

## ВЛИЯНИЕ КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ СРЕДЫ НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ УДАРНОЙ ВОЛНЫ С МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

П. П. ВОЛОСЕВИЧ, С. П. КУРДЮМОВ, Ю. П. ПОПОВ

(Москва)

Рассматривается задача о падении ударной волны на «магнитную стенку», которая изучалась в [1]. Показано, что динамика происходящих при этом процессов существенным образом зависит от особенностей закона изменения проводимости среды с температурой  $\sigma(T)$ , а также от величины напряженности магнитного поля  $H_0$ .

При специальном виде закона  $\sigma(T)$  построено точное решение задачи. При произвольном законе  $\sigma(T)$  задача исследуется численно путем расчетов на ЭЦВМ; полученные решения сравниваются с точными.

Анализ этих решений показывает, что диссипативные свойства среды (электропроводность, вязкость), определяя структуру фронта преломленной волны, влияют на характер всего течения в целом.

Сформулированная задача позволяет также выяснить характерные особенности распада разрыва в проводящей среде.

**1. Постановка задачи.** Рассматривается сильная газодинамическая плоская ударная волна, распространяющаяся по покоящейся холодной непроводящей плазме, для которой справедливо уравнение состояния идеального газа. В ударной волне плазма нагревается до высокой температуры, так что ее проводимость становится значительной. В начальный момент волна приходит в соприкосновение с магнитным полем, силовые линии которого параллельны плоскости фронта волны. Изучаются происходящие при этом магнитогидродинамические процессы.

При рассмотрении задачи пренебрегается энергией ионизации. Предполагается, что влияние анизотропии проводимости несущественно. Не учитываются также теплопроводность и излучение.

Картина течения, возникающего при взаимодействии ударной волны с магнитным полем, описывается системой одномерных нестационарных уравнений магнитной гидродинамики, которая в массовых лагранжевых координатах имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial t} &= v, & \frac{\partial}{\partial t} \frac{1}{\rho} &= \frac{\partial v}{\partial s}, & \frac{\partial v}{\partial t} &= -\frac{\partial G}{\partial s}, & G &= p + \frac{H^2}{8\pi} \\ \frac{\partial H}{\partial t} &= -H\rho \frac{\partial v}{\partial s} - \rho \frac{\partial(cE)}{\partial s}, & E &= -\frac{c}{4\pi\sigma} \rho \frac{\partial H}{\partial s} \\ \frac{\partial}{\partial t} \left( \varepsilon + \frac{v^2}{2} + \frac{H^2}{8\pi\rho} \right) &= -\frac{\partial}{\partial s} (Gv) - \frac{\partial}{\partial s} \left( c \frac{EH}{4\pi} \right) \\ p &= \rho RT, & \varepsilon &= \frac{R}{\gamma - 1} T \end{aligned} \quad (1.1)$$

Здесь  $t$  — время,  $x$  — эйлерова координата,  $s$  — массовая координата,  $p$  — статическое,  $G$  — полное давление газа,  $\rho$  — плотность,  $v$  — скорость,  $T$  — температура,  $\varepsilon$  — внутренняя энергия,  $\sigma(T)$  — электропроводность

среды,  $H$  — напряженность магнитного поля,  $E$  — напряженность электрического поля в системе координат, движущейся с газом  $c$  — скорость света,  $R$  — газовая постоянная,  $\gamma$  — показатель адиабаты. Массовая координата  $s$  связана с  $x$  соотношением  $ds = \rho dx$ ; под производной по времени  $\partial/\partial t$  понимается полная производная.

