

В дальнейшем определение дебита сводится к использованию формулы (1.14) или (1.17). В частном случае  $\theta_1 = 1/2$ ,  $\alpha_0 = \pi/2$  из (1.17) после ряда преобразований следует:

$$q = 2\pi(\varphi_k - \varphi_c) / \ln \frac{1 - \delta^4}{2\delta r_0} \quad (3.2)$$

Выражение (3.2), полученное ранее [1], представляет дебит скважины, когда круговая залежь эксплуатируется батареей из двух скважин [10].

Поступило 10 VII 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Полубаринова - Кочина П. Я. О притоке жидкости к скважинам в неоднородной среде. Докл. АН СССР, 1942, т. 34, № 2.
2. Щелкачев В. И., Пыхачев Г. Б. Интерференция скважин и теория пластовых водонапорных систем. АзГОНТИ, 1939.
3. Пилатовский В. П. Основы гидромеханики тонкого пласта. «Недра», 1966.
4. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. Изд-во «Наука», 1965.
5. Чарный И. А. Подземная гидрогазодинамика. Гостехиздат, 1963.
6. Сегал Б. И., Семендяев К. А. Пятизначные математические таблицы. Изд-во АН СССР, 1948.
7. Беляков В. М., Кравцова Р. И., Рапопорт М. Г. Таблицы эллиптических интегралов, т. 1, 2. Изд-во АН СССР, 1963.
8. Журавский А. М. Справочник по эллиптическим функциям. Изд-во АН СССР, 1941.
9. Сикорский Ю. С. Элементы теорий эллиптических функций с приложениями к механике. Гл. ред. общетехнич. лит-ры и номогр., 1936.
10. Чарный И. А. Подземная гидромеханика. Гостехиздат, 1948.
11. Коппенфельс В., Штальман Ф. Практика конформных отображений. Изд-во иностран. лит., 1963.

#### ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ АН СССР СЕМИНАРЫ<sup>1</sup>

##### Общий семинар Института проблем механики под руководством А. Ю. Ишлинского и Г. И. Баренблатга

Сорок второе заседание 30 XI 1967 г. Г. К. Пожарицкий (Москва). *Импульсные дифференциальные игры преследования\**.

Сорок третье заседание 14 XII 1967 г. Л. М. Письмен (Москва). *Гидродинамика и процессы переноса в реакторах с зернистым слоем. Устойчивость химических реакций.*

Каталитический реактор представляет собой трубу, заполненную пористыми «зернами» катализатора, в которой движется поток реагирующих веществ, и реакция происходит как на наружной поверхности зерна, так и — в основном — на поверхности пор. Распределение концентрации и температуры внутри зерен описывается уравнениями теплопроводности и диффузии с источниками, а обмен с окружающим потоком происходит по закону Ньютона. В результате того, что разогрев сильно интенсифицирует реакцию, а она, в свою очередь, сопровождается выделением тепла, элементарный процесс в одном зерне может идти в нескольких стационарных режимах, а суммарная средняя скорость реакции в зерне может оказаться выше, чем скорость реакции, определяемая по условиям на поверхности.

Исследуя закономерности порождения новых стационарных решений при бифуркации стационарных состояний с изменением параметра, можно установить условия устойчивости и неустойчивости отдельных стационарных состояний.

Рассматривая одномерную модель зерна в виде плоской пластинки, можно обследовать существование, наряду с несколькими симметричными, также и несимметричных стационарных режимов.

<sup>1</sup> Содержание докладов, отмеченных звездочкой, см. в журнале «Механика твердого тела».

При движении жидкости между крупными частицами с большой скоростью, как это имеет место в каталитических реакторах, существенно изменяется характер конвективной диффузии. Может быть построена модель диффузии, учитывающая два фактора: 1) в местах расширения пор могут образовываться застойные зоны, постепенно обменивающиеся примесью с основным потоком; 2) в местах сужения потока скорость его увеличена, что приводит к уменьшению скорости диффузии «назад» по сравнению с диффузией по потоку.

