

Здесь t — время; x, y, z — связанные с телом оси координат, такие, что ось x направлена по оси тела, ось y лежит в плоскости симметрии тела, а начало координат находится в центре тяжести тела; g — ускорение силы тяжести тела; M — масса тела; Q — вес жидкости в объеме тела; $G = Mg$ — вес тела; P — внешняя сила (сила тяги двигателя, например, винта); I_x, I_y, I_z — моменты инерции тела относительно центра тяжести; V_x, V_y, V_z — проекция вектора поступательной скорости тела на связанные с телом оси координат; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — проекции вектора скорости внешнего потока (скорости, которая была бы в том месте, где находится тело, если бы последнее отсутствовало) на связанные с телом оси координат; $\lambda_{\alpha\beta}$ — присоединенные места тела; X_1, Y_1, Z_1 — проекция аэродинамических моментов на связанные оси координат; Y_z^ω — коэффициент демпфирующей силы; $M_x^{\alpha\beta}, M_y^{\alpha\beta}, M_z(\alpha)$ — проекции аэродинамических моментов; β — курсовой угол; α — угол атаки, x^* — координата центра плавучести (предполагается, что центр плавучести лежит на оси x); $M_x^{\omega_x}, M_x^{\omega_y}$ — демпфирующие моменты; ϕ — угол тангажа (угол между осью x и горизонтальной плоскостью); γ — угол крена (угол между плоскостью симметрии тела и вертикальной плоскостью).

Так как скорость внешнего потока U обычно задана как функция неподвижных координат, то могут оказаться полезными следующие формулы формальных преобразований, связывающие производные относительно подвижной и неподвижной системы координат

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} = \frac{dU_x}{dt} - \omega_y U_z + \omega_z U_y$$

Здесь (xyz) — символ круговой перестановки для остальных формул dU/dt — проекция вектора полной производной (учитывающей изменение вектора U в точке, соответствующей центру тяжести тела) на связанные с телом оси координат.

Следует отметить, что в членах системы (17), соответствующих силам давления P_2 , в рамках принятой оценки (1) можно поставить, например, частную производную относительно неподвижной системы координат или конвективную производную относительно «внешнего потока».

Чтобы замкнуть систему уравнений, к вышеописанным динамическим уравнениям, нужно добавить систему кинематических уравнений Эйлера. Система динамических уравнений связана с системой уравнений Эйлера только через скорости внешнего потока U . Для упрощения решения в ряде случаев может оказаться возможным задать заранее примерный вид траектории и вычислить вдоль нее все члены динамических уравнений, которые выражаются через вектор u и его производные, как функции времени, тогда система динамических уравнений будет замкнута.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, изд. 6. М., Физматгиз, 1963.

ОБ ИЗМЕНЕНИИ РЕЖИМОВ ДВИЖЕНИЯ И СНИЖЕНИИ СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРИ ВВЕДЕНИИ ЧАСТИЦ В ПОТОК ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Б. А. АСКЕРОВ, Ю. А. БУЕВИЧ, Я. М. РАСИЗАДЕ

(Баку, Москва)

Описаны различные формы движения почти равноплотных суспензий в вертикальной трубе. Приведены экспериментальные результаты, касающиеся смены режимов, а также снижения гидравлического сопротивления при введении частиц в турбулентное течение вязкой жидкости и его зависимости от размера частиц, их весовой концентрации и числа Рейнольдса потока.

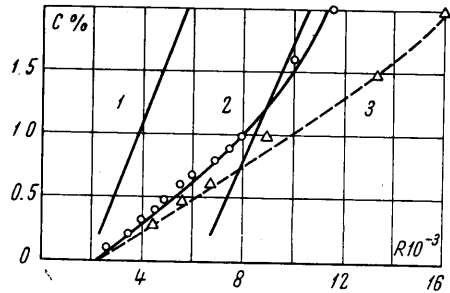
Опыты проводили в вертикальной трубе длиной 250 см и диаметром 2,4 см и на капиллярном вискозиметре (длина капилляра 40 см, его диаметр — 0,4 см) по известной методике [1]. В качестве дисперсионной среды использовали воду, в качестве диспергированной фазы — широкие фракции (0,31—0,40, 0,40—0,85, 0,85—1,0, 1,0—1,6 мм) частиц пористой резины, порошки канифоли (фракция до 0,16 мм) и глины (коллоидные частицы). Из-за наличия иммобилизационной воды эффективная плотность частиц диспергированной фазы во всех случаях лишь незначительно превосходила плотность воды, т. е. получающиеся суспензии были весьма близки к равноплотным.

