

нии числовых расчетов для каждого m определялись две первые собственные функции и два собственных значения краевых задач (1.2), (4.2). Это оказалось достаточным для обеспечения удовлетворительной точности при определении присоединенных масс жидкости, которые рассчитаны для различного числа перегородок (от двух до двенадцати) и различных углов полураствора конуса θ_0 ($0^\circ - 75^\circ$).

На фиг. 2 показана зависимость частотного параметра κ_{pm} от числа m ($p = 1$ — сплошные кривые, $p = 2$ — пунктирные). На фиг. 3 показана зависимость собственных значений κ_{1m}^0 и κ_{2m}^0 краевой задачи (4.2) от угла полураствора конуса θ_0 при различных значениях параметра m ($p = 1$ — сплошные кривые, $p = 2$ — пунктирные).

	κ_{13}	κ_{23}	κ_{13}^0	κ_{23}^0
3	2.50604	33.68277	2.39107	6.07564
4	2.50528	10.02376	2.39104	6.05936
5	2.50497	7.60290	2.39100	6.01832
6	2.50493	7.27218	2.39098	5.99785
7	2.50493	7.16219	2.39098	5.99737
8	2.50493	7.11121	2.39098	5.99865
9	2.50493	7.09962	2.39098	5.99540
10	2.50493	7.09733	2.39098	5.99536

Сходимость собственных значений, определяемых вариационным методом, для конуса с углом полураствора $\theta_0 = 45^\circ$ при $m = 3$ иллюстрируется следующими числовыми данными для различного числа приближений j .

На фиг. 4—6 представлены графические зависимости гидродинамических коэффициентов уравнений возмущенного движения, точнее их инвариантных отношений κ_{pm} , m_{pm} и c_{pm} для некоторых вариантов задачи ($k = 6$). Точками отмечены точные значения соответствующих параметров (п.2).

Поступило 5 X 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Докучаев Л. В. Относительно устойчивости движения тела с идеальной жидкостью, заполняющей коническую полость. Изв. АН СССР, МЖТ, 1967, № 1, стр. 77—83.
2. Рабинович Б. И., Докучаев Л. В., Полякова З. М. О расчете коэффициентов уравнений возмущенного движения твердого тела с полостями, частично заполненными жидкостью. Косм. исслед., 1965, т. 3, вып. 2, стр. 179—207.
3. Levin E. Oscillations of a Fluid in Rectilinear Conical Container. AIAA Jour. 1963, vol. 1, № 6, pp. 1447—1448.
4. Жуковский Н. Е. О движении твердого тела, имеющего полости, наполненные однородной капельной жидкостью. Сочинения, т. II, М.—Л., Гостехиздат, 1949.
5. Комаренко А. Н., Луковский И. А., Фещенко С. Ф. К задаче о собственных значениях с параметром в краевых условиях. Укр. матем. ж., 1965, № 6.

О ВЛИЯНИИ ПЕРЕПАДА ТЕМПЕРАТУР В ЗАЗОРЕ НА НЕСУЩЮЮ СПОСОБНОСТЬ РАДИАЛЬНОГО ГАЗОВОГО ПОДШИПНИКА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

И. И. ШИДЛОВСКАЯ

(Москва)

Рассмотрим радиальный газовый подшипник, схематическое изображение которого в двух проекциях показано на фиг. 1. Введем безразмерные обозначения, при которых размеры по направлениям осей x и z отнесены к радиусу r_1 , толщина смазочного слоя — в средней толщине δ_0 , давление — к давлению p_0 при $x = 0$, $b \rightarrow \infty$. Будем предполагать, что температуры поверхностей шипа T_1 и подшипника T_2 в общем случае различны и отношение $\chi = T_2/T_1$, оставаясь в каждом конкретном случае постоянным, может принимать произвольные значения. Вводя обозначения: σ — число Прандтля, κ — отношение теплоемкостей и M — характерное число Маха, учтем, что в работах [1, 2] выведено уравнение для определения давлений в трехмерном смазочном слое при любом значении χ и при условии

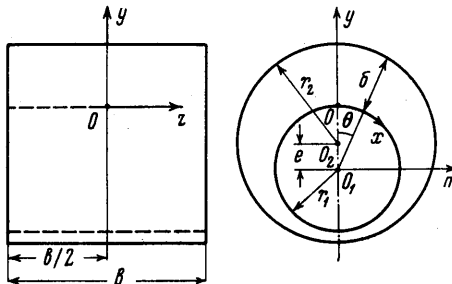
$$\sigma(\kappa - 1)M^2 \ll 1 \quad (1)$$

