массообмена в окрестности передней точки растекания.

**1. Основные уравнения и граничные условия.** Макроскопические уравнения, описывающие движение частично ионизованной однотемпературной газовой смеси, представляют собой обычные уравнения течения многокомпонентного газа, на которые наложено дополнительное условие электрической нейтральности смеси, а коэффициенты переноса и диффузионные потоки вычисляются особым образом. В формулах для вычисления диффузионных потоков должно учитываться наличие электрического поля  $E$ , возникновение которого связано с разделением зарядов вследствие разной подвижности ионов и электронов. Как известно из теории плазмы, это электрическое поле приводит к совместной диффузии ионов и электронов, при этом электрический ток поперек пограничного слоя отсутствует. Диффузия заряженных компонент, подчиняющаяся таким ограничениям, называется амбиполярной.

При отсутствии внешних электрических и магнитных полей, пренебрежении эффектом термодиффузии и химическими реакциями уравнения частично ионизованного ламинарного двумерного пограничного слоя, содержащего  $N$  химических компонент, будут иметь вид [1]

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u r_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v r_1) = 0, \quad \rho \left( u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right)$$

$$\rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + u \frac{dp}{dx} - \sum_{i=1}^N I_i c_{pi} \frac{\partial T}{\partial y} \quad (1.1)$$

$$\rho \left( u \frac{\partial C_i}{\partial x} + v \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) = -\frac{\partial}{\partial y} I_i \quad (i = 1, \dots, N = 2)$$

К дифференциальным уравнениям добавляются также уравнение состояния идеального газа, условие электрической нейтральности смеси и соотношение, вытекающее из закона Дальтона

$$p = \frac{\rho RT}{m}, \quad \sum_{j=1}^N C_j \frac{e_j}{m_j} = 0, \quad \sum_{j=1}^N C_j = 1$$

Здесь  $x$  и  $y$  — оси координат, направленные вдоль поверхности тела и по нормали к ней;  $u$  и  $v$  — составляющие скорости в направлении этих координат;  $r_1$  — расстояние до оси симметрии тела;  $p, \rho, T, c_p, \mu, \lambda$  и  $m$  — давление, плотность, температура, теплоемкость, коэффициенты вязкости и теплопроводности и средний молекулярный вес газа;  $C_i, m_i, e_i$  и  $c_{pi}$  — массовая концентрация, молекулярный вес, электрический заряд частицы и теплоемкость  $i$ -й компоненты. Диффузионные потоки  $I_i$  [2] вычисляются по формулам, приведенным в п. 2.

На внешней границе пограничного слоя при  $y \rightarrow \infty$  граничные условия будут

$$u \rightarrow u_e(x), \quad T \rightarrow T_e(x), \quad C_i \rightarrow C_{ie} = \text{const} \quad (i = 1, \dots, N = 2)$$

Задание концентраций  $C_{ie}$  постоянными означает, что рассматриваются такие условия обтекания, при которых химический состав невязкого потока близок к замороженному.

Пусть смесь в пограничном слое содержит  $r$  химических элементов. Электроны рассматриваем как один из химических элементов, а электронную компоненту поместим на место с номером  $r$  в ряду рассматриваемых компонент. Поверхность тела будем считать идеально каталитической, тогда смесь газа на поверхности находится в химическом равновесии и ввиду низкой температуры не содержит ионов и электронов. Если на поверхности тела присутствуют  $N'$  компонент, состоящих из  $r - 1$  химических элементов, то между ними могут происходить  $q = N' - r + 1$  независимых химических реакций. В качестве таких реакций выберем реакции образования компонент  $A_i$  с номерами  $i$  ( $r + 1 \leq i \leq N'$ ) из компонент  $A_l$  с номерами  $l$  ( $1 \leq l \leq r - 1$ )

$$A_i = \sum_{l=1}^{r-1} \nu_{li} A_l \quad (i = r + 1, \dots, r + q) \quad (1.2)$$

Уравнения равновесия этих реакций надо включить в систему граничных условий на поверхности.

На поверхности тела при  $y = 0$  граничные условия имеют вид [3]

$$u = 0, \quad \rho v = \rho_1 D, \quad C_1 + \dots + C_N = 1, \quad C_r = 0$$

$$\sum_{k=1}^N (\rho v C_k + I_k) m_{lk} - \rho v C_l^* = 0, \quad (C_l^* = \sum_{k=1}^N m_{lk} C_k^{(1)}) \quad (l = 1, \dots, r - 2) \quad (1.3)$$

$$p_i \prod_{l=1}^{r-1} p_l^{-\nu_{li}} = K_{pi} \quad (i = r + 1, \dots, r + q), \quad C_i = 0 \quad (i = r + q + 1, \dots, N)$$

$$\lg(D^2/a) = \psi(T_w, p, R_0) \quad (1.4)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y} - \sum_{h=1}^N h_k I_h = \rho v (\delta + H_w - H_\infty) + \rho v (h - h^{(1)}) + \varepsilon \sigma_r T_w^4 \quad (1.5)$$

$$\left( \delta = h^{(1)} - H_w, \quad h = \sum_{h=1}^N C_h h_h, \quad h^{(1)} = \sum_{h=1}^N C_h^{(1)} h_h \right)$$

Здесь  $m_{lk}$  — весовая доля  $l$ -го химического элемента в  $k$ -й компоненте;  $C_l^*$  — концентрация химического элемента  $l$  в материале тела;  $h$  — энтальпия смеси на поверхности тела;  $p_i$  и  $h_i$  — парциальное давление и энтальпия  $i$ -й компоненты;  $H_w$  — энтальпия материала, нагретого до температуры поверхности;  $H_{-\infty}$  — энтальпия непрогретого материала;  $h^{(1)}$  — энтальпия вдуваемых газов;  $\delta$  — теплота испарения материала;  $\varepsilon\sigma_r T_w^4$  — удельный радиационный поток, излучаемый телом;  $K_{p_i}$  — константа равновесия для реакции (1.2);  $\rho_1$  и  $a$  — плотность и температуропроводность материала;  $R_0$  — радиус затупления тела;  $D$  — линейная скорость разрушения. Индексом  $w$  отмечаются значения величин на поверхности тела, однако в граничных условиях здесь и в дальнейшем у некоторых величин он опущен.

