

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ СЕЛЕКТИВНО ИЗЛУЧАЮЩЕГО ГАЗА В УДАРНОМ СЛОЕ

Н. А. АНФИМОВ, В. П. ШАРИ

(Москва)

Получены численные решения системы интегро-дифференциальных уравнений, описывающих течение вязкого теплопроводного селективно излучающего газа в области между ударной волной и затупленным телом. Расчеты проведены для тел радиусом от 0.1 до 3 м при температуре торможения от 6000 до 15 000° К. В результате расчетов получены конвективные и радиационные тепловые потоки в окрестности критической точки. Исследовано влияние вдува на конвективный и радиационный теплообмен.

Первые расчеты радиационных тепловых потоков в воздухе были проделаны около 10 лет тому назад в работах [1, 2]. Однако полученные результаты не учитывали эффектов высвечивания, перепоглощения, а также взаимодействия процессов конвективного и радиационного нагрева. Указанные эффекты исследовались главным образом, на примере упрощенных моделей излучающего газа. Наиболее часто использовалось приближение серого газа с коэффициентом поглощения, не зависящим от длины волны ([3-6] и др.). Появление в литературе достаточно подробных данных по спектральным коэффициентам поглощения воздуха в широком диапазоне температур [7, 8] позволило решать прямую задачу о расчете поля течения селективно излучающего газа за ударной волной с учетом всех отмеченных выше эффектов.

1. Постановка задачи. Рассматривается течение вязкого теплопроводного газа в окрестности критической линии тока при обтекании сферы гиперзвуковым потоком.

Предполагается, что газ за ударной волной находится в состоянии термодинамического равновесия.

Основное допущение состоит в том, что пренебрегается изменением давления за ударной волной по направлению нормали к телу (такое допущение вполне оправдано при гиперзвуковых скоростях полета).

В результате течение газа в рассматриваемой области описывается уравнениями типа уравнений пограничного слоя

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho ur) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho vr) = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \quad (1.2)$$

$$\rho u \frac{\partial h}{\partial x} + \rho v \frac{\partial h}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{\partial N_y}{\partial y} \quad (1.3)$$

Здесь x и y — координаты, направленные вдоль поверхности и по нормали к ней; r — расстояние до оси симметрии; u и v — составляющие скорости, направленные вдоль координат x и y ; h — энтальпия; p — давление; ρ — плотность; μ — коэффициент вязкости; λ — коэффициент теплопроводности; c_p — удельная теплоемкость при постоянном давлении; N_y — поток лучистой энергии через площадку с нормалью y .

Величина H_y определяется интегрированием спектральной интенсивности излучения I_λ по полному телесному углу и по всему спектру

$$H_y = \int_0^\infty \int_{4\pi} I_\lambda \cos \gamma d\Omega d\lambda \quad (1.4)$$

Здесь γ — угол между направлением переноса излучения и осью y .

Уравнение переноса излучения в направлении s в пренебрежении рассеянием имеет вид [9]

$$\frac{\partial I_\lambda}{\partial s} = \kappa_\lambda (I_{\lambda p} - I_\lambda) \quad (1.5)$$

Здесь κ_λ — спектральный коэффициент поглощения излучения с длиной волны λ (с учетом вынужденного испускания); $I_{\lambda p}$ — спектральная интенсивность излучения абсолютно черного тела. С точки зрения удовлетворения граничных условий удобно представить интенсивность излучения в виде разности

$$I_\lambda = I_{1\lambda} - I_{2\lambda} \quad (1.6)$$

Здесь $I_{1\lambda}$ — интенсивность излучения в верхнюю полусферу, а $I_{2\lambda}$ — в нижнюю. При этом уравнение (1.5) заменяется двумя уравнениями, а в выражении (1.4) интегрирование ведется в пределах половины телесного угла, причем, используя (1.5), можно написать

$$\frac{\partial H_y}{\partial y} = \int_0^\infty \kappa_\lambda \int_{2\pi} (2I_{\lambda p} - I_{1\lambda} - I_{2\lambda}) d\Omega d\lambda \quad (1.7)$$