В качестве начальных условий рассматривается «полочка» с параметрами  $T_0 = 0$ ,  $\rho_0, v_0 = 0$ ,  $H_0$  справа и  $T_1, \rho_1, v_1, H_1 = 0$  слева от разрыва. Величины  $T_1, \rho_1, v_1$  связаны с фоновыми значениями обычными соотношениями на фронте газодинамической волны

$$T_1 = \frac{2(\gamma - 1)}{(\gamma + 1)^2} D^2 R^{-1}, \quad \rho_1 = \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \rho_0, \quad v_1 = \frac{2}{\gamma + 1} D \quad (1.2)$$

Такие начальные данные соответствуют исходной газодинамической ударной волне, которая распространяется со скоростью  $D$  в положительном направлении оси  $x$ . В начальный момент на фоне перед волной появляется магнитное поле  $H_0$ , созданное внешними источниками.

В работе [1] в двух частных случаях за счет специальных предположений относительно закона  $\sigma(T)$  решение сформулированной задачи было получено в аналитическом виде. В одном случае (модель  $\sigma = \infty$ ) предположение заключалось в том, что проводимость среды во всем пространстве независима от температуры считалась бесконечной («вмороженная» магнитная гидродинамика). Во втором случае ( $\sigma = 0$ ) предполагалось, что газ за образующей преломленной волной не обладает проводимостью, так что эта волна является чисто газодинамической. В то же время проводимость слева от контактной поверхности считалась бесконечной.

Отметим, что в обеих моделях существует критическое значение напряженности магнитного поля

$$H_* = \left[ \frac{16\pi(3\gamma - 1)}{\gamma^2 - 1} D^2 \rho_0 \right]^{1/2}$$

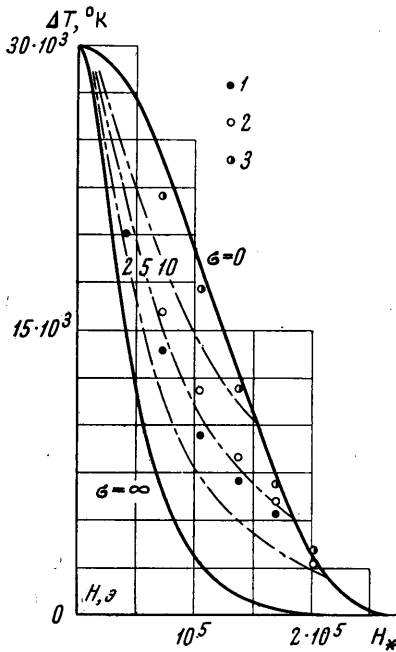
при которой амплитуда преломленной ударной волны обращается в нуль.

Для газа с реальной зависимостью проводимости от температуры случай полной «вмороженности» будет предельным.

Модель  $\sigma = 0$  будет в некотором смысле противоположным предельным случаем. Ее можно использовать в качестве приближенного решения для сильных магнитных полей, близких к критическому.

Результаты этих точных решений представлены на фиг. 1—6 (сплошные линии) для исходной падающей волны с параметрами: скорость фронта  $D = 5.7$  км/сек, плотность за волной  $\rho_1 = 7.12 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup> при плотности на фоне  $\rho_0 = 1.78 \cdot 10^{-3}$  г/см<sup>3</sup>, температура и скорость за фронтом  $T_1 = 30\,000^\circ$  К,  $v_1 = 4.3$  км/сек, молекулярный вес газа  $\mu = 40$  г/моль,  $\gamma = 5/3$ . В этих условиях критическое поле составляет  $H_* \sim 2.6 \cdot 10^5$  эрст.

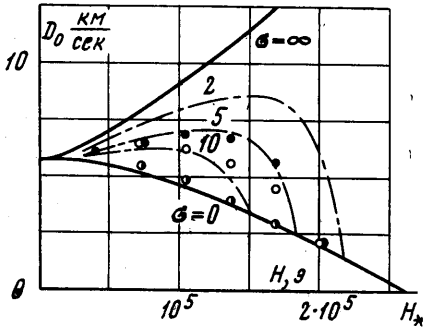
На фиг. 1—5 изображена зависимость различных параметров преломленной волны от напряженности магнитного поля; на фиг. 1 — амплитуда преломленной волны по температуре  $\Delta T$ , на фиг. 2 — скорость фронта преломленной волны  $D_0$ , на фиг. 3 — амплитуда преломленной волны по полному давлению  $\Delta G$ , и величина приращения магнитного поля за ее фронтом  $\Delta H$ , на фиг. 4 — амплитуда по плотности  $\Delta \rho$ , на фиг. 5 — напряженность «наведенного» на фоне электрического поля  $E_0$ . Фиг. 6 представляет зависимость скорости фронта отраженной волны от величины напряженности магнитного поля. Различие между решениями  $\sigma = \infty$  и  $\sigma = 0$  для отраженной волны гораздо меньше, чем для преломленной. Для других параметров отраженной волны подобные кривые построены в [1].