Уравнение (1.5) удобно преобразовать, выразив энтальпии образования компонент через энергию ионизации и диссоциации. Для этого напишем реакции разложения всех соединений на атомы и электроны

$$A_k = \sum_{l=1}^r \nu_{lk}' A_l' + Q_k^*, \quad \left( \nu_{lk}' \frac{m_l}{m_k} = m_{lk} \right) \\ (k = 1, \dots, N)$$

Здесь  $A_l'$  — химический символ элемента или электрона,  $Q_k^*$  — тепловой эффект реакции образования одного моля  $k$ -й компоненты,  $\nu_{lk}'$  отличаются от  $\nu_{lk}$ , использованных в реакциях горения (1.2), и представляют число частиц сорта  $l$  в компоненте  $k$ . Вводя энтальпию единицы массы  $h_k$ , получаем

$$h_k = \sum_{l=1}^r \nu_{lk}' h_l \frac{m_l}{m_k} + \frac{Q_k^*}{m_k} = \sum_{l=1}^r m_{lk} h_l + Q_k$$

Здесь  $Q_k$  — энергия разложения единицы массы компоненты  $k$  на атомы и электроны. Для нейтральной компоненты это энергия диссоциации единицы массы компоненты ( $Q_k < 0$ ), для одноатомных ионов это энергия, выделяющаяся при разложении единицы массы ионов на атомы и электроны, которая ввиду малости массы электронов равна энергии ионизации единицы массы атомов, взятой с противоположным знаком ( $Q_k > 0$ ). Принимая во внимание уравнения баланса химических элементов на поверхности тела (1.3), уравнение сохранения энергии (1.5) приводится к виду

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y} - \sum_{k=1}^N [\rho \nu (C_k - C_k^{(1)}) + I_k] Q_k = \rho \nu (\delta + H_w - H_{-\infty}) + \varepsilon \sigma_r T_w^4 \quad (1.6)$$

В системе граничных условий для замыкания задачи используется уравнение кинетики разрушения (1.4), отражающее скорость протекания этого процесса и представляющее собой зависимость линейной скорости разрушения от температуры поверхности тела, его размера и давления газа у поверхности. Коэффициент температуропроводности материала  $a$  служит здесь просто коэффициентом пропорциональности. Функция  $\psi$  может быть получена на основании экспериментов в аэродинамических установках для каждого конкретного материала.

Для класса материалов, состоящих из химических элементов Н, С, N, О и разрушающихся без образования жидкой фазы, можно указать общий вид функции  $\psi$ . Разрушение таких материалов состоит из двух процессов:

- 1° пиролиза материала с образованием газообразных продуктов и коксового остатка, состоящего из чистого углерода;
- 2° разрушения кокса.

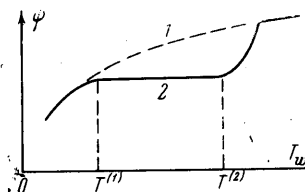
Скорость реакции пиролиза определяется свойствами материала и профилем температуры внутри тела и может быть исследована методом термовесового анализа. Типичный вид функции  $\psi$  для реакции пиролиза представлен на фиг. 1 кривой 1. Процесс разрушения углерода в окрестности передней точки растекания затупленного тела хорошо исследован теоретически [4] и экспериментально [5] и состоит из режимов:

- а) кинетического ( $T_w < T^{(1)}$ ), когда определяющим механизмом разрушения является гетерогенная реакция горения;
- б) диффузионного ( $T^{(1)} < T_w < T^{(2)}$ ), при котором скорость разрушения контролируется скоростью диффузии кислорода к поверхности тела;
- в) сублимационного ( $T_w > T^{(2)}$ ), при котором скорость разрушения определяется скоростью сублимации.

Функция  $\psi$  для этих режимов приводится на фиг. 1 кривой 2. Для давления 1 атм температуры  $T^{(1)}$  и  $T^{(2)}$  равны примерно 1400 и 2800° К. При диффузионном и сублимационном режимах скорость разрушения зависит от диффузионных потоков поперек пограничного слоя и в окрестности передней точки растекания является функцией давления торможения  $p_0$  и радиуса затупления  $R_0$

$$\lg(D^2/a) = \psi_1 + \lg(p_0/R_0)$$

В целом кинетика разрушения пластика определяется скоростью протекания более медленного из процессов, указанных в пунктах 1° и 2°. Так, для случая взаимного расположения кривых, представленного на фиг. 1, при самых низких температурах кинетика разрушения пластика совпадает с кривой кинетики пиролиза 1, при более высоких температурах ( $T \sim T^{(1)}$ ) переходит на кривую разрушения кокса 2 и при очень высоких температурах  $T \gg T^{(2)}$  снова идет по кривой кинетики пиролиза.