Если определенное вышеуказанным способом безразмерное давление обозначить символом p^* , уравнение для давлений имеет вид

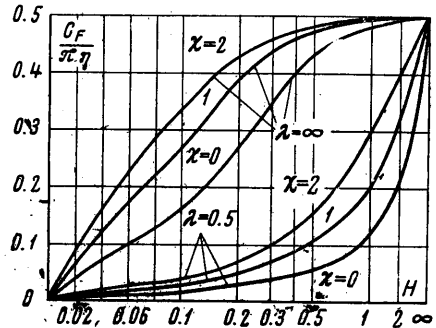
$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(\delta^3 p^* \frac{\partial p^*}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\delta^3 p^* \frac{\partial p^*}{\partial z} \right) = A(\chi) H^* \frac{\partial}{\partial \theta} (\delta p^*)$$

$$H^* = \frac{\omega \mu_1}{\varepsilon^2 p_0}, \quad A(\chi) = \frac{2(n+2)(\chi^{n+1}-1)[\chi^{n+1}-1-(n+1)(\chi-1)]}{n+1} \frac{1}{n(\chi^{n+2}-1)-(n+2)\chi(\chi^n-1)} \quad (2)$$

Здесь ω — угловая скорость вращения шипа; μ_1 — вязкость газа при температуре T_1 ; n — показатель степени в зависимости вязкости от температуры; $\varepsilon = \delta_0 / r_1$ — средняя относительная толщина зазора. При выводе уравнения (2) предполага-



Фиг. 1



Фиг. 2

лось, что газ совершенный, т. е. его состояние определяется уравнением Клапейрона.

Наличие условия (1) позволяет проинтегрировать уравнение энергии независимо от других уравнений, определив температуру, а следовательно, и коэффициент вязкости, в форме явной функции пространственных аргументов. После этого из уравнений движения компоненты скорости могли быть выражены через давление и его производные, и подстановка полученных выражений в уравнение неразрывности привела к уравнению (2); о граничных условиях будет сказано позднее.

Толщина зазора радиального подшипника после приведения к безразмерной форме выражается в виде

$$\delta = 1 + \eta \cos \theta \quad (3)$$

При малом относительном эксцентриситете ($\eta^2 \ll 1$) в работе [1] получено аналитическое решение уравнения (2) в частном случае плоской задачи

$$p_{\infty}^* = 1 + \frac{H^* A}{1 + H^{*2} A^2} \eta (H^* A + \sin \theta - H^* A \cos \theta) \quad (4)$$

Решение (4) будет использовано при исследовании трехмерной задачи, однако, удобнее преобразовать его, отнеся давление не к p_0 , а к некоторому p_a , выбираемому так, чтобы член преобразованного выражения (4), не зависящий от θ , был равен единице. При таком выборе масштаба давлений вместо (4) получим

$$p_{\infty} = 1 + \frac{HA}{1 + H^2 A^2} \eta (\sin \theta - HA \cos \theta) = 1 + \eta p_{1\infty} \quad \left(H = \frac{\omega \mu_1}{\varepsilon^2 p_a} \right) \quad (5)$$

а остальные параметры остаются прежними.

Выражения в правых частях (4) и (5) после умножения соответственно на p_0 и p_a не будут тождественными. Однако, как легко видеть, имеет место соотношение

$$p_a = p_0 \left(1 + \eta \frac{H^{*2} A^2}{1 + H^{*2} A^2} \right) \quad (6)$$

Отсюда следует, что

$$H = H^* \left[1 - \eta \frac{H^{*2} A^2}{1 + H^{*2} A^2} + O(\eta^2) \right]$$

Но тогда, обратившись вновь к выражениям (4) и (5), можно заметить, что отличные величины $p_{\infty}^* p_0$ и $p_{\infty} p_a$ проявляется лишь в членах порядка η^2 , т. е. вне пределов принятого приближения.