При гиперзвуковых скоростях полета отход ударной волны δ намного меньше радиуса сферы R . В этом случае при расчете переноса излучения ударный слой может приближенно рассматриваться как плоский. Кроме того, введение автомодельной переменной типа переменной Дородницына

$$\eta = B \int_0^y \rho dy \quad (1.8)$$

позволяет для окрестности критической линии тока свести уравнения (1.1) — (1.3) к обыкновенным дифференциальным уравнениям (штрих обозначает дифференцирование по η)

$$(lf'')' + ff'' + \frac{1}{2} \left(\frac{\rho\delta}{\rho} - f'^2 \right) = 0 \quad (1.9)$$

$$\left(\frac{l}{P} h' \right)' + fh' - \frac{1}{2\beta\rho} \frac{\partial H_y}{\partial y} = 0 \quad (1.10)$$

$$I_{1\lambda}' \cos \gamma = \frac{\kappa_\lambda}{B\rho} (I_{\lambda p} - I_{1\lambda}) \quad (1.11)$$

$$I_{2\lambda}' \cos \gamma = -\frac{\kappa_\lambda}{B\rho} (I_{\lambda p} - I_{2\lambda}) \quad (1.12)$$

$$f' = \frac{u}{\beta x}, \quad l = \frac{\rho\mu}{\rho\delta\mu\delta}, \quad B = \left(\frac{2\beta}{\rho\delta\mu\delta} \right)^{1/2}, \quad \beta = \frac{1}{R} \left(\frac{2p}{\rho\delta} \right)^{1/2}$$

Граничные условия к этой системе имеют вид:

при $\eta = \eta_\delta$ (за фронтом ударной волны)

$$f = \frac{B\rho_\infty v_\infty}{2\beta}, \quad f' = \frac{v_\infty}{\beta R}, \quad h \approx h_{00}, \quad I_{2\lambda} = 0 \quad (1.13)$$

при $\eta = 0$ (на поверхности тела)

$$f = -\frac{B\rho_w v_x}{2\beta}, \quad f' = 0, \quad h = h_w \quad (1.14)$$

$$I_{1\lambda} = \varepsilon_\lambda J_{\lambda p} + (1 - \varepsilon_\lambda) \frac{E_\lambda}{\pi}, \quad E_\lambda = \int_{2\pi} I_{2\lambda w} \cos \gamma d\Omega$$

Здесь индекс δ относится к параметрам за ударной волной, 00 — к параметрам заторможенного потока, ε_λ — спектральная степень черноты поверхности, E_λ — спектральная освещенность поверхности. При написании граничного условия для интенсивности излучения на поверхности тела предполагалось, что отражение излучения от поверхности является диффузным, а собственное излучение поверхности подчиняется закону Ламберта.

Система уравнений (1.9) — (1.12) применима в случае вдува через поверхность тела газа того же состава, что и внешний поток. При этом предположение о наличии термодинамического равновесия в приближении бинарной диффузии делает излишним привлечение уравнения диффузии. Однако такое уравнение будет все-таки включено в исходную систему уравнений, с тем чтобы можно было проанализировать законы массообмена при наличии излучения. Уравнение диффузии с граничными условиями имеет вид

$$\left(\frac{lLe}{P} c'\right)' + fc' = 0 \quad (1.15)$$

$$c(0) = c_w, \quad c(\eta_\delta) = 0 \quad (1.16)$$

Термодинамические свойства воздуха заимствовались из работ [10–12], а коэффициенты вязкости, числа Прандтля и Льюиса — из работы [13]. Соответствующие температурные зависимости представлялись в виде полиномов со степенью от 4 до 9. Коэффициенты поглощения воздуха для различных длин волн брались из работы [8], не учитывающей вклад отдельных спектральных линий.

2. Методика решения исходной системы уравнений. Интегрирование уравнений движения (1.9), энергии (1.10) и диффузии (1.15) проводилось методом линейной прогонки, как это обычно делается при решении уравнений пограничного слоя [14]. Нелинейность уравнения движения, как и переменность коэффициентов во всех этих уравнениях, учитывалась посредством итераций. Точно также, посредством итераций, определялась заранее неизвестная величина отхода ударной волны. Шаг интегрирования на промежуточной плоскости внутри ударного слоя мог изменяться в произвольное число раз. Этот прием позволяет вести интегрирование во внешней части ударного слоя, где градиенты скорости, температуры и концентрации гораздо меньше, чем в пристеночной области, с более крупным шагом. Точка изменения шага интегрирования сравнительно просто проходит для дифференциальных уравнений второго порядка. Однако в случае уравнения движения — дифференциального уравнения третьего порядка — изменение шага приводит к чрезмерному усложнению программы для ЭВМ. Поэтому было признано целесообразным во внешней части ударного слоя пренебречь влиянием вязкости, что понижает порядок уравнения движения. Это допущение, практически, не сказывается на точности решения.