Фиг. 1

**2. Уравнения амбиполярной диффузии в многокомпонентной частично ионизованной смеси.** В многокомпонентной плазме скорости компонент  $V_i$  связаны с градиентами концентраций соотношениями Стефана — Максвелла ([2], стр. 411)

$$\sum_{j=1}^N \frac{n_i n_j}{n^2 D_{ij}} (V_j - V_i) = \left( \frac{n_i}{n} \right)'_y - \frac{n_i m_i}{\rho} \left( \frac{\rho}{m_i} X_i - \sum_{j=1}^N n_j X_j \right) \quad (i = 1, \dots, N) \quad (2.1)$$

Здесь  $n$  и  $n_i$  — соответственно общее число частиц и число частиц  $i$ -й компоненты в единице объема,  $D_{ij}$  — бинарные коэффициенты диффузии. Массовая сила, действующая на частицы  $i$ -й компоненты, находящиеся в единице объема, со стороны электрического поля равна  $X_i = E e_i$ . Ввиду квазинейтральности плазмы

$$\sum_{j=1}^N n_j X_j = E \sum_{j=1}^N n_j e_j = 0 \quad (2.2)$$

Введением молярных концентраций  $x_i$  соотношения (2.1) с учетом равенства (2.2) и уравнения состояния идеального газа преобразуются к виду

$$\sum_{j=1}^N \frac{x_i x_j}{D_{ij}} (V_j - V_i) = (x_i)'_y - \frac{E}{kT} x_i e_i \quad (i = 1, \dots, N) \quad (2.3)$$

Напряженность электрического поля  $E$  ни в одном уравнении задачи, кроме (2.3), не встречается и может быть исключена. Из  $N$  уравнений Стефана — Максвелла взаимно независимыми являются только  $N - 1$ . Пусть компонента с номером  $N$  заряжена и ее концентрация не равна нулю. Из каждого уравнения (2.3) с номерами  $i \leq N - 2$  вычитается уравнение (2.3) с номером  $i = N$ , умноженное на  $x_i e_i / (x_N e_N)$

$$\sum_{j=1}^N x_i x_j \left[ \left( \frac{1}{D_{ij}} - \frac{1}{D_{Nj}} \frac{e_i}{e_N} \right) V_j - \frac{1}{D_{ij}} V_i + \frac{1}{D_{Nj}} \frac{e_i}{e_N} V_N \right] = (x_i)_{y'} - \frac{x_i e_i}{x_N e_N} (x_N)_{y'} \quad (2.4)$$

( $i = 1, \dots, N-2$ )

Эти уравнения совместно с условием отсутствия электрического тока и тождеством, означающим, что сумма диффузионных потоков равна нулю

$$\sum_{j=1}^N e_j n_j V_j = 0, \quad \sum_{j=1}^N \rho C_j V_j = 0 \quad (2.5)$$

представляют систему для определения скоростей компонент  $V_j$  в частично ионизованной смеси при наличии амбиполярной диффузии.

При решении уравнений пограничного слоя вблизи поверхности тела ввиду низкой температуры концентрация заряженных частиц может быть очень мала и в уравнениях (2.4) в члене  $x_i e_i / (x_N e_N)$  числитель и знаменатель стремятся к нулю. Это отношение заменяется по правилу Лопиталя отношением производных концентраций по координате, направленной поперек пограничного слоя.

Вводя массовые концентрации  $C_i$ , обобщенные коэффициенты диффузии  $D_i$  и обобщенные числа Шмидта  $S_i$  по формулам

$$x_i = \frac{m}{m_i} C_i, \quad (x_i)_{y'} = \frac{m}{m_i} C_{iy'} + \frac{C_i}{m_i} m_{y'}$$

$$V_i - v = I_i / (\rho C_i), \quad I_i = -\rho D_i C_{iy'}, \quad S_i = \mu / (\rho D_i)$$

и выделяя из смеси электрически нейтральную компоненту с номером  $k$ , для которой справедливо равенство

$$\frac{m_k \rho D_{kk}}{m} \frac{1}{\mu} = \frac{p m_k D_{kk}}{RT \mu_k} \frac{1}{\varphi \mu} = \frac{1.35}{\varphi \mu}$$

систему уравнений (2.4) — (2.5) преобразуем к виду

$$\sum_{j=1}^N a_{ij} \frac{C_j}{S_j} = b_i \quad (i = 1, \dots, N) \quad (2.6)$$

для  $i = 1, \dots, N-2$

$$a_{ij} = \frac{m_k}{m_j} \left( \frac{e_i D_{kk}}{e_N D_{Nj}} - \frac{D_{kk}}{D_{ij}} \right) C_i \quad (j = 1, \dots, N-1; j \neq i)$$

$$a_{ii} = \sum_{j=1}^N \frac{m_k D_{kk}}{m_j D_{ij}} C_j + \frac{m_k}{m_j} \left( \frac{e_i D_{kk}}{e_N D_{Ni}} - \frac{D_{kk}}{D_{ii}} \right) C_i$$

$$a_{iN} = \frac{m_k}{m_N} \left( \frac{e_i D_{kk}}{e_N D_{NN}} - \frac{D_{kk}}{D_{iN}} \right) C_i - \sum_{j=1}^N \frac{e_i D_{kk} m_k}{e_N D_{Nj} m_j} C_j \frac{C_i}{C_N}$$

$$a_{N-1, j} = e_j / m_j, \quad a_{Nj} = 1 \quad (j = 1, \dots, N), \quad b_{N-1} = b_N = 0$$

$$b_i = \frac{1.35}{\varphi \mu} \left[ \left( C_{iy'} + C_i \frac{m_{y'}}{m} \right) - C_i \frac{e_i}{e_N} \left( \frac{C_{Ny'}}{C_N} + \frac{m_{y'}}{m} \right) \right]$$

Здесь производные берутся по любой координате  $\eta$ , однозначно связанной с координатой  $y$ . Формула для вычисления функции  $\mu$ , учитывающей зависимость вязкости от химического состава, приводится в следующем пункте.