Течение осуществляли в направлении снизу вверх; при различных перепадах давления Δp измеряли секундный объемный расход смеси Q . Постоянство концентрации c , определяемой по сухому весу диспергируемого материала, контролировали путем взятия проб в верхнем сечении трубы. Коэффициент сопротивления λ рассчитывали по экспериментальным зависимостям $\Delta p(Q)$ при помощи известного соотношения Дарси — Вейсбаха [4]. Число Рейнольдса R течения определяли по вязкости чистой воды. Переход от ламинарного режима к турбулентному фиксировали обычным образом по кривым $\ln \lambda - \ln R$.

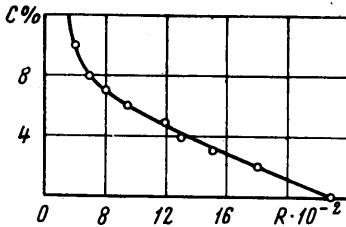
Визуальные наблюдения и кино съемка течения позволяют довольно четко выделить три формы потока. При малых R в ламинарной области наблюдается образование агрегированных «пробок» частиц в суспензии, заполняющих практически все сечение трубы и разделенных широкими прослойками воды. В целом такое движение подобно течению газожидкостных смесей в снарядном (пробковом, поршневом) режиме [2]. С увеличением R пробки разрушаются, а частицы скапливаются в центральной части трубы с образованием обедненного слоя у стенок, что соответствует стержневому режиму течения, известному как для газожидкостных смесей [2], так и для суспензий [3]. Наконец, при еще более высоких R «стержень» частиц тоже разрушается, и частицы сравнительно равномерно распределяются по всему потоку, причем в развитом турбулентном режиме видны лишь треки частиц.

Примерные границы областей существования различных форм течения на плоскости $c - R$ для системы вода — резиновая крошка изображены прямыми линиями на фиг. 1; положение этих прямых примерно одинаково для всех использованных фракций. Отметим, что «стержневое» течение имеет место не только в ламинарном, но и в турбулентном режиме движения, близком к переходному, если только концентрация c не слишком велика. Несмотря на приближенность определения, указанные границы могут быть полезны при выборе той или иной аппроксимационной модели процессов тепло- и массообмена в дисперсных системах, а также при решении ряда инженерных задач (интенсификация теплообмена, борьба с износом труб и т. п.).

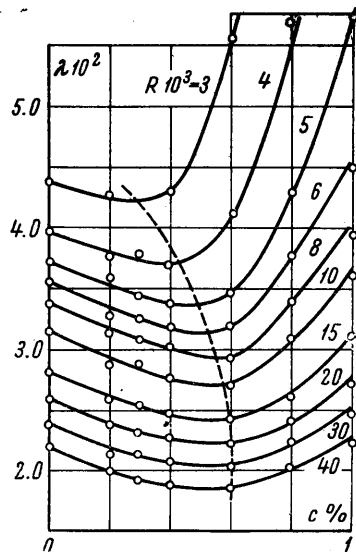
На фиг. 1 приведены также зависимости критического числа Рейнольдса R_* от концентрации резиновой крошки фракции 1.0—1.6 мм (сплошная кривая) и канифоли (пунктир). Видно, что введение частиц серьезно задерживает наступление турбулентного режима движения. Аналогичный эффект был зафиксирован и для глинистых суспензий в опытах на капиллярном вискозиметре. В последнем случае R_* изменялось от 2300 при $c = 0$ до 26 000 при $c = 10\%$ и 40 000 при $c = 70\%$. Эти результаты хорошо согласуются с опытами, проводимыми на различных мелкодисперсных суспензиях, коллоидных системах и т. п. (см., например, работу [4], где изучалась смена режимов при движении латексов). Заметим, что значительно чаще в ли-



Фиг. 1



Фиг. 2

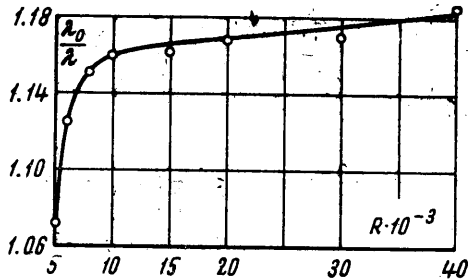


Фиг. 3

тературе отмечается обратный эффект — «ранняя» турбулизация при введении в поток частиц, плотность которых существенно отличается от плотности жидкости (см.,

например, [5]), когда эффективное число R_* может быть уменьшено по сравнению с R , для течений однородной жидкости более чем на порядок. Для контроля были проведены эксперименты с суспензиями барита ($\rho = 4.4 \text{ г/см}^3$) в воде, которые подтвердили наличие ранней турбулизации. Соответствующая зависимость R_* от c приведена на фиг. 2.