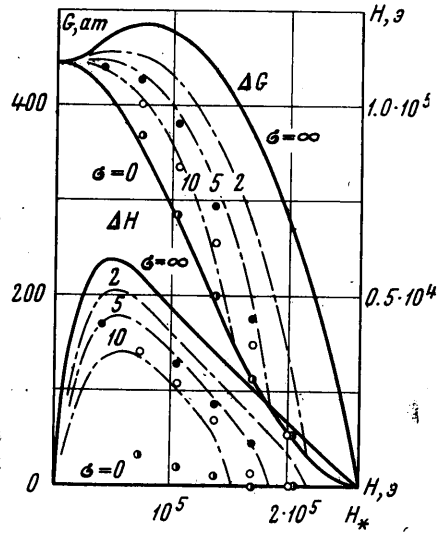
Фиг. 1

2. Точное решение. Для сформулированной выше задачи о падении ударной волны на магнитное поле можно построить еще одно точное решение, если предположить, что зависимость проводимости газа от температуры имеет вид бесконечного скачка

$$\sigma(T) = \begin{cases} 0 & (T \leq T^*) \\ \infty & (T > T^*) \end{cases} \quad (2.1)$$



Фиг. 2

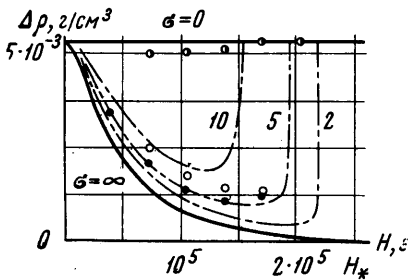


Фиг. 3

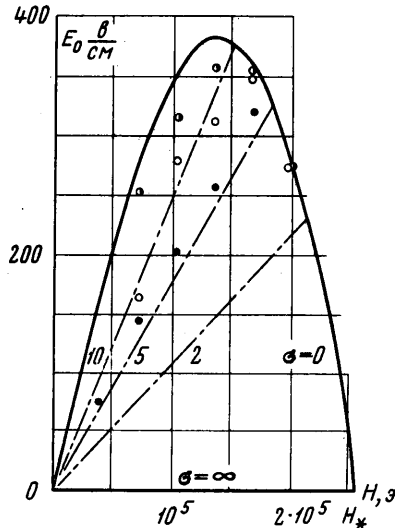
Закон (2.1) будет модельным; однако по сравнению со случаями  $\sigma = \infty$  и  $\sigma = 0$  он более оправдан с физической точки зрения. Действительно, в реальных газах заметная проводимость появляется лишь по достижении пороговой температуры и затем резко возрастает с температурой, так что в ряде случаев зависимость  $\sigma(T)$  может быть аппроксимирована скачком в окрестности  $T^*$ .

Построение точного решения для закона (2.1) связано с раскрытием неопределенности для величины электрического поля на фоне. Эта величина

$$E_0 \sim \frac{1}{\sigma(T_0)} \left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)_0$$



Фиг. 4

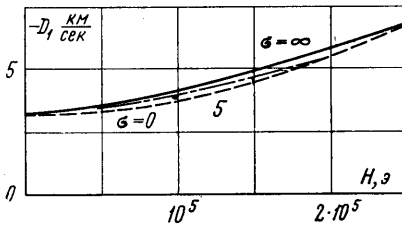


Фиг. 5

формально может принимать любое значение, так как

$$\left( \frac{\partial H}{\partial x} \right)_0 = 0, \quad \sigma(T_0) = 0 \quad (T^* \geq T_0 = 0)$$

