

ТЕЧЕНИЕ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА ВБЛИЗИ ПЕРЕДНЕЙ КРИТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ЗАТУПЛЕННОГО ТЕЛА ПРИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЯХ

В. С. АВДУЕВСКИЙ, А. В. ИВАНОВ

(Москва)

При понижении плотности в гиперзвуковом потоке перестройка течения от континуального к свободномолекулярному происходит постепенно. Переходная область может быть разбита на несколько режимов, в каждом из которых наиболее существенным является определенное физическое явление. Для случая течения в окрестности передней критической точки затупленного тела к таким явлениям можно отнести возрастание толщины отошедшей ударной волны и пограничного слоя, наличие вязкого течения во всем возмущенном слое перед затупленным телом, уменьшение числа столкновений между молекулами и связанные с последним релаксационные эффекты, возрастающая роль взаимодействия молекул потока с поверхностью, явления скольжения и скачка температур.

В настоящей работе на основании экспериментальных исследований по толщине ударной волны [1, 2] и по измерениям плотности перед затупленным телом [3] и расчетов пограничного слоя [4] сделан анализ изменения толщин ударной волны, пограничного слоя и всего сжатого слоя перед телом, а также параметров газа вблизи тела в зависимости от изменения чисел Рейнольдса R_s (рассчитанных по условиям за прямым скачком) и чисел Маха M .

При значениях $R_s > 10^3$ (что соответствует при скорости 10 км/сек и размере тела 1 м высотам меньшим 70 км) течение является континуальным. Толщины ударной волны D и пограничного слоя δ малы по сравнению с расстоянием отхода ударной волны Δ и состояние газа в окрестности критической точки близко к равновесному.

Уменьшение R_s приводит к возрастанию толщин ударной волны и пограничного слоя, причем толщина ударной волны растет быстрее. Однако при этом в сжатом слое сначала еще сохраняется участок изоэнтропического течения. Уменьшение частоты столкновений между молекулами в сжатом слое приводит к тому, что в окрестности передней критической точки происходит запаздывание в установлении равновесия по колебательным степеням свободы молекул. Одновременно или немного раньше начинает проявляться химическая неравновесность.

При значении $R_s \approx 10^2$ (высота 85 км при скорости 10 км/сек и размере 1 м) взаимное утолщение ударной волны и пограничного слоя приводит к их смыканию и образованию сплошной области неизоэнтропического течения перед телом. При этом приблизительно $\frac{1}{2}D \approx \delta \approx \frac{1}{2}\Delta$, а положение середины ударной волны сохраняется примерно таким же как и в континуальном течении (отход). Релаксационные процессы здесь протекают при наличии вязкого течения во всем ударном слое.

При дальнейшем уменьшении R_s ударная волна и пограничный слой перекрываются и изменяют свою структуру. Вращательные и далее поступательные степени свободы молекул не успевают достигнуть равновесного состояния в окрестности критической точки. Наконец, при $R_s \approx 10$, когда длина свободного пробега молекул становится сравнимой с поперечным размером сжатого слоя, отошедшая ударная волна уже не образуется. После этого механизм обтекания носит существенно дискретный характер. Время пребывания каждой молекулы вблизи тела определяется всего несколькими столкновениями. После так называемого режима первых столкновений уменьшение плотности приводит к свободномолекулярному течению. Граница свободномолекулярного течения [5] при $M \gg 1$ соответствует примерно значению $R \approx 0.1$ (размер тела 1 м, скорость 10 км/сек, высота ≈ 200 км).

В работе рассматривается возможность применения различных схем расчета для указанных режимов течения в окрестности критической точки и делается вывод, что упрощенные модели расчета противоречат физической картине течения.

Показано, что эффекты, связанные с разреженностью газа, для описания которых используется модель взаимодействия пограничного слоя с внешним завихрен-

ным потоком проявляются в тех случаях, когда толщина ударной волны настолько велика, что она смыкается с пограничным слоем. Естественно, что при этом применение модели «вихревого взаимодействия», например, для расчета поправок к ламинарным коэффициентам теплоотдачи [6] не обосновано. Еще менее обосновано использование уравнений пограничного слоя с граничными условиями скольжения. По этим же причинам не реализуется модель «вязкого ударного слоя» [6-8], предполагающая наличие вязкого течения в сжатой области при тонкой ударной волне.

Отмечается, что область применимости газодинамических расчетов, когда в рамках теории идеальной жидкости и с предположением о бесконечно тонкой ударной волне исследуется влияние кинетики химических процессов на картину обтекания затупленного тела при больших M , должна быть существенно сужена. Это замечание относится также и к учету влияния неравновесности на излучение в сжатом слое.