Эффекты несвоевременной турбулизации согласуются с моделью работы [6], согласно которой взвешенные частицы оказывают на течение двойное влияние: во-первых, они способствуют «вымораживанию» турбулентных движений, вызывая дополнительную диссипацию энергии и повышение гидродинамической устойчивости течения, и препятствуют наступлению турбулентного режима; во-вторых, в системе взвешенных частиц возможно появление специфической неустойчивости, связанной с эффектами межфазового взаимодействия и способствующей преждевременному развитию турбулентности. Для течений мелкодисперсных и близких к равноплотным суспензий такая неустойчивость не возникает, и переход к турбулентному режиму должен наблюдаться при повышенных значениях R_* .



Фиг. 4

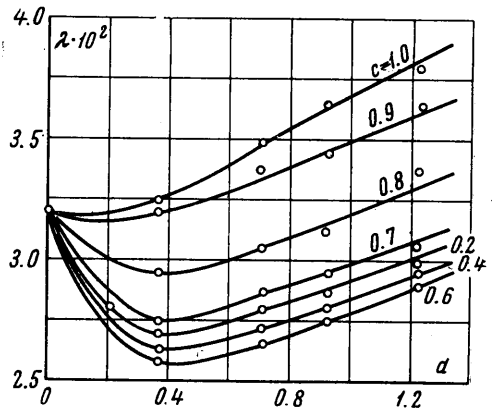
Снижение гидравлического сопротивления турбулентного потока вязкой жидкости при введении в него частиц впервые, по-видимому, было отмечено при больших R Норой Блэтч [7], проводившей опыты с системой вода — песок. С тех пор это явление было неоднократно подтверждено на других суспензиях (см., например, [8, 9]), аналогичное явление под названием эффект Томса имеет место, как известно, также и при введении в жидкость добавок некоторых полимеров). Ясно, что такой эффект может оказаться полезным в процессах, связанных с гидротранспортом различных материалов в ряде областей техники (нефтяная и целлюлозно-бумажная промышленность, химическая технология, транспорт сжиженных газов на большие расстояния и т. п.). Поэтому подробное исследование зависимости от различных «входных» параметров представляет особый интерес.

Характерная зависимость отношения λ_0/λ , где λ_0 — коэффициент гидравлического сопротивления однородной жидкой фазы, от R приведена на фиг. 4. Эта зависимость получена для системы вода — резиновая крошка при $c = 0.6\%$. При значениях R , соответствующих ламинарному движению, $\lambda_0/\lambda < 1$; с увеличением R в переходной области это отношение резко возрастает, причем этот рост существенно замедляется в области развитого турбулентного движения. Некоторые предварительные данные позволяют предполагать, что при еще более высоких R будет наблюдаться выход величины λ_0/λ на плато, и даже, возможно, снижение ее при очень больших R . Зависимости λ от c и среднего диаметра частиц резиновой крошки d при $R = 10\,000$ приведены на фиг. 5. Величина λ как функция d имеет минимум при всех c , когда вообще наблюдается снижение сопротивления. Зависимости такого же типа обнаружены и для других исследованных суспензий.

Последовательная теория снижения сопротивления взвешенными частицами в настоящее время отсутствует. Однако из общих соображений можно полагать, что с одной стороны, введение частиц способствует понижению уровня турбулентных движений жидкой фазы в результате дополнительной диссипации турбулентной энергии за счет вязких взаимодействий при скольжении фаз, рассеяния волн упругими

На фиг. 3 приведены характерные зависимости коэффициента гидравлического сопротивления λ от c и R для системы вода — резиновая крошка фракции 0.85—1.0 мм, из которых видно, что взвешенные частицы способны вызвать заметное снижение λ по сравнению с течением однородной жидкости. Значения $c = c(R)$, отвечающие максимальному снижению сопротивления, показаны на фиг. 3 пунктиром. Аналогичные кривые получены и для других использованных материалов.