Решение уравнений переноса излучения (1.11), (1.12), дифференциальных уравнений первого порядка с переменными коэффициентами, обычно записывается в явном виде с использованием интегро-экспоненциальных функций. Однако в данной работе ради экономии машинного времени был принят другой способ: исходные урав-

нения переноса излучения, записанные в виде конечно-разностных соотношений, непосредственно интегрировались для различных длин волн и различных направлений, а затем результаты суммировались

$$\frac{\partial H_y}{\partial y} = \frac{2\pi}{N_\Omega} \sum_{i=1}^{N_\lambda} \sum_{j=1}^{N_\Omega} \kappa_{\lambda_i} \Delta\lambda_i [2I_{\lambda_p} - (I_{1\lambda} + I_{2\lambda})_j] \quad (2.1)$$

$$q_p = \frac{2\pi}{N_\Omega} \sum_{i=1}^{N_\lambda} \sum_{j=1}^{N_\Omega} (I_{2\lambda_w})_{ij} \Delta\lambda_i \cos \gamma_j \quad (2.2)$$

В этих уравнениях N_Ω — число равновеликих угловых зон, на которые разбивается телесный угол 2π ; N_λ — число спектральных интервалов; q_p — радиационный тепловой поток, падающий на стенку. Расчеты проводились для $N_\Omega = 1-10$; $N_\lambda = 128$. Величина спектрального интервала $\Delta\lambda$ составляла 0.005 мкм при $\lambda = 0.05-0.20$ мкм, 0.01 мкм при $\lambda = 0.21-0.59$ мкм; 0.02 мкм при $\lambda = 0.62-1.54$ мкм и 0.04 мкм при $\lambda = 1.57-1.97$ мкм.

Наибольшие принципиальные трудности представляет учет взаимосвязи между полем течения и полем излучения. Обычно при решении аналогичных задач используется простая итерационная схема, когда сначала уравнение энергии (1.10) разрешается при $\partial H_y / \partial y = 0$, затем интегрируются уравнения переноса излучения (1.11), (1.12), рассчитывается $\partial H_y / \partial y$ из соотношения (1.7), после чего находится новое приближение для профиля энтальпии и т. д. Однако при сильном влиянии излучения на поле течения сходимость этой итерационной схемы оказывается неудовлетворительной. В результате время машинного счета резко возрастает, так как на каждой такой итерации приходится решать уравнения переноса излучения для всех спектральных интервалов.

В данной работе итерационный процесс решения исходной системы уравнений организуется с введением средних коэффициентов поглощения

$$\langle \kappa_1 \rangle = \left(\int_0^\infty \kappa_\lambda \int_{2\pi} (I_{\lambda_p} - I_{1\lambda}) d\Omega d\lambda \right) / \left(\int_0^\infty \int_{2\pi} (I_{\lambda_p} - I_{1\lambda}) d\Omega d\lambda \right) \quad (2.3)$$

$$\langle \kappa_2 \rangle = \left(\int_0^\infty \kappa_\lambda \int_{2\pi} (I_{\lambda_p} - I_{2\lambda}) d\Omega d\lambda \right) / \left(\int_0^\infty \int_{2\pi} (I_{\lambda_p} - I_{2\lambda}) d\Omega d\lambda \right) \quad (2.4)$$

Если предположить, что выполняется условие

$$\int_{2\pi} I_{1,2} \cos \gamma d\Omega = \frac{1}{2} \int_{2\pi} I_{1,2} d\Omega \quad (2.5)$$

то вместо уравнений переноса монохроматического излучения по различным направлениям (1.11), (1.12) можно написать два дифференциальных уравнения для среднеинтегральной интенсивности излучения

$$\frac{1}{2} \frac{\partial I_1}{\partial y} = \langle \kappa_1 \rangle (I_p - I_1) \quad (2.6)$$

$$\frac{1}{2} \frac{\partial I_2}{\partial y} = - \langle \kappa_2 \rangle (I_p - I_2) \quad (2.7)$$

где

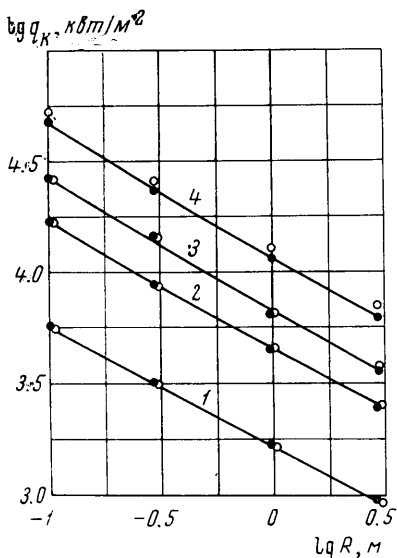
$$I_{1,2} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \int_{2\pi} (I_{1,2})_\lambda d\Omega d\lambda$$