С другой стороны, от этой величины зависят значения параметров за фронтом преломленной волны. Неопределенность можно устранить, воспользовавшись результатами работ [2-5]. В них показано, что в нестационарных задачах магнитной гидродинамики с ударными волнами, ионизирующими холодный непроводящий газ (на фоне  $\sigma = 0$ ), обычных соотношений Гюгонио, которые выражают непрерывность касательной составляющей электрического поля, а также потоков вещества, импульса и энергии, недостаточно для определения интенсивности ударной волны. В этом случае необходимо учитывать дополнительное соотношение, связывающее параметры потока до и после ударной волны. Это соотношение вытекает из рассмотрения структуры ударной волны в непрерывном решении, где учтены диссипативные эффекты, и зависит от соотношения между диссипативными коэффициентами. В некоторых специальных случаях указанное соотношение может быть записано в простом алгебраическом виде. К числу таких случаев относится и задача о взаимодействии ударной волны с магнитным полем при условии, что проводимость газа описывается законом (2.1).



Фиг. 6

Будем считать, что значение напряженности магнитного поля на фоне перед преломленной волной поддерживается постоянным и равным  $H_0$ . Тогда дополнительное соотношение записывается следующим образом:

$$E_0 = c^{-1} v^* H_0$$

$$v^* = \sqrt{2RT^* / (\gamma - 1)} \quad (2.2)$$

Здесь  $v^*$  — значение скорости в непрерывном решении в той точке, где достигается [5] пороговая температура  $T^*$ .

Равенство (2.2) раскрывает неопределенность, о которой говорилось выше; параметры потока за фронтом преломленной волны однозначно определяются, если задана ее скорость  $D_0$ . Параметры газа за отраженной волной также легко рассчитываются по газодинамическим соотношениям Гюгонио и заданной скорости волны  $D_1$ . Параметры  $D_0$  и  $D_1$  определяются из условия «слияния» решений для преломленной и отраженной волн на контактном разрыве. Это условие состоит в непрерывности полного давления  $G$  и продольной компоненты скорости  $v$ .

Таким образом, построение точного решения сводится к анализу системы алгебраических уравнений.

Результаты точного решения для преломленной волны для  $T^* = 2000, 5000$  и  $10000^\circ \text{K}$  приведены на фиг. 1-6 (штрих-пунктирные линии, помеченные соответственно цифрами 2, 5, 10).

Эти решения совпадают с кривой  $\sigma = 0$  там, где температура газа за фронтом преломленной волны падает ниже соответствующей пороговой величины  $T^*$ . Другой предельный случай  $\sigma = \infty$  получается из решения (2.1) при  $T^* = 0$ . Исключение составляет точка при  $H = H_*$ . Для закона (2.1) решение в этой точке совпадает с кривой  $\sigma = 0$  и является разрывным. Отметим, что в построенном точном решении скорость фронта преломленной волны при увеличении напряженности магнитного поля меняется немонотонно. Кривая  $D_0(H)$  имеет максимум, причем значение скорости в этом максимуме превосходит скорость исходной газодинамической волны. Таким образом, при падении ударной волны на «магнитную стенку» в некотором диапазоне изменения  $H$  ударная волна не замедляется, а напротив ускоряется. Величина максимума  $D_0(H)$  уменьшается с ростом  $T^*$  (при  $T^*$  близких к  $T_1$  он слабо выражен).

Немонотонно изменяются с увеличением поля и другие параметры преломленной волны: амплитуда по полю  $\Delta H$  и полному давлению  $\Delta G$  (фиг. 3), напряженность «наведенного» на фоне электрического поля  $E_0$  (фиг. 5), амплитуда по плотности  $\Delta \rho$  (фиг. 4).

