На фиг. 4 приведена форма ударной волны при различных числах M в координатах, отнесенных к диаметру шара.

Поступило 9 X 1967

ЛИТЕРАТУРА

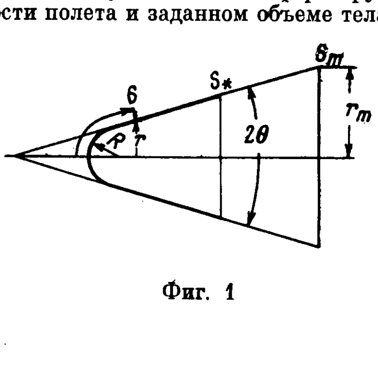
1. Seiff A. A. freeflight wind tunnel for aerodynamic testing at hypersonic spreds. NAGA Rep., 1955, No. 1222.
2. Белоцерковский О. М. О расчете обтекания осесимметричных тел с отошедшей ударной волной на электронной счетной машине. ПММ, 1960, т. 24, вып. 3.
3. Мишин Г. И. Исследование коэффициента сопротивления сферы при сверхзвуковых скоростях в газах с различным отношением удельных теплоемкостей. ЖТФ, 1961, т. 31, вып. 4, стр. 495.
4. Hodges A. J. The Drag coefficient of very High Velocity Spheres. J. Aeronaut. Sci., 1957, vol. 24, No. 10, p. 755.
5. Charters A. C., Thomas R. N. The Aerodynamic Perfomance of small Spheres from subsonic to High Supersonic Velocities. J. Aeronaut. Sci., 1955, vol. 12, No. 4, p. 468.
6. Liepman H. W., Roshko A. Elements of Gasdynamics (Русск. перев.: Г. В. Липман. А. Рошко. Элементы газовой динамики. М., Изд-во иностр. лит., 1960, стр. 130).
7. Масленников В. Г. Исследование положения отошедшей ударной волны при сверхзвуковом движении эллипсоидов вращения в газах с различной внутримолекулярной структурой. Сб. «Аэрофизические исследования сверхзвуковых течений», М.— Л., «Наука», 1967, стр. 241.
8. Fraasa D. An Experimental Juvestigation of Hypersonic Flow over Blunt — Nosed at a Mach Number of 5.8. «GALCIT» 1957, No. 2.
9. Масленников В. Г. О форме отошедшей ударной волны, образующейся при сверхзвуковом движении полусферы и цилиндрического торца в различных газах. Сб. «Аэрофизические исследования сверхзвуковых течений», М.— Л., «Наука», 1967, стр. 256.

ВЫБОР ОПТИМАЛЬНОГО РАДИУСА ЗАТУПЛЕНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТЕЛА С УЧЕТОМ ИЗЛУЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТИ

В. Я. БОРОВОЙ (*Москва*)

Рассматривается задача об определении оптимального по условиям теплообмена затупления осесимметричного тела, обтекаемого сверхзвуковым потоком газа под нулевым углом атаки, с учетом излучения поверхности тела. Приводятся результаты вычисления оптимального радиуса затупления конуса с углом полураствора 10° при различных значениях отношения конвективного теплового потока в характерной точке к радиационному тепловому потоку. Показано, что при малых значениях этого отношения оптимальными являются малые затупления.

1. Рассмотрим общий тепловой поток к поверхности затупленного по сфере кругового конуса (фиг. 1) при заданной высоте и скорости полета и заданном объеме тела V. Предполагается, что тепло, поступающее от газа к поверхности тела, отводится средствами тепловой защиты (например, охладителем, циркулирующим внутри тела), так что температура поверхности нигде не превышает заданное постоянное значение T_*. Обозначим удельный поток тепла, излучаемого при этой температуре с поверхности тела, через q_*. Тогда количество тепла, которое необходимо отводить в единицу времени от поверхности тела средствами тепловой защиты, определится следующим интегралом:



Фиг. 1

$$Q = \int_0^l 2\pi r(q - q_*)\,ds \qquad (1.1)$$

где q — конвективный тепловой поток от газа к поверхности тела при температуре T_*, r — расстояние от оси симметрии до поверхности тела; s — расстояние, измеряемое от критической точки вдоль образующей тела.