Если через p обозначается безразмерное давление в масштабе p_a , то заменяющее (2) исходное уравнение и граничные условия для решения поставленной задачи имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\delta^3 p \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\delta^3 p \frac{\partial p}{\partial z} \right) &= A(\gamma) H \frac{\partial}{\partial \theta} (\delta p) \\ p(\theta + 2\pi) &= p(\theta, z), \quad p(\theta, -z) = p(\theta, z) \\ p(\theta, \pm \lambda) &= 1 \quad (\lambda = b / 2r_1) \end{aligned} \quad (7)$$

Подобно тому, как это было сделано при решении плоской задачи, в случае малого эксцентриситета можно представить функцию $p(\theta, z)$ при помощи ряда по степеням η . Если пренебречь членами порядка η^2 и выше, получим

$$p \approx 1 + \eta p^{(1)} \quad (8)$$

Из уравнения (7) путем линеаризации по параметру η можно получить

$$\frac{\partial^2 p^{(1)}}{\partial \theta^2} - AH \frac{\partial p^{(1)}}{\partial \theta} \pm \frac{\partial^2 p^{(1)}}{\partial z^2} = -AH \sin \theta \quad (9)$$

Ограничения и граничные условия для $p^{(1)}$ имеют тот же вид что в (7), за исключением последнего условия, принимающего вид $p^{(1)}(\theta, \pm \lambda) = 0$.

Для перехода от уравнения (9) к однородному линейному уравнению введем преобразование

$$p^{(1)} = y_{1\infty} - p_1 \quad (10)$$

Здесь $p_{1\infty}$ выражается согласно (5). Функция p_1 удовлетворяет следующему уравнению и граничным условиям:

$$\frac{\partial^2 p_1}{\partial \theta^2} - AH \frac{\partial p_1}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 p_1}{\partial z^2} = 0 \quad (11)$$

$$p_1(\theta + 2\pi, z) = p_1(\theta, -z) = p_1(\theta, z), \quad p_1(\theta, \pm \lambda) = \frac{HA}{1 + H^2 A^2} (\sin \theta - HA \cos \theta)$$

В работах Осмена [2, 4] рассматривается задача для изотермического смазочного слоя, аналогичная данной. Полученное в работе [3] уравнение для определения p_1 будет частным случаем уравнения (11) при $A = 6$. Напомним, что в рассматриваемом случае A зависит от отношения температур $\chi = T_2 / T_1$ и изменяется в интервале

$$\frac{2(n+2)}{n+1} \leq A \leq \infty$$

Однако если значение χ фиксировано, то функция p_1 , а следовательно, и давление p , может определяться так же, как в работе [3]. Как нетрудно проверить, первые два члена разложения по степеням η , удовлетворяющего уравнению и граничным условиям (7), имеют вид

$$\begin{aligned} p = 1 + \frac{\eta AH}{1 + A^2 H^2} &\left[\left(1 - \frac{\text{sh } \alpha \lambda \sin \beta \lambda + AH \text{ ch } \alpha \lambda \cos \beta \lambda}{\text{sh}^2 \alpha \lambda + \cos^2 \beta \lambda} \text{sh } \alpha z \sin \beta z - \right. \right. \\ &\left. \frac{\text{ch } \alpha \lambda \cos \beta \lambda - AH \text{ sh } \alpha \lambda \sin \beta \lambda}{\text{sh}^2 \alpha \lambda + \cos^2 \beta \lambda} \text{ch } \alpha z \cos \beta z \right) \sin \theta + \\ &+ \frac{\text{sh } \alpha \lambda \sin \beta \lambda + AH \text{ ch } \alpha \lambda \cos \beta \lambda}{\text{sh}^2 \alpha \lambda + \cos^2 \beta \lambda} \text{ch } \alpha z \cos \beta z - H - \\ &\left. \frac{\text{ch } \alpha \lambda \cos \beta \lambda - AH \text{ sh } \alpha \lambda \sin \beta \lambda}{\text{sh}^2 \alpha \lambda + \cos^2 \beta \lambda} \text{sh } \alpha z \sin \beta z \right) \cos \theta \quad (12) \end{aligned}$$

Здесь

$$\alpha^2 = \frac{\sqrt{1 + A^2 H^2} + 1}{2}, \quad \beta^2 = \frac{\sqrt{1 + A^2 H^2} - 1}{2}$$

Зная распределение давления в подшипнике, можно найти результирующую силу F . Ее составляющие по осям y и n (фиг. 1) выражаются при помощи формул

$$C_y = \frac{F_y}{2p_a r_1 b} = -\frac{1}{2\lambda} \int_{-\lambda}^{\lambda} dz \int_0^{2\pi} p \cos \theta d\theta, \quad C_n = \frac{F_n}{2p_a r_1 b} = \frac{1}{2\lambda} \int_{-\lambda}^{\lambda} dz \int_0^{2\pi} p \sin \theta d\theta$$