1. К настоящему времени проведено сравнительно большое количество экспериментальных работ, в которых исследовалась толщина и внутренняя структура прямой ударной волны. В большей части этих работ использовались методы чувствительные к профилю плотности в ударной волне.

Толщина последней определялась согласно выражению

$$d = (\rho_s - \rho_\infty) (\partial\rho/\partial x)_{\max}^{-1} \quad (1.1)$$

где ρ_∞ — плотность в набегающем потоке, а ρ_s — асимптотическое значение плотности за ударной волной.

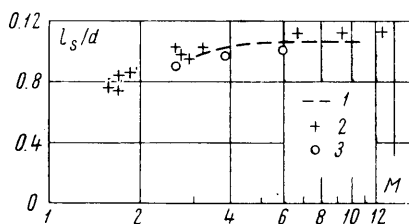
В разных экспериментальных условиях и при помощи различных экспериментальных методов для отношения величины d к длине свободного пробега молекул в набегающем потоке l_∞ получены хорошо согласующиеся между собой значения. С ростом числа M относительная толщина ударной волны d/l_∞ сначала уменьшается, достигая минимума, а затем при $M \geq 4$ начинает медленно возрастать. Такой характер поведения величины d/l_∞ может быть связан с тем обстоятельством, что независимо от числа M потока для формирования ударной волны требуется в среднем вполне определенное число столкновений выбранной молекулы с другими молекулами потока. Согласно оценкам [2] для ударной волны в воздухе на толщине d происходит примерно 15 таких столкновений. Минимальная толщина ударной волны, найденная в экспериментах, составляет примерно от 3 до 4 длин свободного пробега в набегающем потоке, что заведомо больше длины свободного пробега за прямым скачком.

Величины d/l_∞ , измеренные на ударной трубе при температуре набегающего потока $T_\infty = 300^\circ \text{K}$ систематически получаются несколько меньшими чем соответствующие значения, найденные при использовании сверхзвуковых разреженных потоков в аэродинамической трубе с температурой торможения $T_0 = 300^\circ \text{K}$ и, следовательно, более низкими температурами T_∞ . Этот результат можно объяснить различным характером температурной зависимости эффективного поперечного сечения молекул для этих экспериментов.

Хорошее согласие между всеми измерениями обнаруживается на фиг. 1 для отношения толщины ударной волны d к длине свободного пробега молекул за скачком l_s . Здесь приведены данные [1, 2] для двухатомного газа: 1 — азот, $T_\infty = 300^\circ \text{K}$ (взято из [1]); 2 — азот, $T_0 = 300^\circ \text{K}$ [1]; 3 — воздух, $T_0 = 300^\circ \text{K}$ [2]. Приведенные толщины d/l_s для азота, соответствующие экспериментам в ударной трубе (взято из [1]) получены пересчетом величин d/l_∞ с использованием экспериментальных значений эффективных поперечных сечений при высоких температурах, определенных при помощи метода рассеяния молекулярного пучка [9].

Кроме хорошего согласия всех экспериментальных результатов из фиг. 1 видно также, что при числах $M > 5$ отношение d/l_s оказывается практически не зависящим от M и дает таким образом, для гиперзвуковых чисел M следующее соотношение:

$$d \approx 9.5 l_s \quad (1.2)$$



Фиг. 1

Аналогичная картина имеет место и для экспериментов в одноатомном газе.

Для целей настоящего анализа необходимо сравнить толщины ударной волны и толщины δ пограничного слоя.

Параметры газа в ударной волне и в пограничном слое асимптотически стремятся к значениям в невозмущенном течении, поэтому определение их толщин является условным. Ниже принято, что на границе пограничного слоя δ и за фронтом ударной волны с толщиной D скорость газа отличается от асимптотического значения на 4–5%. Задание другой величины отклонения не изменяет сделанных выводов, хотя приведет к некоторому смещению границ областей с различными режимами течения.

Величина D , определенная таким образом больше, чем d . Ниже будут использоваться обе величины. Однако при сравнении надо иметь в виду, что за фронтом ударной волны с толщиной d скорость газа отличается от асимптотического значения примерно на 15% и, следовательно такая оценка толщины волны является заниженной по сравнению с толщиной пограничного слоя.