Интегрирование ведется по той части поверхности тела, на которой выполняется условие $q \geqslant q_*$ (при этом предполагается, что величина теплового потока монотонно убывает по мере удаления от критической точки; на очень большом относительном удалении монотонность этой зависимости может нарушаться, см., например, [3]). Если условие $q \geqslant q_*$ выполняется на всей поверхности тела, то интегрирование ведется, естественно, до основания конуса ($l = s_m$). Таким образом, длина пути интегрирования l определяется следующими условиями:

$$l = s_*, \quad q(s_*) = q_*, \quad \text{если } s_* \leqslant s_m$$
$$l = s_m, \quad \text{если } s_* \geqslant s_m \tag{1.2}$$

При заданном объеме тела полная длина образующей тела s_m определяется геометрическим соотношением

$$V = \pi \int_0^{s_m} r^2 \sqrt{1 - \left(\frac{dr}{ds}\right)^2}\, ds \tag{1.3}$$

Итак, задача ставится следующим образом: найти радиус затупления конуса R, при котором функционал (1.1) имеет минимум при условиях (1.2) и (1.3).

Отличие от задачи, рассмотренной в работе [1], состоит, во-первых, в том, что интегрирование ведется не по всей поверхности тела, а лишь до точки с координатой l, зависящей от величины допустимой температуры T_* и радиуса затупления конуса; во-вторых, в подынтегральной функции вместо q находится разность $q - q_*$.

Перейдем к безразмерным величинам. Введем относительный радиус затупления конуса $R_1 = R / R_0$, где R_0 — радиус сферы равновеликой затупленному конусу. Все остальные линейные размеры отнесем к радиусу затупления конуса

$$r^\circ = \frac{r}{R}, \qquad s^\circ = \frac{s}{R}, \qquad l^\circ = \frac{l}{R}$$

Удельный тепловой поток от газа к телу в произвольной точке с координатой s отнесем к тепловому потоку в критической точке:

$$q^\circ = \frac{q(s)}{q(0)}$$

а общий тепловой поток к затупленному конусу отнесем к величине $q_0 \pi R_0^2$

$$Q^\circ = \frac{Q}{q_0 \pi R_0^2}$$

где q_0 — тепловой поток в критической точке равновеликой сферы радиуса R_0. Введем еще параметр α

$$\alpha = \frac{q_0}{q_*}$$

Этот параметр, характеризующий интенсивность тепловых потоков к поверхности тела, можно назвать коэффициентом тепловой нагрузки.

Уравнения (1.1)—(1.3) в новых обозначениях примут следующий вид:

$$Q^\circ = R_1^{3/2}\left[F(l^\circ) - \frac{R_1^{1/2}}{\alpha}\Phi(l^\circ)\right] \tag{1.4}$$

если $s_*^\circ \leqslant s_m^\circ$, то

$$l^\circ = s_*^\circ \qquad \left(q^\circ(s_*^\circ) = \frac{R_1^{1/2}}{\alpha}\right) \tag{1.5}$$

если $s_*^\circ \geqslant s_m^\circ$, то

$$l^\circ = s_m^\circ \qquad \left(\chi(s_m^\circ) = \frac{1}{{}^3/_4 R_1^3}\right) \tag{1.6}$$

В уравнения (1.4), (1.6) для краткости введены дополнительно следующие обозначения:

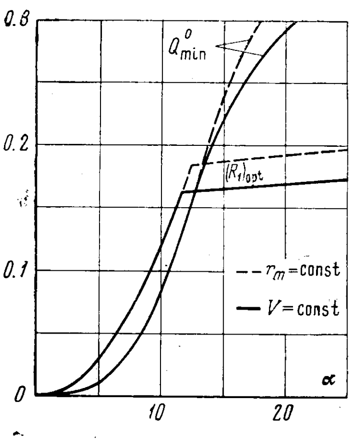
$$F(l^\circ) = 2\int_0^{l^\circ} q^\circ r^\circ\, ds^\circ, \qquad \Phi(l^\circ) = 2\int_0^{l^\circ} r^\circ\, ds^\circ \tag{1.7}$$

$$\chi(s_m^\circ) = \int_0^{s_m^\circ} (r^\circ)^2 \left[1 - \left(\frac{dr}{ds}\right)^2\right]^{1/2} ds^\circ \tag{1.8}$$