**3. Вычисление коэффициентов переноса для частично ионизованной смеси.** Коэффициенты вязкости и теплопроводности частично ионизованной смеси, необходимые для решения задачи, вычислялись по формулам кинетической теории неплотных газов. Эти формулы учитывают лишь парные взаимодействия и строго применимы для температур 8000—14000° К только при давлениях ниже  $10^{-3}$  атм, а при давлении порядка 1 атм являются приближенными. Формулы Гиршфельдера для первого приближения Чепмена — Энскага коэффициентов вязкости и теплопроводности многокомпонентных смесей могут быть представлены в виде [2, 6]

$$\mu = \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{H_{ii}} - \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{x_i x_j H_{ij}}{H_{ii} H_{jj}} + \dots \quad (3.1)$$

$$\lambda = \sum_{i=1}^N \frac{R x_i \mu_i}{m_i} \left( \frac{C_{vi}}{R} - \frac{3}{2} \right) \left( \sum_{j=1}^N x_j \frac{D_{ii}}{D_{ij}} \right)^{-1} - 4 \sum_{i=1}^N \frac{x_i^2}{L_{ii}} + \\ + 4 \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{x_i x_j L_{ij}}{L_{ii} L_{jj}} + \dots \quad (3.2)$$

$$H_{ii} = \frac{x_i^2}{\mu_i} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{2x_i x_j}{m_i + m_j} \frac{RT}{p D_{ij}} \left( 1 + \frac{3}{5} A_{ij}^* \frac{m_j}{m_i} \right),$$

$$A_{ij}^* = \frac{\Omega^{(22)*}}{\Omega^{(11)*}}, \quad B_{ij}^* = 1.1$$

$$L_{ii} = - \frac{4x_i^2}{\lambda_i} - \frac{16}{25} \frac{T}{p} \frac{\sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N x_i x_j (15/2 m_i^2 + 25/4 m_j^2 - 3m_j^2 B_{ij}^* + 4m_i m_j A_{ij}^*)}{(m_i + m_j)^2 D_{ij}}$$

Здесь  $\mu_i$  и  $\lambda_i$  — коэффициенты вязкости и теплопроводности  $i$ -й компоненты. Первый член в формуле (3.2) представляет собой поправку Эйкена на дополнительные степени свободы многоатомных молекул. Вычисления показывают, что для ионизованного воздуха последние члены формул (3.1), (3.2) дают вклад в величины  $\mu$  и  $\lambda$  от 5 до 25% и поэтому не учитываются. Коэффициенты переноса для чистых газов и бинарных смесей в первом приближении определяются по формулам

$$\mu_k = \frac{5(kM_k T / \pi)^{1/2}}{16\sigma_k^2 \Omega^{(22)*}}, \quad \lambda_k = \frac{75[k^3 T / (M_k \pi)]^{1/2}}{64\sigma_k^2 \Omega_k^{(22)*}}, \\ D_{ij} = \frac{3kT [kT(M_i + M_j) / (2\pi M_i M_j)]^{1/2}}{8\rho \sigma_{ij}^2 \Omega_{ij}^{(11)*}} \quad (3.3)$$

Здесь  $M_i$  — вес частицы  $i$ -й компоненты,  $k$  — постоянная Больцмана.

Для взаимодействия нейтральных частиц с нейтральными используется потенциал (6—12) Леннарда — Джонса. В этом случае  $\Omega$ -функции согласно таблице XII монографии [2] аппроксимируются зависимостями

$$\Omega_{ij}^{(11)*} = 1.1T_{ij}^{*-0.15}, \quad \Omega_{ij}^{(22)*} = 1.23T_{ij}^{*-0.15} \quad (3 < T_{ij}^* < 300) \quad (3.4)$$

$$\sigma_{ij} = (\sigma_i + \sigma_j) / 2, \quad T_{ij}^* = T[(\epsilon_i / k)(\epsilon_j / k)]^{-1/2}$$

Здесь  $\sigma_i$  и  $\epsilon_i / k$  являются силовыми постоянными модели взаимодействия Леннарда — Джонса, их значения брались из работ [2, 7].

Взаимодействие нейтральных частиц с заряженными описывается моделью твердых сфер

$$\Omega_{ij}^{(11)*} = \Omega_{ij}^{(22)*} = 1, \quad Q_{ij} = \pi\sigma_{ij}^2$$