После вычисления интегралов получаем

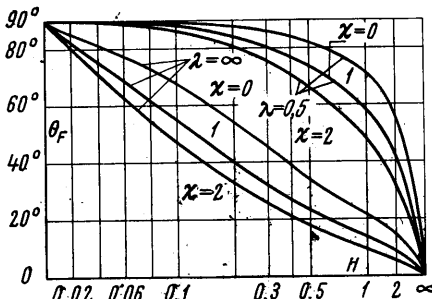
$$C_y = \frac{\pi \eta A H}{2(1 + A^2 H^2)} \left[A H + \frac{(\alpha - \beta A H) \sin 2\beta \lambda - (\alpha A H + \beta) \operatorname{sh} 2\alpha \lambda}{\lambda \sqrt{1 + A^2 H^2} (\operatorname{ch} 2\alpha \lambda + \cos 2\beta \lambda)} \right] \quad (13)$$

$$C_n = \frac{\pi \eta A H}{2(1 + A^2 H^2)} \left[1 - \frac{(\alpha - \beta A H) \operatorname{sh} 2\alpha \lambda + (\alpha A H + \beta) \sin 2\beta \lambda}{\lambda \sqrt{1 + A^2 H^2} (\operatorname{ch} 2\alpha \lambda + \cos 2\beta \lambda)} \right]$$

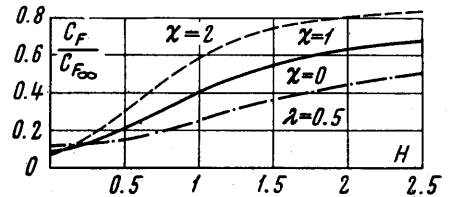
Суммарная сила, определяющая несущую способность подшипника, и угол θ_F между направлением этой силы и центральной линией $O_1 O_2$ выражаются по формулам

$$C_F = \frac{F}{2p_a r_1 b} = \sqrt{C_y^2 + C_n^2}, \quad \operatorname{tg} \theta_F = \frac{F_n}{F_y} = \frac{C_n}{C_y} \quad (14)$$

Некоторые результаты расчетов в соответствии с формулами (13) и (14) при $\lambda = \infty$ показаны на фиг. 2–4. Рассмотрим влияние отношения температур χ . Если сравнивать со случаем $\lambda = \infty$, $\chi = 1$ (изотермическая смазка подшипника бесконечной длины), то очевидно, что зависимость C_F от H приближается к этому случаю вместе



Фиг. 3



Фиг. 4

с увеличением χ . Что касается зависимости θ_F от H , то здесь влияние χ проявляется в противоположном направлении. Наконец, если рассматривать отношение $F / F_\infty = C_F / C_{F_\infty}$, то из фиг. 4 ясно, что повышение отношения температуры подшипника к температуре шипа как бы сглаживает различие между поддерживающими силами подшипников конечной и бесконечной длины. Исключение составляет случай очень малых значений H ($H < 0.1$), когда поддерживающая сила достаточно короткого подшипника намного меньше, чем бесконечно длинного, а влияние перепада температур несущественно. Если же $H \approx 2$ или больше, то увеличение температурного фактора χ может значительно повысить несущую способность подшипника, а ошибка за счет пренебрежения трехмерностью его формы будет сравнительно небольшой.

Поступило 30 X 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Шидловская И. И. Постановка и решение задач о газовой смазке подшипников скольжения при больших поперечных перепадах температуры. *Rev. Roumaine des sci. techn. ser. Mécan. appl.*, 1966, t. 11, No. 1.
2. Шидловская И. И. Некоторые задачи теории газовой смазки с учетом температурных изменений. *Инж. ж.*, 1965, т. 5, вып. 5.
3. Ausman J. S. Finite gas lubricated journal bearings. *The Institution of mechanical engineers. Proc. of the conference on lubrication and wear*, 1957, paper 22.
4. Ausman J. S. An improved analytical solution for self-acting gas-lubricated journal bearings of finite length. *Trans. ASME, Ser. D, J. of Basic engng.*, 1961, vol. 83, No. 2. (Рус. перев. *Тр. Америк. об-ва инж. механ.*, сер. D, *Техническая механика*, 1961, № 2)