При гиперзвуковых скоростях полета относительный тепловой поток q° в случае ламинарного пограничного слоя слабо зависит от чисел Маха и Рейнольдса, а при малых значениях температурного фактора — также и от температурного фактора (см., например, [1]); на большом удалении от затупления величина q° несколько изменяется в зависимости от числа Рейнольдса за счет энтропийного эффекта [2, 3]. Можно приближенно считать, что для конуса с заданным углом раствора величина q° зависит только от безразмерной координаты s°. Это и позволяет считать, что интеграл (1.7) не зависит от абсолютной величины радиуса затупления и является лишь функцией базразмерной координаты l°. При этом функционал (1.1) превращается в функцию двух переменных R_1 и l° (см. уравнение (1.4)).

2. Перейдем к определению оптимального радиуса затупления $(R_1)_{0pt}$. Рассмотрим сначала случай малых значений коэффициента тепловой нагрузки α, когда выполняется условие $s_*^\circ \leqslant s_m^\circ$. Подставив выражение для R_1 из соотношения (1.5) в (1.4), получим зависимость относительного теплового потока Q° от одной переменной l°

$$Q^\circ = \alpha^3[q^\circ(l^\circ)]^3[F(l^\circ) - q^\circ(l^\circ)\Phi(l^\circ)]$$



Фиг. 2

Приравняв производную от Q° нулю, получим уравнение для определения оптимального значения l° при $s_*^\circ \leqslant s_m^\circ$

$$3F - 4q^\circ\Phi = 0 \tag{2.1}$$

В уравнение (2.1) не входит параметр α, т. е. при $s_*^\circ \leqslant s_m^\circ$ оптимальное значение относительной длины защищаемой поверхности тела не зависит от коэффициента тепловой нагрузки.

Для конкретных расчетов были использованы интерполяционные зависимости для функции $q^\circ(s^\circ)$, полученные в работе [1] на основе численных расчетов А. Л. Анкудинова.

Для затупленного конуса с полууглом раствора $\theta = 10^\circ$ уравнение (2.1) дает следующий результат: $l_{0pt}{}^\circ = 27$.

Величина оптимального радиуса затупления при $s_*^\circ \leqslant s_m^\circ$, как это следует из соотношения (1.5), увеличивается пропорционально квадрату коэффициента тепловой нагрузки:

$$(R_1)_{0pt} = \alpha^2 [q^\circ(l_{0pt}{}^\circ)]^2$$

Приведенные результаты справедливы лишь при условии, вытекающем из (1.5) и (1.6)

$$\alpha \leqslant \frac{1}{q^\circ({}^3/_4\chi)^{1/6}}$$

(здесь функции q° и χ вычислены при $s^\circ = l^\circ{}_{0pt}$), или в конкретном случае конуса с полууглом $\theta = 10^\circ$ при условии $\alpha \leqslant 11.6$.

Перейдем к рассмотрению случая больших значений коэффициента α, когда

$$s_*^\circ \geqslant s_m^\circ$$

Подставив R_1 из соотношения (1.6) в (1.4), получим:

$$Q^\circ = \frac{F}{({}^3/_4\chi)^{1/2}} - \frac{1}{\alpha}\frac{\Phi}{({}^3/_4\chi)^{2/3}}$$

В результате дифференцирования для определения l°_{0pt} получается уравнение

$$q^\circ - {}^1/_4\frac{Fr_m{}^\circ\cos\theta}{\chi} = \frac{1}{\alpha}\frac{1}{({}^3/_4\chi)^{1/6}}\left[1 - {}^1/_3\frac{\Phi r_m{}^\circ\cos\theta}{\chi}\right] \tag{2.2}$$

где

$$r_m{}^\circ = \left(l^\circ + \operatorname{ctg}\theta - \frac{\pi}{2} + \theta\right)\sin\theta$$

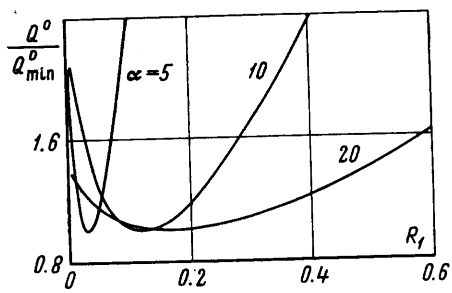
Из уравнения (2.2) видно, что при $s_*^\circ > S_m^\circ$ значение $l^\circ{}_{0pt}$ зависит от величины коэффициента α.