Остановимся подробнее на последнем графике. Случаю  $\sigma = 0$  здесь соответствует прямая

$$\Delta \rho = \rho_1 - \rho_0 = \frac{2}{\gamma - 1} \rho_0$$

Эта линия построена в предположении холодного фона  $T_0 = 0$ , которое оправдано до тех пор, пока температура за фронтом преломленной волны значительно

превосходит температуру фона (приближение сильной волны). При напряженности магнитного поля близкой к критической это предположение не выполняется. Однако учет  $T_0 \neq 0$  приводит лишь к тому, что при приближении к  $H_*$  кривая  $\Delta r(H)$  резко устремляется к нулю. Основная качественная особенность кривой — немонотонность при увеличении  $H$  и наличие минимума — сохраняется. На фиг. 6, изображающей зависимость скорости отраженной волны  $D_1$  от величины  $H$ , приведена кривая точного решения для закона (2.1) при  $T^* = 5000^\circ \text{K}$  (штрих-пунктирная линия). Эта кривая лежит в области, ограниченной предельными решениями  $\sigma = \infty$  и  $\sigma = 0$ , и близка к ним. Другие параметры отраженной волны также меняются монотонно с увеличением  $H$  и мало отличаются от решений  $\sigma = \infty$  и  $\sigma = 0$ .

3. Некоторые особенности задачи и результаты численного счета. При произвольном законе  $\sigma(T)$  решение задачи о падении ударной волны на «магнитную стенку» может быть получено только численно. Система (1.1) рассчитывалась численно на ЭЦВМ по однородным разностным схемам методом последовательных прогонок. Подробно метод счета изложен в [6]. Краевые условия формулировались следующим образом: левая граница — поршень из идеального проводника, который вдвигается в газ с постоянной скоростью  $v_1$ ; правая граница — неподвижная стенка, на которой задано постоянное значение напряженности магнитного поля  $H_0$ .

Сформулированная задача об ударе волны о магнитное поле похожа на классическую задачу о распаде магнитогидродинамического разрыва. Однако между обеими постановками имеется существенное различие. Классическая задача рассматривается без учета диссипативных процессов. В данном случае наличие конечной проводимости приводит к появлению джоулева нагрева, а также к диффузии магнитного поля в область слева от контактной поверхности. Эти эффекты приводят к тому, что течение выходит на установившийся режим только асимптотически на больших временах, в то время как в классической задаче о распаде такой режим устанавливается мгновенно.

Другое важное отличие состоит в следующем. Задача о распаде разрыва является задачей Коши, которая рассматривается в неограниченном пространстве и полностью определяется начальными данными.

Вообще говоря, например, при численной реализации задачу о распаде можно рассматривать и в ограниченной области. В этом случае в обычной газодинамике или во «вмороженной» магнитной гидродинамике из-за конечной скорости распространения сигнала влияние границ проявится лишь спустя некоторое время. До этого момента решение задачи в ограниченной области ничем не будет отличаться от решения в неограниченном пространстве.

В задаче при непроводящем фоне изменение условия по магнитному полю на правой границе мгновенно (в магнитогидродинамическом приближении) скорость распространения электромагнитного сигнала бесконечна) начинает воздействовать на развивающуюся картину течения. «Переносчиком» информации о правом граничном условии является электромагнитная волна, которая испускается преломленной ударной волной и после многократных отражений от правой границы и фронта ударной волны «наводит» на фоне соответствующее электрическое поле.

При конкретном виде граничного условия  $H = H_0 = \text{const}$ , которое использовано в задаче, решение оказывается точно таким же, что и в неограниченном пространстве. Причина этого заключается в том, что упомянутая выше электромагнитная волна, существенно изменяя напряженность электрического поля на фоне, практически не влияет на величину магнитного поля [7]. Однако, если в качестве правой границы рассмотреть, например, стенку из идеального проводника, условие на которой  $E = 0$ , решение с самого начального момента будет развиваться совершенно по-другому.

В этом смысле в задачах с непроводящими областями краевые условия определяют решение наравне с начальными данными.