Представленные в работе [6] зависимости от температуры эффективных сечений диффузии  $Q_{ij}$  электронов в компонентах воздуха O, N, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, ON при температурах 8000—14 000° K с точностью 10% равны  $9 \cdot 10^{-16}$  см<sup>2</sup>, а при температурах 2000—3000° K увеличиваются или уменьшаются в 2—3 раза. Эффективные сечения диффузии электронов в продуктах разрушения материала H<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>, CO, CO<sub>2</sub>, CH<sub>4</sub>, определенные экспериментально [6] в зависимости от средней энергии электронов изменяются от  $6 \cdot 10^{-16}$  до  $30 \cdot 10^{-16}$  см<sup>2</sup>. Так как различные эксперименты дают значения, отличающиеся в 1.5—2 раза, примем эффективное сечение диффузии  $Q$  для электронов со всеми нейтральными частицами одинаковым и равным  $9 \cdot 10^{-16}$  см<sup>2</sup>. Зависимость  $Q$  от температуры для пар O—O<sup>+</sup>, N—N<sup>+</sup>, O—N<sup>+</sup>, N—O<sup>+</sup>, приведенная в работе [6], с точностью 20% аппроксимируется формулой

$$Q = 1.08 \cdot 10^{-12} T^{-0.4} \text{ см}^2 \quad (3.5)$$

Ввиду отсутствия данных по сечениям диффузии ионов в сложных продуктах сгорания величина  $Q$  для всех пар ион-нейтральная частица определяется одинаковой зависимостью (3.5).

Коэффициенты переноса заряженных частиц вычисляются по формулам, основанным на кулоновском потенциале взаимодействия с искусственным обрезанием радиуса действия сил ([2], стр. 435), которые приводятся к виду (3.3), если положить

$$\sigma_{ij} = \frac{e_i e_j}{2kT} [\ln(1 + 4y_{ij}^2)]^{1/2}, \quad y_{ij} = \frac{2bkT}{e_i e_j}$$

$$\Omega_{ij}^{(11)*} = 1, \quad \Omega_{ij}^{(22)*} = \left[ \ln(1 + 4y_{ij}^2) - \frac{4y_{ij}^2}{1 + 4y_{ij}^2} \right] / \ln(1 + 4y_{ij}^2)$$

Радиус действия сил  $b$  считается равным дебаевскому радиусу экранирования  $h^\circ$ , а в случае, если  $h^\circ$  становится меньше среднего расстояния между заряженными частицами  $l^\circ$ , то  $b$  принимается равным  $l^\circ$  [9]

$$b = \begin{cases} h^\circ = [kT / (8\pi n_e e^2)]^{1/2} & (h^\circ > l^\circ) \\ l^\circ = (2n_e)^{-1/3} & (h^\circ \leq l^\circ) \end{cases}$$

Здесь  $n_e$  — число электронов в единице объема.

Используя формулы, связывающие коэффициенты вязкости и теплопроводности компоненты с коэффициентом самодиффузии

$$\mu_i = \frac{5pM_i D_{ii}}{6RTA_i^*}, \quad \lambda_i = \frac{25pD_{ii}}{8TA_i^*}$$

заменяя молярные концентрации на массовые, а также проводя оценки величины  $A_{ij}^*$  для заряженных компонент, формулы для вычисления

коэффициентов переноса преобразуем к виду

$$\mu = \varphi_{\mu} \mu_k(T_*) \left( \frac{T}{T_*} \right)^{0.65}, \quad \lambda = \varphi_{\lambda} \lambda_k(T_*) \left( \frac{T}{T_*} \right)^{0.65}$$

$$\varphi_{\mu} = \frac{3A_k^*}{5m_k} \sum_{i=1}^N C_i \left[ \sum_{j=1}^N C_j \frac{D_{kk}}{D_{ij}} \frac{(m_i + 0.6A_{ij}^* m_j) \chi_{ij}}{m_j(m_i + m_j)} \right]^{-1}$$

$$\varphi_{\lambda} = \frac{30A_k^*}{19} \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{m_i} \left[ \sum_{j=1}^N C_j \zeta_{ij} \frac{D_{kk}}{D_{ij}} \frac{(7.5m_i^2 + 2.95m_j^2 + 4m_i m_j A_{ij}^*)}{m_j(m_i + m_j)^2} \right]^{-1} +$$

$$+ \frac{4A_k^*}{19R} \sum_{i=1}^N C_i \left( c_{pi} - \frac{2.5R}{m_i} \right) \left( A_i^* \sum_{j=1}^N \frac{C_j D_{kk}}{m_j D_{ij}} \right)^{-1}$$

Здесь при  $i \neq j$   $\chi_{ij} = \zeta_{ij} = 1$ , при  $i = j$  для заряженных компонент  $\chi_{ij} = 0.69$ ,  $\zeta_{ij} = 0.51$ , а для нейтральных  $\chi_{ij} = 0.803$ ,  $\zeta_{ij} = 0.603$ .

Компонента  $k$  выбирается электрически нейтральной. Отношение  $D_{kk}/D_{ij}$  вычисляется по формулам: для нейтральных компонент  $i$  и  $j$

$$\frac{D_{kk}}{D_{ij}} = \left[ \frac{2m_i m_j}{m_k(m_i + m_j)} \right]^{1/2} \frac{(\sigma_i + \sigma_j)^2 (\varepsilon_i \varepsilon_j)^{0.075}}{4\sigma_k^2 \varepsilon_k^{0.15}}$$

для пар электрон — нейтральная частица и пар частиц заряженная — заряженная

$$\frac{D_{kk}}{D_{ij}} = \left[ \frac{2m_i m_j}{m_k(m_i + m_j)} \right]^{1/2} \frac{\sigma_{ij}^2}{1.1\sigma_k^2} \left( \frac{T_k}{\varepsilon_k} \right)^{0.15}$$

для пар ион — нейтральная частица

$$\frac{D_{kk}}{D_{in}} = \left[ \frac{2m_i m_n}{m_k(m_i + m_n)} \right]^{1/2} \frac{311}{T^{0.25} \sigma_k^2} \left( \frac{k}{\varepsilon_k} \right)^{0.15}$$

Здесь величины  $\sigma_i$  и  $\varepsilon_i/k$  выражены в Å и °K соответственно.