После решения уравнения (2.2) можно вычислить оптимальное значение радиуса затупления при помощи соотношения (1.6).

На фиг. 2 показана зависимость оптимального значения относительного радиуса затупления от коэффициента тепловой нагрузки (случаю заданного объема соответствуют сплошные линии). При $\alpha \to \infty$ вычисленное значение $(R_1)_{opt}$ асимптотически стремится к значению, полученному для тех же условий в работе [1]. При $\alpha \to 0$ оптимальный радиус затупления стремится к нулю. Следует иметь в виду, что при $\alpha \leqslant 1$ наряду с относительным минимумом (при $R_1 = (R_1)_{opt}$) имеется еще абсолютный минимум

$$Q^\circ = 0 \quad \text{при } R_1 \geqslant \alpha^2$$

т. е. при $\alpha \leqslant 1$ затупленный конус с достаточно большим радиусом затупления вообще не нуждается в тепловой защите. Однако при этом аэродинамическое сопротивление тела будет больше, чем при оптимальном радиусе затупления.



Фиг. 3

На фиг. 3 в качестве примера показана зависимость отношения Q° / Q°_{min} для трех значений коэффициента тепловой нагрузки.

Видно, что использование при малых значениях α того же относительного затупления, что и при больших значениях α, приводит к существенному увеличению относительного теплового потока Q°, который необходимо отводить средствами тепловой защиты.

3. В заключение рассмотрим задачу об определении оптимального радиуса затупления конуса при заданном радиусе основания r_m. Можно сохранить обозначения всех безразмерных величин, но под величиной R_0 следует понимать радиус основания конуса ($R_0 = r_m$), а под величиной q_0 — тепловой поток в критической точке сферы, (1.5) останутся без изменения, а (1.6) необходимо заменить условием: если

$$s_*^\circ \geqslant s_m^\circ$$

то

$$l^\circ = s_m^\circ$$

$$\left(s_m^\circ = \frac{1}{R_1 \sin\theta} - \operatorname{ctg}\theta + \frac{\pi}{2} - \theta\right) \tag{3.1}$$

При $s_*^\circ \leqslant s_m^\circ$ для определения величины l°_{opt} получим, как и прежде, уравнение (2.1). При $s_*^\circ \geqslant s_m^\circ$ получим вместо (2.2) следующее уравнение:

$$q^\circ (r_m^\circ)^2 - {}^3/_4 F \sin\theta = \frac{1}{\alpha \sqrt{r_m^\circ}} [(r_m^\circ)^2 - \Phi \sin\theta] \tag{3.2}$$

Из фиг. 2 видно, что при больших значениях коэффициента тепловой нагрузки оптимальное значение относительного радиуса затупления при заданном диаметре основания (пунктирная линия) несколько больше, чем при заданном объеме (сплошная линия). Если $\alpha \to \infty$, то в рассмотренном примере

$$(R_1)_{opt} = 0.221 \text{ при } r_m = \text{const}$$

вместо

$$(R_1)_{opt} = 0.187 \text{ при } V = \text{const}$$

Следует помнить, что при $r_m = \text{const}$ радиус затупления отнесен к радиусу основания конуса, а при $V = \text{const}$ — к радиусу равновеликой сферы.

Поступило 29 V 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Башкин В. А. О выборе характерного размера осесимметричного тела заданной формы, оптимального по условиям теплопередачи. Инж. ж., 1965, т. 5, вып. 2.
2. Ферри А. Влияние кривизны ударной волны на поведение гиперзвукового пограничного слоя. Докл. на Всесоюзн. съезде по теоретической и прикл. мех. М., 1960.
3. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на затупленных телах с учетом завихренности внешнего потока. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.