Для оценки соотношения между толщинами D и d удобно воспользоваться аналитическими выражениями распределения параметров поперек фронта ударной волны, предложенными Мотт — Смитом [10]. Простые расчеты показывают, что в этом случае указанное отклонение плотности и скорости от своих асимптотических значений ρ_∞ , V_∞ и ρ_s , V_s по обе стороны скачка имеет место в точках, разделенных расстоянием примерно равным $1.5 d$, т. е.

$$D \approx 1.5 d \quad (1.3)$$

Сравнение с экспериментально определенными [2] распределениями плотности показало, что если в соответствующий теоретический профиль плотности [10] в качестве параметра d подставить экспериментальное значение (фиг. 1), то в большей части ударного фронта получается достаточно хорошее согласие. При больших M имеет место существенное расхождение лишь в зоне, которая расположена в непосредственной близости к набегающему потоку. Экспериментальный профиль является в этой зоне более пологим и, следовательно, оценку (1.3) следует считать заниженной по сравнению с истинной величиной D .

Комбинируя (1.2) и (1.3), получаем для искомой толщины ударной волны при гиперзвуковых числах M выражение

$$D \approx 14 l_s \quad (1.4)$$

2. Для оценки толщины пограничного слоя вблизи передней критической точки затупленного тела можно использовать выражение [4]

$$\delta \approx 2 \langle \nu \rangle^{1/2} \beta^{-1/2} \quad (2.1)$$

в котором $\langle \nu \rangle$ — среднее значение коэффициента кинематической вязкости в пограничном слое, β — градиент скорости течения вне пограничного слоя вдоль поверхности тела.

Величина $\langle \nu \rangle = \langle \mu / \rho \rangle$ может быть вычислена при некоторой средней температуре $\langle T \rangle$ внутри пограничного слоя, которая для сильно охлажденного тела принимается равной половине температуры торможения $T_0 \approx T_s$ (T_s — температура за прямым скачком). Для коэффициента вязкости μ используем температурную зависимость

$$\langle \mu \rangle / \mu = [\langle T \rangle / T]^{3/4} \quad (2.2)$$

Эта зависимость достаточно хорошо аппроксимирует экспериментальные результаты [9] для азота в интервале температур $1000 \lesssim T \lesssim 10000^\circ \text{K}$ (согласно тем же данным для кислорода показатель степени в выражении (2.2) примерно равен 0.8).

Используя известное из кинетической теории соотношение

$$v = \left(\frac{2}{\pi\gamma}\right)^{1/2} a l \quad (2.3)$$

где γ — отношение теплоемкостей c_p/c_v для газа в пограничном слое и a — скорость звука, будем окончательно иметь выражение для толщины пограничного слоя в окрестности передней критической точки

$$\delta \approx \gamma^{-1/4} \left(\frac{l_s a_s}{\beta}\right)^{1/2} \quad (2.4)$$

3. Рассмотрим соотношение между толщинами ударной волны, пограничного слоя и расстоянием Δ отхода ударной волны от тела. Согласно выражениям (1.2) и (2.4) находим

$$d \frac{\beta}{a_s} \approx 10\gamma^{1/2} \left(\delta \frac{\beta}{a_s}\right)^2 \quad (3.1)$$

Последнее соотношение показывает, что при увеличении разреженности набегающего потока, толщина ударной волны увеличивается быстрее толщины пограничного слоя.

Величина отхода Δ ударной волны при $R \rightarrow \infty$ может быть определена из выражения

$$\Delta \approx \varepsilon \frac{a_s}{\beta} \quad \left(\varepsilon = \frac{\rho_\infty}{\rho_s}\right) \quad (3.2)$$

Для больших чисел M можно считать $\varepsilon = (\gamma - 1) / (\gamma + 1)$. Комбинируя теперь (3.2), (1.2), (2.4), находим

$$\frac{d}{\Delta} \approx 10\gamma^{1/2}\varepsilon \left(\frac{\delta}{\Delta}\right)^2 \quad \left(\frac{d}{\Delta} \approx 1.5 \left(\frac{\delta}{\Delta}\right)^2\right) \quad (1.25 < \gamma < 1.4) \quad (3.3)$$

Используя (1.4), вместо (3.3) получим соответственно

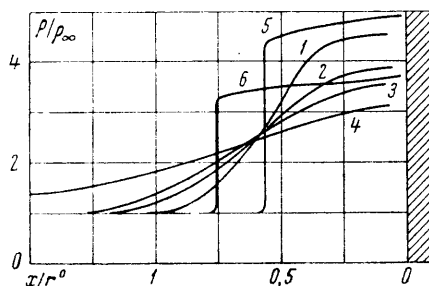
$$\frac{D}{\Delta} \approx 15\gamma^{1/2}\varepsilon \left(\frac{\delta}{\Delta}\right)^2 \quad \left(\frac{D}{\Delta} \approx 2.2 \left(\frac{\delta}{\Delta}\right)^2\right) \quad (1.25 < \gamma < 1.4) \quad (3.4)$$

Полученные соотношения (3.1) — (3.4) для течения в окрестности критической точки не зависят от формы образующей тела.