4. Результаты численных расчетов. Было рассчитано разрушение сферы радиуса 25 см из материала, близкого по свойствам к текстолиту [10, 11], в потоке ионизованного воздуха с температурой торможения 14 000°K и давлением торможения 1 атм. Распределение давления по поверхности сферы бралось из таблиц работы [12] при числе Маха, равном 3, а скорость, температура и плотность на внешней границе пограничного слоя вычислялись по формулам изэнтропического течения с эффективным показателем адиабаты, равным 1.2.

В работе [13] на основании расчетов невязкой области течения с учетом скоростей реакций диссоциации и рекомбинации показано, что в дозвуковой области течения состав газа близок к равновесному, а в сверхзвуковой — состав сохраняется таким как на звуковой линии. В дозвуковой области вдоль поверхности тела на внешней границе пограничного слоя давление и температура уменьшаются, что влияет на степень ионизации в противоположных направлениях. Так равновесная молярная концентрация электронов в рассматриваемом примере меняется только от 0.26 до 0.20. Поэтому состав воздуха на внешней границе пограничного слоя вдоль образующей считается постоянным и равным

$$x_N = 0.3556, \quad x_O = 0.114, \quad x_{N^+} = 0.2237, \quad x_{O^+} = 0.0415, \quad x_{e^-} = 0.2652$$

Состав газов, которые образуются на разрушающейся поверхности материала, состоящего из химических элементов Н, С, N, О, исследовался в работе [14]. При температуре поверхности выше 2000°K на поверхности присутствуют соединения CO, H<sub>2</sub>, C<sub>2</sub>H<sub>2</sub>, HCN, таким образом, с учетом компонент воздуха e<sup>-</sup>, O, N, O<sup>+</sup>, N<sup>+</sup> пограничный слой состоит из девяти компонент. Компонент e<sup>-</sup>, O, N, O<sup>+</sup>, N<sup>+</sup> на поверхности тела нет.



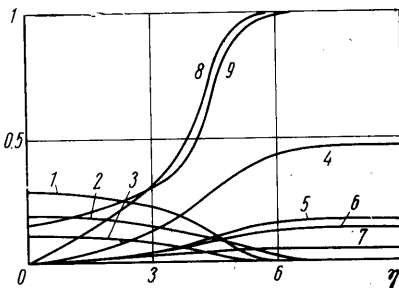
Система уравнений в частных производных (1.1) с граничными условиями (1.3), (1.4), (1.6) приводилась к безразмерному виду введением обобщенных параболических координат  $\xi$ ,  $\eta$ , функции  $f$  и решалась на ЭВМ по методике [11], использующей разностную схему И. В. Петухова [14]. Ниже для различных углов  $\xi$ , отсчитываемых от передней точки торможения, приводятся вычисленные значения температуры газа на внешней границе пограничного слоя  $T_e$  и у поверхности тела  $T_w$ , безразмерных вдува  $j_w$  и трения  $f_{\eta w}$  и комплексов  $q^{**} = (T_e c_p / \sigma)_w$  и

$$q^{**} = \left( \sum_{k=1}^N Q_k C_{k\eta} / S_k \right)_w$$

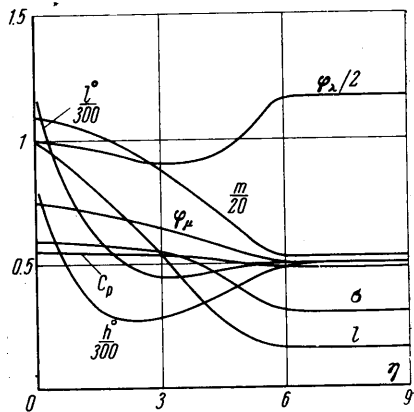
пропорциональных конвективной и диффузионной составляющим теплового потока к телу. Отметим, что в этом и в других вариантах расчетов тепловой поток за счет теплопроводности получается меньше потока энергии за счет диффузии.

$\xi, ^\circ$	0	14	28	45.5	52.5
$T_e, ^\circ\text{K}$	14000	13847	13395	12440	11957
$T_w, ^\circ\text{K}$	2511	2487	2356	2112	2014
$f_w$	-0.797	-0.797	-0.784	-0.747	-0.733
$f_{\eta w}$	0.061	0.059	0.049	0.033	0.028
$q^{**}$	230	219	199	175	160
$q^{**}$	1748	1698	1552	1508	1411

На фиг. 2 представлены профили поперек пограничного слоя в окрестности передней точки растекания химического состава ( $1 - C_{\text{O}_2}$ ,  $2 - C_{\text{H}_2} \times 10$ ,  $3 - C_{\text{H}_2\text{O}}$ ,  $4 - C_{\text{N}}$ ,  $5 - C_{\text{O}}$ ,  $6 - C_e \times 10^4$ ,  $7 - C_{\text{O}^+}$ ), скорости ( $8 - u / u_e$ ), температуры ( $9 - T / T_e$ ). На фиг. 3, 4 приводятся профили комплекса  $l$ , равного  $\rho \mu / (\rho_w \mu_w)$ , величин  $\varphi_\mu$ ,  $\varphi_2$ , теплоемкости  $c_p$ , числа Прандтля  $\sigma$ , молекулярного веса смеси  $m$ , среднего расстояния между заряженными частицами  $l^\circ$  и дебаевского радиуса экранирования  $h^\circ$  в ангстремах, обобщенных чисел Шмидта  $S_i$  для различных компонент. Обобщенные числа Шмидта, для всех продуктов разрушения, кроме  $\text{H}_2$ , с точностью 10–15% сохраняют постоянное значение поперек пограничного слоя, для водорода  $\text{H}_2$  это изменение составляет 30%. Для компонент, присутствующих на внешней границе пограничного слоя,  $S_i$  при  $\eta < 4.7$  также меняются слабо.