Все вышесказанное справедливо не только при абсолютно непроводящем фоне ( $\sigma = 0$ ), но и при малой проводимости фона.

Параметры потока за фронтом преломленной волны зависят от величины  $E_0$ , последняя определяется структурой волны [4]; поэтому течение, устанавливающееся за волной, а следовательно, и вся картина взаимодействия зависит от структуры волны. В численных расчетах для обеспечения сквозного счета ударных волн в уравнении движения (1.1.1) и энергии (1.1.3) введена вязкость Неймана [6, 8].

В обычной газодинамике, а также во «вмороженной» магнитной гидродинамике действие такой вязкости выражается лишь в том, что она «размазывает» скачки плотности и скорости в ударных волнах на 3—4 счетных интервала. В задаче вязкость, внося свой вклад в структуру фронта преломленной волны, посредством описанного выше механизма влияет на все решение в целом. Поэтому, чтобы решить задачу о падении ударной волны на «магнитную стенку» для реального газа нужно задать не только точный закон проводимости, но и вязкости.

Использованная выше искусственная вязкость моделирует действие реальной вязкости.

В численных расчетах величина напряженности электрического поля получается автоматически, благодаря применению к уравнению поля (1.1.2) потокового варианта метода прогонки. Чтобы проверить возможности этого метода, была проведена контрольная серия расчетов задачи о взаимодействии ударной волны с магнитным полем с законом  $\sigma(T)$  в виде

$$\sigma(T) = \begin{cases} 0 & (T \leq 5000 \cdot K) \\ 5 \cdot 10^4 \text{ мо/см} & (T > 5000^\circ K) \end{cases} \quad (3.1)$$

Закон (3.1) является приближением к зависимости (2.1) при  $T^* = 5000^\circ K$ . Результаты численного счета (точки 1 на фиг. 1—5) оказываются близкими к кривой точного решения. Такое совпадение результатов свидетельствует о том, что данный способ счета позволяет преодолеть трудности, которые обычно возникают при использовании сквозных численных методов для анализа задач магнитной гидродинамики, включающих непроводящие области.

На фиг. 1—5 приведены также результаты расчетов для закона проводимости, описываемого формулой

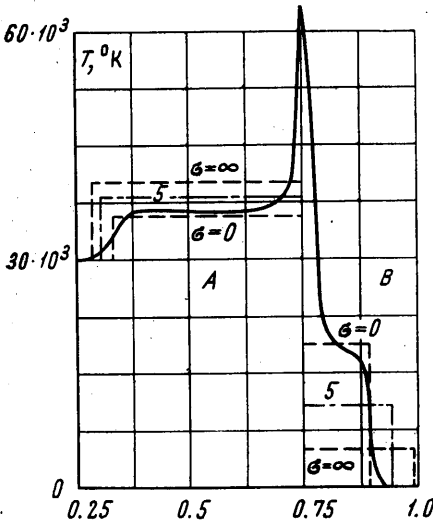
$$\sigma(T) = \begin{cases} 0 & (T \leq 5000^\circ K) \\ \alpha 18.9 (T^\circ K / 10^3 K)^{3/2} \text{ мо/см} & (T > 5000^\circ K) \end{cases} \quad (3.2)$$

для двух значений  $\alpha$  ( $\alpha = 1$  — точки 2 и  $\alpha = 0.1$  — точки 3). Результаты этих двух серий расчетов попадают в область, ограниченную предельной линией  $\sigma = 0$  и кривой точного решения с законом (2.1) при  $T^* = 5000^\circ K$ , однако друг от друга они резко отличаются.

Этот факт качественно можно объяснить следующим образом.

Искусственная вязкость построена так, что ее величина на фронте преломленной волны в обоих случаях примерно одинакова. При  $\alpha = 1$  оказывается, что искусственная вязкость преобладает над магнитной вязкостью  $\nu_m = c^2 / 4\pi\sigma$ ; при  $\alpha = 0.1$  картина обратная. Поэтому первый случай близок к точному решению с законом (2.1) при  $T^* = 5000^\circ K$ , а второй — к модели  $\sigma = 0$ , в которой преломленная волна является чисто газодинамической [5].