В континуальном течении толщина пограничного слоя значительно больше толщины ударной волны и меньше толщины ударного слоя. При увеличении разреженности одновременно возрастают толщины ударной волны и пограничного слоя, причем последняя растет быстрее. Обе толщины сравниваются по величине при $\beta l_s / a_s \approx 4 \cdot 10^{-3}$ (для сферы радиуса r^0 при $l_s / r^0 \approx 4 \cdot 10^{-3}$). Из (3.4) имеем, что в этом случае $D \approx \delta \approx 1/3 \Delta$. Следовательно учёт дополнительных эффектов, проявляющихся при толстом пограничном слое, например, рассмотрение влияния завихренности вне слоя не может производиться без учета утолщения ударной волны, ибо влияние последнего может оказаться даже более сильным.

Из сказанного выше следует также, что схемы расчета, в которых предполагается, что тонкая ударная волна лежит на пограничном слое [6–8] (так называемый «режим вязкого слоя»), не соответствует физической картине явлений в сжатом слое перед телом. Это видно из следующего. Согласно экспериментам [3] ударная волна размывается по обе стороны от своего положения в континууме¹. В момент смыкания пограничного слоя с ударной волной примерно имеет место условие

¹ В цитируемой статье [3] автором допущен просмотр: графики, изображенные в статье на фиг. 3а, отвечают параметрам, указанным к фиг. 2 и должны занимать положение, соответствующее $2a$ и наоборот.



Фиг. 2

$0.5D + \delta = \Delta$. Согласно (3.6), при этом толщина ударной волны оказывается в два раза большей толщины пограничного слоя. Следует отметить, что неудовлетворительность концепции «вязкого слоя» указывалась также некоторыми другими авторами [11, 12].

4. Рассмотрим особенности течения в окрестности критической точки, обнаруженные в экспериментах [3] при постепенном уменьшении плотности.

На фиг. 2 показаны экспериментально измеренные плотности вдоль линии торможения плоского диска, обтекаемого сверхзвуковым потоком ($T_0 \approx 300^\circ \text{K}$) воздуха с числом $M = 3.7-3.8$ при различных значениях числа Рейнольдса R_∞ , рассчитанного по условиям набегающего потока. Кривые 1, 2, 3, 4 соответствуют значениям $R_\infty = 52, 35, 24, 12$, а кривые 5 и 6 относятся к течению сплошной среды ($R_\infty \rightarrow \infty$) для $\gamma = 7/5$ и $\gamma = 5/3$.

Из фиг. 2 видно, что отходящая ударная волна расплывается по обе стороны от положения, соответствующего континуальному течению. При этом точка, в которой значение плотности равно $1/2 (\rho_\infty + \rho_s)$ несколько смещается вверх по потоку при уменьшении числа R_∞ . В случае $R_\infty = 52$ оказывается еще возможным оценить толщину пограничного слоя. Последняя оказывается примерно $0.4r^0$, что заметно меньше толщины ударной волны. Из фигур также видно, что уменьшение числа R_∞ сопровождается уменьшением плотности ρ_w вблизи передней критической точки по сравнению с его значением в континуальном течении. Так, например, при $R_\infty = 52$ плотность ρ_w лишь несколько ниже своего расчетного значения при $\gamma = 1.4$. Однако при $R_\infty = 35$ и $R_\infty = 24$ оказывается близкой к расчетному значению, соответствующему $\gamma = 1.67$. Этот факт указывает на то, что в этих случаях число столкновений между молекулами, происходящих за время их нахождения в сжатой области перед телом становится, по-видимому, уже недостаточным для установления равновесия по вращательным и в какой-то мере по поступательным степеням свободы. При $R_\infty = 12$ для диска и при $R_\infty = 35$ для сферы характерный для ударной волны профиль плотности разрушается — ударная волна исчезает. При таком режиме течения столкновений между молекулами становится недостаточно и для релаксации поступательных степеней свободы.

Аналогичное изменение распределения плотности обнаружено в экспериментах [3] и при увеличении числа M для постоянного R_∞ . Исчезновение ударной волны во всех случаях наблюдалось, когда примерно выполнялось условие $l_s \approx \Delta$.