Снижение гидравлического сопротивления турбулентного потока вязкой жидкости при введении в него частиц впервые, по-видимому, было отмечено при больших R Норой Блэтч [7], проводившей опыты с системой вода — песок. С тех пор это явление было неоднократно подтверждено на других суспензиях (см., например, [8, 9]), аналогичное явление под названием эффект Томса имеет место, как известно, также и при введении в жидкость добавок некоторых полимеров). Ясно, что такой эффект может оказаться полезным в процессах, связанных с гидротранспортом различных материалов в ряде областей техники (нефтяная и целлюлозно-бумажная промышленность, химическая технология, транспорт сжиженных газов на большие расстояния и т. п.). Поэтому подробное исследование зависимости от различных «входных» параметров представляет особый интерес.



Фиг. 5

частицами и т. д., а с другой стороны, приводит к появлению дополнительного турбулентного переноса импульса самими частицами. Первый эффект обуславливает некоторое снижение эффективной турбулентной вязкости смеси, второй — ее повышение. Снижение сопротивления будет, очевидно, иметь место, если суммарное изменение турбулентной вязкости смеси по сравнению с потоком чистой жидкости отрицательно, чего можно ожидать именно в тех случаях, когда плотности фаз достаточно близки.

Авторы благодарны А. Х. Мирзаджанзаде и В. М. Сафраю за советы и полезное обсуждение работы.

Поступило 23 IV 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Мирзаджанзаде А. Х., Мирзоян А. А., Гевинян Г. М., Сеид-Рза М. К. Гидравлика глинистых и цементных растворов. «Недра», 1966.
2. Кутателадзе С. С., Стырикович М. А. Гидравлика газо-жидкостных систем. Госэнергоиздат, 1958.
3. Schultz-Grunow F. Zur Rheologie der Suspensionen. Chem.—Ing. Techn., 1962, № 3.
4. Krieger I. M., Dodge J. S. The Laminar—Turbulent Transition in Suspensions of Rigid Spheres. Soc. Petrol Engrs. J., 1967, vol. 7, № 3.
5. Дорожкин В. С., Желтов Ю. В., Желтов Ю. П. О движении смеси жидкости с песком в скважине и трещине при гидравлическом разрыве нефтеносного пласта. Изв. АН СССР, ОТН, 1958, № 11.
6. Бувевич Ю. А., Сафрай В. М. К теории ранней турбулизации дисперсных систем. ПМТФ, 1968, № 3.
7. Blatch N. S. Letter as Part of Discussion on «Water Filtration» at Washington. Trans. Amer. Soc. Civil Engrs, 1906, vol. 57, p. 400.
8. Vanoni V. A. Transportation of Suspended Sediment by Water. Trans. Amer. Soc. Civil Engrs., 1946, vol. 111, p. 67.
9. Bobkovich A. J., Gauvin W. H. The Turbulent Flow Characteristics of Model Fibre Suspensions. Can. J. Chem. Engng., 1965, vol. 43, № 2.

РЕШЕНИЕ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ РЕШЕТОК ПРОФИЛЕЙ НА ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ ТОКА В ПЕРЕМЕННОМ СЛОЕ

Г. В. ВИКТОРОВ, Г. М. МОРГУНОВ

(Москва)

Излагается реализованное на ЭВМ решение задачи построения телесного профиля вращающейся решетки на осесимметричной поверхности тока, основанное на исследовании течения от периодической системы распределенных вихресточников в переменном слое общего вида. Жидкость считается идеальной и несжимаемой, а течение — безвихревым.

В постановке [1] стационарная задача построения пространственной лопасти турбомашинны приближенно может быть сведена к совместному решению двух двумерных обратных задач — осесимметричного течения и течения на осесимметричной поверхности тока в слое переменной толщины.

Рассмотрим решение второй предельной задачи методом особенностей, который широко применяется в гидромашиностроении при расчетах новых лопастных систем и сводится к определению течения от прямой решетки распределенных вихресточников и поступательного потока.

В работах [2, 3] разработан метод решения для слоя постоянной толщины. Обобщению этого метода на условия переменного слоя посвящены работы [4–6]. Эффективность практического применения [4–6] не исследована. В работе [7] рассматривается обратная задача для прямой решетки в случае параболического и гиперболического слоев. По существу аналогичный подход предложен в статье [8]. Известно также решение для круговой решетки, когда толщина слоя меняется по логарифмическому закону [9]. Заметим, что путем конформного преобразования областей решение [9] приводится к [7]. При конкретных расчетах из-за приближенности аппроксимаций действительного слоя методы [7–9] дают погрешность.

1. На плоскости $z = x + iy$, конформно связанной с осесимметричной поверхностью тока, рассмотрим течение от вихресточников, непрерывно распределенных на произвольно взятой бесконечной периодической системе гладких кривых (скелетных линиях) S_m ($m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) (фиг. 1).