На фиг. 7 изображен типичный профиль температуры, полученный в результате численного расчета системы (1.1) (сплошная линия). Использован закон  $\sigma(T)$ , описанный формулой (3.2) при  $\alpha = 0.1$ ; напряженность магнитного поля  $H_0 \sim 10^5$  эрст. Картина течения представлена на момент времени  $t = 0.225 \cdot 10^{-3}$  сек в массовых координатах, в которых контактная поверхность неподвижна. Здесь  $B$  — зона преломленной волны; в точке  $s = 0.75$  расположена контактная поверхность. На



Фиг. 7

фиг. 7 также для сравнения приведены на тот же момент времени и с тем же  $H_0$  результаты точных решений (модель  $\sigma = \infty$ , модель  $\sigma = 0$  — пунктирные линии, решение для закона (2.1) при  $T^* = 5000^\circ K$  — штрих-пунктирная линия). Решение, полученное численно, близко к точному решению  $\sigma = 0$ . Это связано с тем, что при использованном законе  $\sigma(T)$  проводимость в преломленной волне мала; эта волна, слабо взаимодействуя с магнитным полем, оказывается близкой к чисто газодинамической, а вся картина течения в силу этого — к модели  $\sigma = 0$ .

**4. Некоторые оценки.** Различие между рассматриваемой задачей и классической задачей о распаде магнитогидродинамического разрыва, в частности, определяется наличием эффекта Джоулева нагрева и диффузии магнитного поля. Проведем качественную оценку действия этих эффектов. Обозначим характерное значение проводимости слева от контактной поверхности через  $\sigma_1$ ; эффективная глубина проникновения магнитного поля в эту область к моменту времени  $t$  составит  $l \sim c\sqrt{t} / \sigma_1$ .

Диффузией магнитного поля можно пренебречь, если  $d$  — зона, охваченная газодинамическим движением в отраженной волне, значительно превосходит  $l$  ( $d = D_1 t \gg l$ ), т. е. если выполнено неравенство

$$(D_1 / c) \sqrt{\sigma_1 t} \gg 1 \quad (4.1)$$

где  $D_1$  — скорость отраженной волны.

Аналогичным неравенством оценивается относительная роль джоулева нагрева в энергетическом балансе течения.

Рассмотрим преломленную волну. Пусть приращение плотности на ее фронте равно  $\Delta\rho$ . При этом максимально возможное возрастание магнитного поля за фронтом, которое имело бы место в случае «вмороженности» равно  $\Delta H = H_0 \Delta\rho / \rho_0$  ( $\rho_0$  — плотность на фоне перед преломленной волной). Суммарное увеличение поля к моменту  $t$  составит  $Q_1 = H_0 (\Delta\rho / \rho_0) D_0 t$ . Однако, если фон непроводящий, то возрастанию поля препятствует его «утечка» через фон. По аналогии с тепловыми задачами, где в изотермических областях при постоянной температуре существует конечный поток тепла, здесь также через непроводящий фон существует конечный поток магнитного поля, пропорциональный величине  $E_0$ . Интегральную утечку поля  $Q_2$  можно оценить, исходя из уравнения Максвелла

$$Q_2 = \int_0^t \int_{x_1}^{x_0} \frac{\partial H}{\partial t} dx dt \sim -c(E_0 - E_1)t$$

Здесь  $x_1, x_0$  — координаты контактной поверхности и фронта преломленной волны,  $E_1$  и  $E_0$  — характерные значения напряженности электрического поля соответственно в районе контактной поверхности и на фоне. Можно показать, что  $E_1 \sim -H_0 / c \sqrt{\sigma_1 t}$ . Тогда

$$Q_2 \sim - \left( cE_0 t + \frac{H_0}{\sqrt{\sigma_1}} \sqrt{t} \right) \quad (4.2)$$

В (4.2) первый член соответствует утечке через фон, второй — через контактную поверхность. Очевидно, что влияние второго члена с ростом  $t$  падает.