5. Используем настоящие результаты для анализа режимов течения разреженного газа при гиперзвуковых числах M . Для определенности будем рассматривать случай обтекания тела воздухом. Пусть

$$D = 0.1\Delta \quad (5.1)$$

Тогда, в соответствии с (1.4), находим $\Delta/l_s \approx 150$. Это показывает, что течение за ударной волной близко к континуальному; получаем

$$\delta \approx 8 \times 10^{-2} \gamma^{-1/2} \varepsilon^{-1/2} \Delta$$

При $\gamma = 1.4 \div 1.25$, $\delta \approx 0.2\Delta$. Толщины пограничного слоя и ударной волны здесь еще достаточно малы. Соотношение (5.1) можно принять в качестве границы, отделяющей течение сплошной среды от переходного режима. При помощи (1.4) и (3.2) легко установить, что условие (5.1) осуществляется при

$$R_s \approx 175 \frac{\gamma^{1/2} M_s \beta r^0}{\varepsilon a_s} \quad \left(M_s = \frac{v_s}{a_s}, R_s = \frac{\rho_s v_s r^0}{M_s} \right) \quad (5.2)$$

Здесь r^0 — радиус осесимметричного тела, M_s и R_s числа Маха и Рейнольдса, рассчитанные по параметрам газа за прямым скачком. При больших M величина M_s практически не меняется. Для случая обтекания сферы $\beta r^0/a_s \approx (2/\gamma)^{1/2}$. Полагая $\gamma = 1.4$ и 1.25 , находим из (5.2) границу континуального течения $R_s \approx 700$.

Пусть теперь плотность в набегающем потоке уменьшается. При этом возрастают толщины пограничного слоя и ударной волны. Толщина ударной волны растет быстрее.

При помощи (1.3) и (2.4) легко показать, что для сферы при $R_s \approx 120$

$$D \approx \delta \approx 7 \times 10^{-2} \gamma^{-1/2} \varepsilon^{-1} \Delta \quad \text{при } R_s \approx 250 \gamma M_s \beta r^0 / a_s$$

Дальнейшее совместное утолщение ударной волны и пограничного слоя приводит к их смыканию. В сжатом слое перед телом образуется сплошная область неизоэнтропического течения. Наступление такого режима может быть найдено из условия

$$0.5D + \delta = \Delta \quad (5.3)$$

В этом условии на основании экспериментов [3] принято, что при утолщении ударной волны положение ее центра в первом приближении остается неизменным.

Подстановка выражений (1.4), (2.4) и (3.2) в (5.3) дает следующие результаты. Для $\gamma = 1.4$ режим (5.3) наступает при

$$R_s \approx 145M_s \frac{\beta r^0}{a_s} \quad (5.4)$$

для $\gamma = 1.25$ при

$$R_s = 245M_s \frac{\beta r^0}{a_s} \quad (5.5)$$

Подставим сюда в качестве M_s значения, соответствующие $M \rightarrow \infty$ и ограничимся, для примера, случаем обтекания сферы ($\beta r^0 / a_s \approx \sqrt{2/\gamma}$). Полагая $\gamma = 1.4$ и $\gamma = 1.25$ находим границу, отделяющую область смыкания ударной волны и пограничного слоя $R_s \approx 70-100$. Положение границы данного режима слабо зависит от выбора γ , хотя можно и отметить, что в случае газа с большим числом возбужденных внутренних степеней свободы (меньшие γ) наступление режима полностью вязкого течения во всем сжатом слое происходит несколько раньше. Аналогичное обстоятельство имеет место и для указанной выше границы (5.1), (5.2).

Приближенно можно считать, что для случая обтекания затупленного тела режим исчезновения зоны изоэнтропического течения (5.3) наступает при $R_s \approx 100$. В этом режиме толщина ударной волны больше толщины пограничного слоя.

При более высоких разрежениях ударная волна и пограничный слой перекрываются и вследствие взаимодействия между собой изменяют свою структуру. Соотношения Гюгоньо перестают выполняться, ударная волна распадается. Началом распада ударной волны можно считать условие $0.5d \approx \Delta$. Анализ результатов экспериментов [3] по измерениям полей плотности перед теплоизолированными телами показывают, что при $\Delta \approx l_\infty$ время нахождения молекулы в сжатом слое перед телом определяется всего несколькими столкновениями. Заметим, что для образования ударной волны требуется примерно 15 столкновений.