Фиг. 2



Фиг. 3

Отметим, что обобщенные числа Шмидта для случая разрушения сферы в потоке воздуха с температурой торможения  $6000^\circ\text{K}$  и давлением 1 атм, вычисленные по методу работы [11] для передней точки растекания и приведенные на фиг. 5, в пристеночном слое при  $\eta < 4.7$  возрастают значительно больше. Это связано с тем, что в работе [11] при вычислении бинарных коэффициентов диффузии не учитывалась зависимость коэффициентов  $\Omega_{ij}^{(11)*}$  от температуры (3.4) и их значения принимались постоянными соответствующими  $2000^\circ\text{K}$ . Для компонент, присутствующих на внешней границе пограничного слоя, при  $\eta \sim 5$  обобщенные числа Шмидта достаточно резко переходят на значение  $S_i$  для водорода. Для получения функций  $S_i(\eta)$  в семикомпонентном диссоциированном пограничном слое пришлось умень-

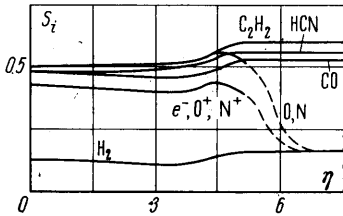
шить шаг счета при  $\eta = 4 \div 6$  до  $2\Delta\eta = 0.2$ . При счете с более крупным шагом  $S_i$  для компонент воздуха колебались около значения  $S_{H_2}$ .

В расчете девятикомпонентного частично ионизованного пограничного слоя шаг счета  $2\Delta\eta$  уменьшался до 0.15, однако стабильности функций  $S_i$  для компонент воздуха не достигнуто, поэтому на фиг. 4 обобщенные числа Шмидта для этих компонент при  $\eta > 5$  нанесены штриховой линией.

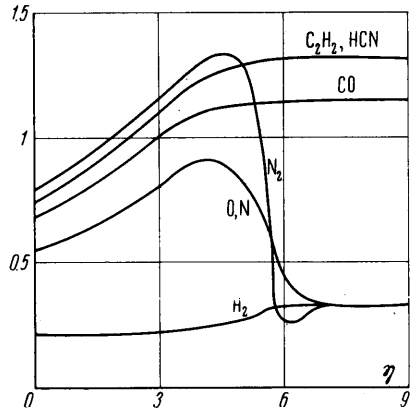
Счет с постоянными поперек пограничного слоя обобщенными числами Шмидта, равными их значениям на стенке, в 2—3 раза сокращает машинное время, необходимое для решения задачи, приводя к отличиям производных концентраций на поверхности тела на 2—4% и незначительным погрешностям в вычисленной скорости разрушения.

В работе [15] на основании численных расчетов бинарного пограничного слоя установлена обобщенная аналогия коэффициентов массообмена в передней точке растекания тела при наличии и отсутствии вдува, которая затем применялась для решения системы уравнений многокомпонентного пограничного слоя. Численные расчеты диссоциированного [11] и частично ионизованного пограничного слоя позволяют исследовать обобщенную аналогию коэффициентов массообмена непосредственно для многокомпонентного пограничного слоя. Как для диссоциированного, так и для ионизованного пограничного слоя отношение коэффициентов массообмена в точке растекания связано формулой

$$\frac{C_{i\eta w}}{C_{ie} - C_{iw}} \frac{C_{je} - C_{iw}}{C_{j\eta w'}} = \left( \frac{S_i}{S_j} \right)^\kappa \quad (4.1)$$



Фиг. 4



Фиг. 5

Показатель степени зависит от вдува и подчиняется следующей зависимости:

$$\kappa = 0.42 + 0.5f_w - 0.1f_w^2 \quad (0 > f_w > -1)$$

Так как производные концентрации  $C_{i\eta'}$  входят во все члены уравнений для определения обобщенных чисел Шмидта в первой степени, то при помощи формул (4.1)  $C_{i\eta'}$  можно исключить из системы (2.6). Тогда для определения обобщенных чисел Шмидта на поверхности тела в окрестности точки растекания получим систему уравнений

$$\sum_{j=1}^N \alpha_{ij} \frac{C_{je} - C_j}{C_{Ne} - C_N} \frac{1}{S_j} \left( \frac{S_j}{S_N} \right)^\kappa = \beta_i \quad (i = 1, \dots, N) \quad (4.2)$$

$$(i = 1, \dots, N - 2)$$

$$\alpha_{ij} = \frac{m_k}{m_j} \left( \frac{e_i S_{Nj}}{e_N S_{kk}} - \frac{S_{ij}}{S_{kk}} \right) C_i \quad (j = 1, \dots, N - 1, j \neq i)$$

$$\alpha_{ii} = \sum_{j=1}^N \frac{m_k}{m_j} \frac{S_{ij}}{S_{kk}} C_j + \frac{m_k}{m_i} \left( \frac{e_i S_{Ni}}{e_N S_{kk}} - \frac{S_{ii}}{S_{kk}} \right) C_i$$