Проведенные оценки показывают, что асимптотически при больших  $t$  влияние джоулева нагрева и диффузии поля в область слева от контактной поверхности становится исчезающе малым. В то же время из сравнения величин  $Q_1$  и  $Q_2$  следует, что утечка магнитного поля через фон с течением времени сохраняется как постоянно действующий фактор, причем величина этой утечки определяется напряженностью электрического поля на фоне  $E_0$ . Сама же величина  $E_0$  зависит от конкретного вида закона  $\sigma(T)$  и напряженности магнитного поля  $H_0$ . Таким образом для каждого конкретного закона  $\sigma(T)$  решение стремится к «своему» асимптотическому решению. В частности, картина течения, образующегося при ударе волны о «магнитную стенку», при законе  $\sigma(T)$ , описываемом формулой

$$\sigma(T) = \begin{cases} 0 & (T \leq T^*) \\ \sigma_0 & (T > T^*) \end{cases} \quad (4.3)$$

существенно зависит от величины  $\sigma_0$ , и не выходит асимптотически с ростом  $t$  на точное решение с законом (2.1).

В численных расчетах в районе контактной поверхности наблюдается образование высокотемпературного слоя газа —  $T$ -слоя (фиг. 7). Этот нелинейный самоподдерживающийся эффект возникает при определенных условиях в нестационарных задачах магнитной гидродинамики [9]. С точки зрения приведенных оценок наличие  $T$ -слоя расширяет пределы их применимости. Проводимость газа, разогретого в  $T$ -слое, возрастает, что соответствует эффективному увеличению средней проводимости в неравенствах (4.1) и (4.2).

Отметим, что немонотонное изменение различных параметров преломленной волны с ростом напряженности магнитного поля  $H$ , отмеченное на точных решениях при законе (2.1), наблюдается и при других зависимостях  $\sigma(T)$ , например, при законе (3.2) для достаточно больших  $a$ .

Авторы благодарны А. А. Самарскому, Л. А. Заклязьминскому, Л. М. Дегтяреву и А. П. Фаворскому за обсуждение работы, Д. А. Гольдиной и А. А. Иванову за проведение численных расчетов, а также Г. А. Любимову за ряд полезных замечаний.

Поступило 29 XII 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Волосевич П. П., Курдюмов С. П., Попов Ю. П. Взаимодействие ударной волны с магнитным полем в среде с конечной проводимостью. Изв. АН СССР, МЖГ, 1968, № 1, стр. 67.
2. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. О возможных типах разрывов со скачком проводимости. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 4.
3. Любимов Г. А. Исследование стационарных поверхностей разрывов со скачком проводимости газа в электромагнитном поле. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 5.
4. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. О магнитогидродинамических ударных волнах, ионизирующих газ. Докл. АН СССР, 1959, т. 129, № 1.
5. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Простейшие задачи, содержащие ионизирующую газ ударную волну в электромагнитном поле. Докл. АН СССР, 1959, т. 129, № 3.
6. Самарский А. А., Волосевич П. П., Волчинская М. И., Курдюмов С. П. Численные методы решения нестационарных одномерных задач магнитной гидродинамики. М., 1967.
7. Chu S. K. Dynamics of ionizing shock waves: shocks in transverse magnetic fields, *Phys. Fluids*, 1964, vol. 7, № 8, p. 1349.
8. Рихтмайер Р. Д. Разностные методы решения краевых задач М., Изд-во иностр. лит., 1960.
9. Тихонов А. Н., Самарский А. А., Заклязьминский Л. А., Волосевич П. П., Дегтярев Л. М., Курдюмов С. П., Попов Ю. П., Соколов В. С., Фаворский А. П. Нелинейный эффект образования самоподдерживающегося высокотемпературного электропроводного слоя газа в нестационарных процессах магнитной гидродинамики. Докл. АН СССР, 1967, т. 173, № 4.