С использованием средних коэффициентов поглощения $\langle \kappa_1 \rangle$ и $\langle \kappa_2 \rangle$ итерационный процесс решения системы уравнений (1.9)–(1.12) организуется следующим образом. Сначала уравнения (1.9), (1.10) решаются без учета излучения. Затем по найденным таким образом начальным профилям температуры в ударном слое находится поле излучения, для чего уравнения переноса излучения (1.11), (1.12) последовательно раз-

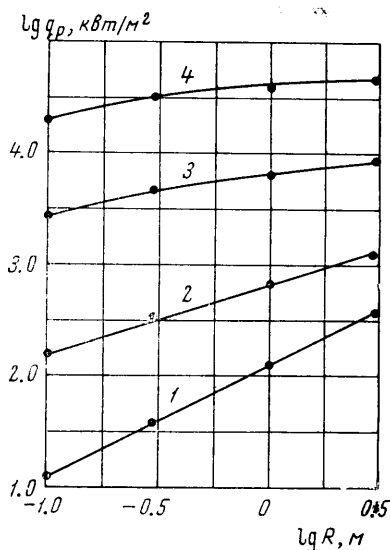
решаются для различных угловых направлений и различных спектральных интервалов. По рассчитанному полю излучения при помощи выражений (2.3), (2.4) находятся средние коэффициенты поглощения $\langle \kappa_1 \rangle$ и $\langle \kappa_2 \rangle$. Затем снова решается система уравнений (1.9), (1.10), (2.6) и (2.7), причем член $\partial H_y / \partial y$ в (1.10) определяется через коэффициенты $\langle \kappa_1 \rangle$ и $\langle \kappa_2 \rangle$

$$\frac{\partial H_y}{\partial y} = 2\pi [\langle \kappa_1 \rangle (I_p - I_1) + \langle \kappa_2 \rangle (I_p - I_2)] \quad (2.8)$$

Такая процедура повторяется до сходимости двух последовательных приближений с точностью $\epsilon = 10^{-3}$ (по конвективному и радиационному тепловому потоку).



Фиг. 1



Фиг. 2

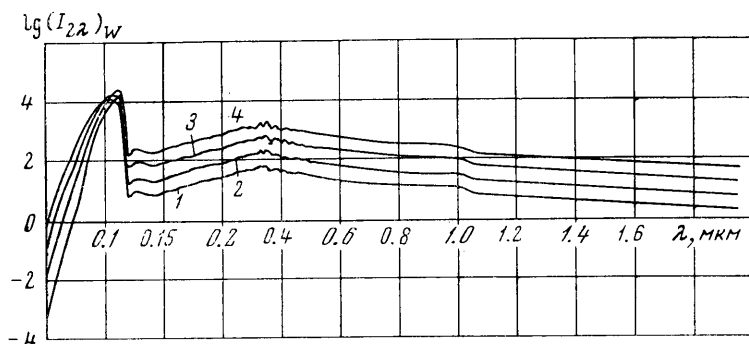
3. Результаты расчетов. Численные расчеты проводились для сфер радиусом 0,1, 0,3, 1 и 3 м при температурах торможения 6600, 9650, 12 000 и 15 000° К. Давление воздуха за ударной волной во всех случаях принималось равным 1 атм, температура поверхности — 3000° К. Степень черноты поверхности считалась постоянной и равной $\epsilon_\lambda = 0.5$.

На фиг. 1 показана зависимость конвективного, а на фиг. 2 радиационного тепловых потоков от радиуса сферы и температуры торможения. Кривые 1, 2, 3 и 4 соответствуют значениям T_{00} 6600, 9650, 12 000 и 15 000° К. Светлые точки дают значения конвективного теплового потока без учета излучения воздуха, а темные точки — с учетом излучения. Можно сделать вывод, что в рассмотренном диапазоне изменения параметров учет излучения воздуха не оказывает существенного влияния на конвективный теплообмен. Максимальное изменение конвективного теплового потока составляет 15%, причем во всех случаях учет излучения приводит к снижению конвективного теплового потока, т. е. основную роль здесь играет снижение температуры в ударном слое за счет высвечивания, а поглощение лучистой энергии в пристеночном слое, хотя и имеет место, но не дает заметного эффекта.