Сорок четвертое заседание 28 XII 1967 г. Ю. П. Райзер (Москва). *Гидродинамические режимы «детонации» и «горения» при выделении в газе электромагнитной энергии.*

Поглощение газом электромагнитной энергии, отвечающей колебаниям с частотами порядка десятков *мгц* может происходить за счет вихревых токов (индукционное поглощение). Однако для этого газ должен обладать проводимостью, которая может обеспечиваться его ионизацией при нагреве. Сам же нагрев может обеспечиваться рассеиваемой вихревыми токами энергией (джоулевым теплом). Таким образом, существует возможность создать самоподдерживающийся процесс поглощения электромагнитной энергии в газе и получать сильно нагретый высокоионизированный газ (плазму). Такой процесс происходит в безэлектродном плазмотроне. В этом приборе создается магнитное поле высокой частоты ( $\sim 15$  *мгц*) внутри соленоида. Если в соленоид вставить трубку и продувать через нее газ (со скоростью  $\sim 1$  *м/сек*) и каким-то образом его «поджечь» (образовать в нем начальную плазму), то при подходящих параметрах возникает стационарный процесс, так что газ выходит из катушки в виде высоко нагретой плазмы (температура  $\sim 10^{4\circ}$  С, диаметр струи  $\sim 1$  *см*). Чтобы разряд в газе был отжат от стенки трубки газ закручивают по спирали. За счет центробежной силы газ подходит к стенке трубки и отжимает разряд к середине. Весь процесс в целом, таким образом, управляется уравнениями гидродинамики, электродинамики и теплопроводности. При этом энерговыделение, связанное с проводимостью, резко возрастает с ростом температуры, в связи с чем здесь, как и в химических реакциях (горения), вступление в реакцию новых порций вещества обеспечивается их нагревом за счет распространения тепла, выделяющегося в ходе самой реакции, температура, с которой газ вступает в реакцию, уже должна быть близка к конечной.

Толщина слоя, на который магнитное поле проникает в область разряда (скин-слой), мала по сравнению с диаметром трубки (при частоте  $\nu \sim 15$  *мгц* и проводимости  $\sigma \approx 30$  *1/ом*, что соответствует температуре  $T = 10^4$ , толщина  $\delta \sim 0.25$  *см*, диаметр же трубки — 2 *см*). В этом слое и происходит все энерговыделение. Он образует тело вращения, расширяющееся вниз по потоку. Угол наклона слоя к оси трубки, определяемый отношением нормальной компоненты скорости (соответствующей тому, что в теории горения называется нормальной скоростью горения; она подлежит определению и имеет порядок 1 *см/сек*) к касательной компоненте (скорость вдува  $\sim 1$  *м/сек*), мал. Поэтому при определении нормальной скорости можно рассматривать одномерную задачу (пренебречь углом наклона). Отличие от теории горения заключается в том, что здесь неизвестна конечная энтальпия (определяемая в теории горения теплотворной способностью), так как поток электромагнитной энергии, превращающейся в тепло, сам зависит от состояния газа.

В задаче есть интеграл энергии (сумма ее потоков конвективного, теплового и электромагнитного постоянна), кроме того, выписываются два уравнения Максвелла, связывающие производную напряженности электрического поля с напряженностью магнитного и наоборот, а также уравнение теплопроводности с учетом джоулева тепловыделения (проводимость  $\sigma$  считается функцией только температуры).

В холодном газе ( $x = -\infty$ ) температура  $T$  и тепловой поток  $J$  равны нулю, напряженность магнитного поля задана  $H = H_0$  (поле на внутренней поверхности соленоида — ампер-витки). В «сгоревшем» газе ( $x = +\infty$ )  $H = 0$ ,  $I = 0$ . Таким образом получается четыре уравнения для четырех неизвестных (две напряженности полей, тепловой поток, температура) с пятью граничными условиями; лишнее условие служит для определения нормальной скорости  $u$ . Для упрощения принимается, что проводимость  $\sigma$  равна нулю ниже некоторой температуры  $T_0$  (температура ионизации) и постоянна выше этой температуры (берется значение соответствующее конечной температуре, неизвестное поскольку последняя также неизвестна). При этом задача легко решается и проводится к двум трансцендентным уравнениям для определения скорости  $u$  и конечной температуры  $T_k$ . Если принять значения  $H_0 = 60$  *эрстед*,  $T_0 = 7000^\circ$ , то расчет дает  $T_k = 10000^\circ$ ,  $u = 10$  *см/сек*. Поток энергии (падающей) =  $2 \cdot 10^{11}$  *эрг/см<sup>2</sup> сек*. Если этот поток умножить на известную площадь разряда, получается 20 *квт*, что соответствует фактической мощности плазматрона.