Примем в качестве крайней границы области исчезновения ударной волны еще более сильное условие $l_s \approx \Delta$. Тогда получаем следующий диапазон разрежений, где имеет место исчезновение ударной волны

$$l_s \lesssim \Delta \lesssim 0.5d \quad (5.6)$$

Уменьшение плотности здесь приводит к тому, что сначала вращательные, а затем и поступательные степени свободы молекул не успевают достигать равновесного состояния в окрестности передней критической точки. Используя (1.2) и (3.2), находим соответствующую область чисел R_s

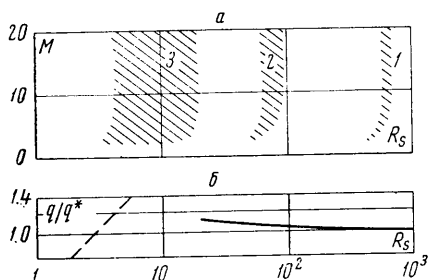
$$1.25\gamma^{1/2} \frac{M_s \beta r^0}{\varepsilon a_s} \lesssim R_s \lesssim 6\gamma^{1/2} \frac{M_s \beta r^0}{\varepsilon a_s} \quad (5.7)$$

Положив формально $\gamma \approx 1.4$, получаем границу режима течения, при котором ударная волна перед сферой не успевает сформулироваться

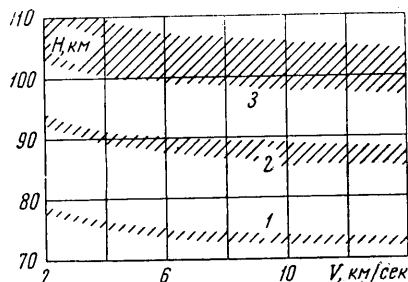
$$4 \lesssim R_s \lesssim 19. \quad (5.8)$$

Если тело сильно охлаждается, то в непосредственной близости от стенки плотность газа достаточно высока и процесс перестройки течения имеет свои отличительные особенности. Однако соотношение (5.7) и в этом случае может быть принято в качестве оценки примерного диапазона, в котором происходит исчезновение механизма ударного сжатия.

На фиг. 3а описанная выше картина обтекания затупленного тела в переходном режиме изображена для случая сферического затупления



Фиг. 3



Фиг. 4

в виде диаграммы M, R_s . Здесь представлены режимы 1, 2 и 3, соответствующие условиям (5.1), (5.3) и (5.6). Для всех кривых предполагается $\gamma = 1.4$. Для случая обтекания затупленного тела другой формы диаграмма полностью сохраняет свое качественное содержание. Количественное различие выражается сдвигом кривых вдоль оси R_s , обусловленным различием в величине градиента скорости β вдоль образующей тела.

Для большей наглядности на фиг. 4 те же результаты представлены в виде диаграммы высота — скорость (H, V). Эта диаграмма построена для сферического затупления с радиусом $r^0 = 1$ м.

За недостатком места на обеих диаграммах не показана граница свободномолекулярного обтекания. Согласно [5], при гиперзвуковых числах M для сильно охлажденного затупленного тела поверхность которого имеет коэффициент accommodation 1, в качестве такой границы следует считать $l_\infty / r^0 M \geq 10$ или $R_\infty \leq 0.1$. Величина R_∞ представляет собой число Рейнольдса, рассчитанное по параметрам набегающего потока. Для тел с характерным размером 1 м и скоростью порядка 10 км/сек это соответствует высотам более 200 км.

Между режимом (5.6) и свободномолекулярным режимом лежит широкий класс течений, где необходим одновременный учет как столкновений между собой так и их взаимодействие с поверхностью обтекаемого тела. Здесь имеют место режимы так называемых первых; вторых и т. д. столкновений.

В диапазоне (5.6), когда происходит процесс разрушения (или, наоборот, формирования) ударной волны, значительная доля молекул подходит достаточно близко к поверхности тела, сохраняя большую по сравнению с v_s (скорость за прямым скачком) величину массовой скорости. Следовательно, здесь дискретность среды играет существенную роль.

6. Выше при рассмотрении режимов течения (5.1) и (5.3) формально предполагалось, что отношение теплоемкостей γ для двухатомного газа может меняться в диапазоне $1.25 \leq \gamma \leq 1.4$. Зависимость от γ оказалась слабая. Однако необходимо подчеркнуть, что с увеличением разреженности уменьшается частота столкновений между молекулами в сжатом слое. Это приводит к явлению замораживания внутренних (инертных) степеней свободы. Так например, при температурах за прямым скачком от 5000 до 10 000° К ($10 \leq M \leq 20$) для установления равновесия по колеба-

тельными степенями свободы требуется соответственно от 10^4 до 10^3 столкновений. Считая число столкновений некоторой выбранной молекулы за время прохождения ею дозвуковой зоны ударного слоя примерно равным r^0/l_s , находим, что колебательные степени свободы уже не успевают релаксировать при $r^0/l_s < 10^3$, т. е. при $R_s < 10^3$. Поскольку при заморозности колебательных степеней свободы диссоциация и ионизация должны быть также заморозены, то данная грубая оценка показывает, что в режиме смыкания ударной волны с пограничным слоем (5.3) следует, по-видимому, считать течение в сжатом слое замороженным.