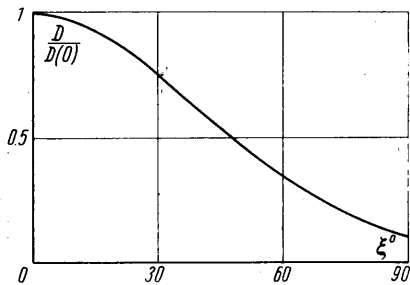
$$\alpha_{iN} = \frac{m_k}{m_N} \left( \frac{e_i S_{NN}}{e_N S_{kk}} - \frac{S_{iN}}{S_{kk}} \right) C_i - \sum_{j=1}^N \frac{e_i S_{Nj} m_k}{e_N S_{kk} m_j} C_j \frac{C_{ie} - C_i}{C_{Ne} - C_N} \left( \frac{S_i}{S_N} \right)^\kappa$$

$$\alpha_{N-1,j} = e_j/m_j, \quad \alpha_{Nj} = 1 \quad (j = 1, \dots, N)$$

$$\beta_i = \frac{1.35}{\varphi_{ik}} \left[ \frac{C_{ie} - C_i}{C_{Ne} - C_N} \left( \frac{S_i}{S_N} \right)^x - C_{im} \sum_{j=1}^N \frac{1}{m_j} \frac{C_{je} - C_j}{C_{Ne} - C_N} \left( \frac{S_i}{S_N} \right)^x \right] \left( 1 - \frac{e_i}{e_N} \right)$$

$$\beta_{N-1} = \beta_N = 0$$

В общем случае уравнения (4.2) являются нелинейными, а при вдуве  $f_w \approx -0.5$  обращаются в линейные относительно  $S_{iw}^{-1}$  и при небольшом числе компонент  $S_{iw}$  могут быть представлены в виде явных зависимостей от бинарных чисел Шмидта на поверхности тела и концентраций  $C_{iw}$  и  $C_{ie}$ .



Фиг. 6

На фиг. 6 представлено распределение по образующей сферы линейной скорости разрушения, отнесенной к скорости разрушения в передней точке растекания  $D/D(0)$ , полученное в работе [14] для разрушения материала, близкого по свойствам к текстолиту, в потоке диссоциированного воздуха с  $T_0 = 6000^\circ \text{K}$ ,  $p_0 = 1 \text{ атм}$ . На эту зависимость ложится также распределение  $D/D(0)$ , полученное до угла  $53^\circ$  при разрушении сферы в потоке ионизованного воздуха с  $T_0 = 14000^\circ \text{K}$ ,  $p_0 = 1 \text{ атм}$ . С точностью 2–3% с этой кривой согласуются результаты расчетов разрушения

сферы из углерода в потоке кислорода [16], проведенных до угла  $56^\circ$ , и распределение тепловых потоков к неразрушаемой сфере, отличающееся на 5–10% только вблизи  $\zeta$ , равного  $90^\circ$ . Таким образом, эффективная энтальпия материала почти постоянна для всей разрушающейся части поверхности тела.

В заключение авторы выражают благодарность О. Н. Суслову, сделавшему ряд ценных замечаний.

Поступило 12 V 1968

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. М., Физматгиз, 1962.
2. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
3. Тирский Г. А. Условия на поверхностях сильного разрыва в многокомпонентных смесях. ПММ, 1961, т. 25, вып. 2.
4. Scala S. M., Gilbert L. M. Sublimation of graphite at hypersonic speeds. AIAA Journal, 1965, vol. 3, No. 9. Рус. перев.: «Ракетная техника и космонавтика», 1965, т. 3, № 9.
5. Metzger J. W., Engel M. J., Diaconis N. S. Oxidation and sublimation of graphite in simulated re-entry environments. AIAA Journal, 1967, vol. 5, No. 3. Рус. перев.: «Ракетная техника и космонавтика», 1967, т. 5, № 3.
6. Пэн Цзай-чэн, Пиндрох. Уточненный расчет свойств воздуха при высоких температурах. Вопросы ракетной техники, 1962, № 12.
7. Swehla R. A. Estimated viscosities and thermal conductivities of gases at high temperatures. NASA TR, 1962, R-132.
8. Мессис Г., Бархоп Е. Электронные и ионные столкновения. М., Изд-во иностр. лит., 1958.
9. Fay J. A., Kemp N. H. Theory of heat transfer to a shock-tube end-wall from an ionized nonatomic gas. J. Fluid Mech., 1965, vol. 21, pt. 4.
10. Анфимов Н. А. Ламинарный пограничный слой на химически активной поверхности. Изв. АН СССР, ОТН. Механика и машиностроение, 1962, № 3.
11. Овсянников В. М. Разрушение осесимметричного тела вращения из материала сложного химического состава в высокоэнтальпийном потоке воздуха. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 5.
12. Белоцерковский О. М. Расчет обтекания осесимметричных тел с отошедшей ударной волной. М., ВЦ АН СССР, 1961.
13. Душин В. К. Применение метода характеристик для расчета сверхзвуковых внешних течений газа при наличии неравновесных процессов. В сб.: «Численные методы решения задач математической физики», М., «Наука», 1966.
14. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое. В сб.: «Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы», М., «Наука», 1964.
15. Тирский Г. А. Определенные эффективные коэффициенты диффузии в ламинарном многокомпонентном пограничном слое. Докл. АН СССР, 1964, т. 155, № 6.
16. Алексеев Б. В. Расчет пограничного слоя с химическими реакциями вдоль образующей тел вращения. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1967, т. 7, № 4.