Сорок пятое заседание 11 I 1968 г. В. В. Русанов (Москва). *Методы расчета многомерных задач газовой динамики.*

С появлением вычислительных машин, обладающих бол шим быстродействием, стирается грань между точными (аналитическими) методами, допускающими полное качественное обследование задачи и численными методами. Современные вычислительные методы позволяют получать решение ряда задач недоступных аналитическому рас-

смотрению, причем намечается все большее сходство между результатами физического и математического эксперимента. Расширение возможностей вычислительных машин изменяет требования к алгоритмам: повышается значение гибкости алгоритмов и обобщимости получаемых результатов. Основным численным методом является метод сеток в различных модификациях. Этим методом был решен ряд задач. Среди них — задача о взаимодействии нестационарных ударных волн с препятствиями. Задача эта решалась методом сквозного счета, без предварительного введения в решение разрывов; использовалась разностная схема, имеющая первый порядок аппроксимации (в таких схемах не происходит «разбалтывание» вблизи скачков). Было обследовано отражение ударной волны от клина и прослежена картина перехода от маховского отражения к правильному.

Были рассмотрены задачи о входе ударной волны, движущейся в кольцевой трубе, в расширяющийся или сужающийся участок; в последнем случае характерно появление «веера» характеристик вблизи вершины выпуклого угла, прослеживаемое по численному решению.

Теми же методами решались задачи пространственного стационарного обтекания тел (конусов) под углами атаки. При сопоставлении решений для конусов с острыми и скругленными вершинами было обнаружено, что по мере удаления от вершины обтекания сближаются весьма быстро со стороны набегающего потока и медленно со стороны потока сходящего с тела.

### Семинар по механике сплошной среды под руководством Л. А. Галина

Пятьдесят шестое заседание 15 IX 1967 г. Ю. И. Соловьев (Новосибирск). *Пространственные осесимметричные задачи теории упругости\**.

Пятьдесят седьмое заседание 13 X 1967 г. А. П. Фролов (Москва). *О структуре волны сжатия в смеси жидкости и газовых пузырьков.*

Рассматривалась стационарная плоская ударная волна не слишком большой интенсивности в однородной смеси жидкости и газовых пузырьков. Предполагалось, что сферические газовые пузырьки распределены в жидкости равномерно и малы по сравнению с возмущениями потока. Пренебрегая сжимаемостью жидкой составляющей по сравнению с сжимаемостью газовой фазы, рассматривалась газожидкостная смесь, как однородная сжимаемая жидкость, плотность которой равна средней плотности смеси. Из-за инерционного характера сжатия газового пузырька среднее давление зависит не только от радиуса пузырьков, но от скорости и ускорения стенки пузырька.

Были записаны условия постоянства потоков вещества и импульса вдоль всей толщины ударной волны. Считая процесс сжатия газа в пузырьках адиабатическим, из условий сохранения получено одно нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка для определения радиуса пузырька. В результате интегрирования этого уравнения найдена толщина волны сжатия в виде однократной квадратуры.

Пятьдесят восьмое заседание 20 X 1967 г. А. А. Шматкова (Москва). *О движении жесткого штампа по границе вязко-упругой полуплоскости\**.

Пятьдесят девятое заседание 27 X 1967 г. Ю. М. Быков, Е. М. Ружников (Москва). *Метод оптимизации периодических производственных процессов химической технологии.*

Существует два основных подхода к решению задачи управления процессами химической технологии — методы оптимизации на основе математического описания и методы оптимизации, не требующие его применения. В докладе рассматривался способ оптимизации с помощью второго подхода. Предполагалось, что 1) процесс может быть охарактеризован некоторым критерием качества; 2) доступными являются записи циклов периодического процесса в режиме нормальной эксплуатации объекта; 3) по крайней мере, часть измеряемых параметров процесса поддается управляемым изменениям «извне».

Предложено правило выбора момента окончания процедуры оптимизации. В качестве иллюстрации рассмотрен пример, выполненный моделированием на универсальной ЭЦВМ.