Рассмотренные выше границы течения (5.1), (5.3) и (5.6) также показывают, что расчеты [13] неравновесных физико-химических явлений в сжатом слое, производимые в рамках теории идеальной жидкости и с предположением о тонкой ударной волне имеют ограниченную область применимости. Это замечание особенно существенно для случая больших M и высоких температур, когда времена релаксации инертных степеней свободы молекулы становятся очень малыми и сравнимыми с временами релаксации поступательных и вращательных степеней свободы. В этих условиях неравновесные явления протекают при существенном влиянии вязкости.

7. Остановимся еще на явлениях скольжения и скачка температуры в окрестности критической точки. Для скорости скольжения u_w и скачка температуры ΔT можно с хорошим приближением использовать выражения

$$u_w = l_w \partial u / \partial \eta |_{\eta=0} \quad (7.1)$$

$$\Delta T = T |_{\eta=0} - T_w = l_w \partial T / \partial \eta |_{\eta=0} \quad (7.2)$$

где η — координата по нормали к поверхности, а l_w — длина свободного пробега молекул у стенки. Входящие в (7.1) и (7.2) значения градиентов скорости и температуры трудно оценить для общего случая произвольных разрежений. Поэтому такие оценки обычно проводятся [6, 7, 11] для достаточно больших чисел R , когда возможно применение теории пограничного слоя.

Градиент температуры на стенке можно определить с помощью результатов работы [14]

$$\frac{\partial T}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} = 0.67 \left(\frac{\beta}{\nu_w} \right)^{1/2} (T_0 - T_w) \left(\frac{\mu_s \rho_s}{\mu_w \rho_w} \right)^{0.4} \quad (7.3)$$

Приняв здесь для закона изменения вязкости с температурой формулу (2.2), получим для случая сферы при $T_w \approx 3T_\infty$ и больших чисел M следующий результат

$$\Delta T / T_0 \approx 2.5 M^{-1} R_s^{-1/2} \quad (7.4)$$

Для определения $\partial u / \partial \eta$ при $\eta = 0$ воспользуемся выражением для напряжения трения в передней критической точке для сильно охлаждаемой поверхности [15]

$$\tau_w = \frac{\mu_w}{u} \frac{\partial u}{\partial \eta} \Big|_{\eta=0} \approx 0.8 \sqrt{\beta \mu_w \rho_w} \left(\frac{\langle \mu \rho \rangle}{\mu_w \rho_w} \right)^{1/2} \quad (7.5)$$

где значение $\langle \mu \rho \rangle$ взято при средней температуре $\langle T \rangle = 0.5 (T_s + T_w)$. Используя закон вязкости (2.2) и подставив (7.5) в (7.1) получаем следующую оценку скорости скольжения в передней критической точке при $T_w \approx 3T_\infty$ и $M \gg 1$

$$u_w / u \approx 4 M^{-1} R_s^{-1/2} \quad (7.6)$$

Выражения (7.4) и (7.6) получены из теории пограничного слоя, которая применима при малой толщине последнего и тонкой ударной волне, например, при $R_s \approx 10^3$ согласно указанной выше границе (5.2). Видно, таким образом, что в пределах применимости концепции пограничного слоя явления скольжения и скачка температур в окрестности передней критической точки затупленного тела являются не существенными. Следовательно, попытки учесть влияния разреженности в окрестности передней критической точки при использовании уравнений пограничного слоя и граничных условий скольжения не правомерны, ибо в той области, где скольжение может быть существенным, пограничный слой уже сливается с ударной волной.

8. Представляет интерес провести сравнение проведенного выше анализа картины течения вблизи передней критической точки затупленного тела в области низких чисел Рейнольдса с результатами экспериментов по теплообмену. Такие эксперименты по измерениям теплового потока q в передней критической точке проведены для сферы в диапазоне чисел Маха от 2 до 6.

На фиг. 3б приведена кривая зависимости q/q^* от R_s , проведенная по всем экспериментальным точкам работы [16]. По оси ординат отложено отношение измеренного теплового потока q к тепловому потоку q^* , вычисленному по теории пограничного слоя [14]. По оси абсцисс отложено число R_s . На этой фигуре пунктирной линией также показана кривая, соответствующая теплообмену в свободномолекуляр-

ном течении. Во всем исследованном диапазоне чисел Маха, результаты экспериментов описываются единой кривой, что подтверждает доказанный выше определяющий характер числа R_s .

Из фиг. 3б видно, что отклонение от формул континуального ламинарного течения наблюдается при $R_s \approx 100$, т. е. в области смыкания толстой ударной волны и пограничного слоя. Следовательно, объяснение этого отклонения влиянием вихревого взаимодействия при тонком пограничном слое представляется весьма сомнительным.

9. Представленные выше результаты позволяют сделать вывод, что при $10 \leq R_s \leq 10^3$ расчет течения вблизи передней критической точки затупленного тела с использованием уравнений Навье — Стокса должен производиться для всей области сжатого слоя, включая размытую ударную волну. Однако следует отметить, что эти уравнения не применимы в значительной части фронта ударной волны. Так, во всех известных до настоящего времени попытках исследования внутренней структуры фронта ударной волны при помощи уравнений Навье — Стокса было обнаружено, что последние дают для толщины d величины значительно меньшие, чем измеренные экспериментально. Макроскопические уравнения Навье — Стокса, по-видимому, могут дать удовлетворительное приближение для описания течения лишь в дозвуковой части ударной волны, где локальные градиенты будут сравнительно малы. В связи с этим обстоятельством можно надеяться, что для окрестности передней критической точки затупленного тела, рассчитанные из этих уравнений величины газодинамических параметров могут оказаться достаточно близкими к реальным. Настоящий анализ указывает также, что эти расчеты должны одновременно учитывать релаксационные явления в сжатом слое.

Областью применимости таких расчетов следует считать такие режимы течения, в которых перед телом еще существует ударная волна, хотя последняя может быть сильно размытой. В качестве крайней границы применимости макроскопических уравнений Навье — Стокса можно принять указанный выше режим (5.7), при котором ударная волна перед телом уже не успевает сформироваться.

Поступило 16 II 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Robben F., Talbot L. Measurement of Shock Wave Thickness by the Electron Beam Fluorescence Method. *Phys. Fluids*, 1966, vol. 9, No. 4, p. 633.
2. Иванов А. В. Структура ударной волны в воздухе при числе Маха от 2.6 до 6. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1967, № 2, стр. 152.
3. Иванов А. В. Экспериментальное исследование влияния чисел Маха и Рейнольдса на структуру сверхзвукового потока разреженного газа в окрестности передней критической точки затупленного тела. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1967, № 3.
4. Авдусевский В. С. Приближенный метод расчета трехмерного ламинарного пограничного слоя. *Изв. АН СССР, ОН. Механика и машиностроение*, 1962, № 2.
5. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М., изд-во «Наука», 1967.
6. Хейз У. Д., Пробстайн Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений. М., Изд-во иностр. лит., 1962 (пер. с англ.).
7. Adams M. C., Probstein R. F. On the validity continuum theory for satellite and hypersonic flight problems at high altitudes. *Jet — Propulsion*, 1958, vol. 28.
8. Hung-Ta Ho, Probstein R. F. The compressible Viscous layer in rarefied hypersonic flow. In «Rarefied gas dynamics», Sappale 1. New York — London, Acad. Press., 1961.
9. Беляев Ю. Н., Леонас В. Б. Кинетические коэффициенты молекулярного кислорода и азота при высоких температурах. *Теплофизика высоких температур*, 1966, № 5, стр. 732.
10. Mott-Smith H. M. The Solution of the Boltzman Equation for a Shock Wave. *Phys. Rev.*, 1951, vol. 82, p. 885.
11. Галкин В. С. О границах применимости механики сплошной среды для описания течения в окрестности критической точки при больших сверхзвуковых скоростях. *Тр. ЦАГИ*, 1959, вып. 764.
12. Ван-Дайк М. Теория сжимаемого пограничного слоя во втором приближении с применением к обтеканию затупленных тел гиперзвуковым потоком. В сб. «Исследование гиперзвуковых течений» под ред. Ридделла Ф. (пер. с англ.) М., Изд-во «Мир», 1964.
13. Стулов В. П., Теленин Г. Ф. Неравновесное обтекание сферы сверхзвуковым потоком воздуха. *Изв. АН СССР, Механика*, 1965, № 1, стр. 3.
14. Fay J. A., Riddell F. R. Theory of Stagnation Point Heat Transfer in Dissociated Air. *JAS*, 1958, vol. 25, No. 2, p. 73.
15. Cohen C. V., Reshotko E. The compressible laminar boundary layer with heat transfer and arbitrary pressure gradient. *NACA Rep.*, 1956, No. 1294.
16. Hichman R. S., Giedt W. H. Heat transfer to a hemispherecylinder at low Reynolds Numbers. *AIAA Journal*, 1963, vol. 1, No. 3, p. 154.