Шестидесятое заседание 3 XI 1967 г. В. М. Волощук, Л. М. Левин (Обнинск). *Некоторые свойства аэрозольных течений.*

Если сила сопротивления среды движению частиц линейно зависит от их относительной скорости и частицы между собой не взаимодействуют, то уравнение движения этих частиц при некоторых дополнительных предположениях можно представить в следующем безразмерном виде:  $K dv/dt + v = u(r)$  (1), где  $K$  — число Стокса,  $u(r)$  — поле скоростей безынерционных частиц. Обычно считалось, что траектории уравнения (1) не пересекаются, и на этом основании строилась модель некоторой сплошной среды — аэрозольной жидкости. Однако докладчиком было показано, что в уравнении (1) не только запрещен пересечение траекторий аэрозольных частиц, для которых число  $K$  принимает одно и то же значение и которые движутся из областей невозмущенного

равномерного прямолинейного потока, где их скорости совпадают со скоростью среды. Аналитически это явление было детально прослежено для некоторых конкретных случаев. Расчеты на ЭЦВМ показали, что при некоторых  $K$  пересечение траекторий частиц наблюдается внутри насадок Борда, обтекаемых потоком, ось которого совпадает с их осью симметрии; в боковых частях кругового цилиндра при потенциальном безотрывном обтекании; в данной части течения при обтекании стока или заряженной сферы (при условии, что частицы обладают противоположным зарядом).

Шестьдесят первое заседание 24 XI 1967 г. В. Т. Головчан (Киев). *Некоторые плоские динамические задачи теории упругости и вязко-упругости для многосвязных областей* \*.

Шестьдесят второе заседание 1 XII 1967 г. Н. Б. Демкин (Калинин). *Исследование контактирования шероховатых поверхностей* \*.

Шестьдесят третье заседание 8 XII 1967 г. Е. М. Черных (Воронеж). *О некоторых вопросах динамического нагружения упругих тел при конечных деформациях* \*.

Шестьдесят четвертое заседание 18 XII 1967 г. Л. Кишбочкой (Венгрия). *О работах кафедры гидравлических машин Технического университета в Будапеште (в особенности об исследованиях в области гидравлических передач)*.

Проблемы, изучаемые на кафедре, сводятся к исследованию законов подобия, моделей кавитационных явлений, связей кавитационной эрозии и уровней шума, а также механизмов кавитации. Для изучения перечисленных проблем создана закрытая гидравлическая труба. Наблюдения могут проводиться акустическим, оптическим путем, фотометодом, а также механическим взвешиванием эрозированного материала.

Испытываются насосы; разрабатываются методы расчета их основных характеристик. Ведется исследование по изучению гидравлических ударов в трубопроводах большой длины и большого диаметра; выясняется роль различных разветвлений, изгибов и запирающих устройств. Изучается также вопрос о гидродинамической передаче мощности (в частности, в гидродинамических муфтах). Целью исследования является создание основ вычислительного метода, в котором удалось бы отразить влияние различных факторов на передаваемую мощность.

Шестьдесят пятое заседание 22 XII 1967 г. А. И. Цейтлин (Москва). *Некоторые методы расчета конструкций на упругом основании* \*.

Шестьдесят шестое заседание 29 XII 1967 г. Ю. Д. Копейкин (Москва), И. М. Ольховый (Львов). *Решение статических задач о центральном и внецентральном давлении кольцевого в плане жесткого штампа на упругое полупространство по методу бигармонических потенциалов* \*.

**Объединенный семинар по механике полимеров под руководством Г. И. Баренблатта, Л. А. Галина, Г. С. Слонимского.**

Пятнадцатое заседание 9 I 1968 г. А. Д. Чевычелов (Ленинград). *Кинетические процессы в ориентированных кристаллизующихся полимерах* \*.

**Семинар по механике систем твердых тел и гироскопов под руководством А. Ю. Ишлинского, Д. М. Климова, Е. А. Девянина.**

Заседание семинара 23 X 1967 г. В. С. Каменский (Москва). *Об одном способе уменьшения методической ошибки численного интегрирования кинетических уравнений инерциальной навигации* \*.

Заседание семинара 30 X 1967 г. Д. М. Климов (Москва). *Об интегрировании кинематических уравнений систем инерциальной навигации* \*.

Заседание семинара 13 XI 1967 г. Е. А. Девянина (Москва). *Об аналогии движения идеального гироскопа компаса движению материальной точки* \*.

**Семинар по механике оболочек и пластин под руководством С. А. Алексеева, А. Л. Гольденвейзера, В. И. Феодосьева.**

Двадцать первое заседание 7 VI 1967 г. Виссарион (Румыния). *Некоторые задачи асимптотического интегрирования уравнений теории упругости для оболочек* \*.

Двадцать второе заседание 9 VI 1967 г. Л. Доннэлл (США). *Основные приближенные теории пластин и оболочек* \*.