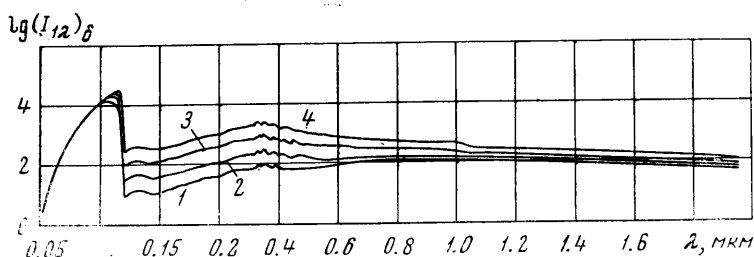
На фиг. 2 представлены зависимости для радиационного теплового потока, подходящего к поверхности тела (т. е. при $\epsilon_\lambda = 0.5$ в тело войдет лишь половина этих значений). Можно видеть, что зависимость q_p от R является линейной лишь при самой низкой температуре торможения 6600° К. Искривление этой зависимости при более высоких значениях T_{00} свидетельствует о достаточно большой оптической толщине ударного слоя и значительной роли поглощения излучения внутри ударного слоя.

На фиг. 3 в качестве примера представлено спектральное распределение интенсивности излучения, падающего на поверхность тела, при температуре торможения 12 000° К. Кривые 1, 2, 3 и 4 соответствуют значениям радиуса сферы 0,1, 0,3, 1 и 3 м. Приведенные здесь результаты расчетов показывают, что при уменьшении радиуса сферы интенсивность коротковолнового излучения при $\lambda < 0.12$ мкм увеличивается,

а во всех остальных частях спектра — уменьшается. Причина заключается в том, что при $\lambda > 0.12$ мкм выполняется условие $\kappa\lambda\delta \ll 1$, т. е. оптическая толщина ударного слоя невелика и интенсивность излучения здесь, практически, пропорциональна толщине ударного слоя. В то же время, в коротковолновой части спектра $\kappa\lambda\delta \sim 1$, поэтому здесь существенна роль поглощения излучения в сравнительно холодном



Фиг. 3

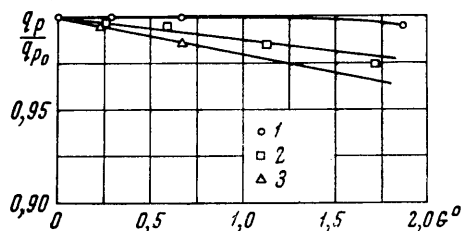


Фиг. 4

пристеночном слое. Аналогичным образом можно интерпретировать представленные на фиг. 4 распределения спектральной интенсивности излучения, выходящего из ударного слоя наружу.

Что касается величины коэффициентов массообмена, то на них излучение не оказывает, практически, никакого влияния. Изменение коэффициентов массообмена при учете излучения в ударном слое не превышает 2%.

Перейдем к рассмотрению влияния вдува на теплообмен при наличии излучения. Прежде всего можно констатировать, что изменение конвективного теплового потока при наличии излучения подчиняется тем же количественным закономерностям, что и для неизлучающего газа (см., например, работу [15]). Изменение радиационного теплового потока при вдуве воздуха для сферы радиусом 1 м показано на фиг. 5 в зависимости от безразмерного расхода вдуваемого газа G° , т. е. удельного расхода через поверхность тела, отнесенного к

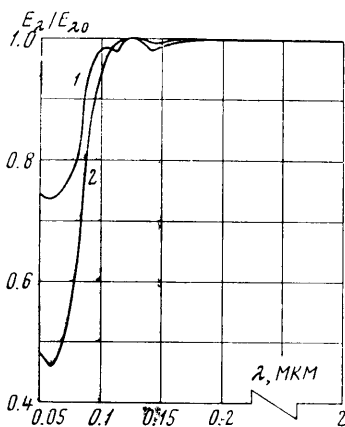


Фиг. 5

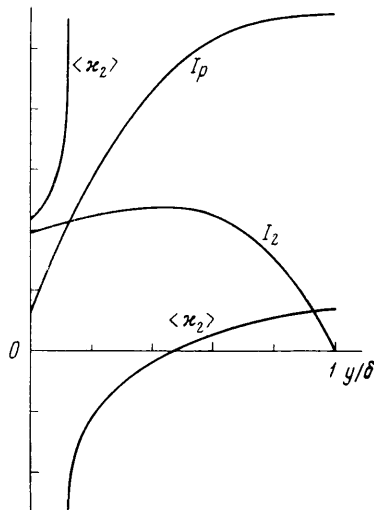
коэффициенту конвективного теплообмена на непроницаемой поверхности. Кривые 1, 2 и 3 соответствуют значениям температуры торможения 6600, 9650 и 12000° К. Можно видеть, что темпы снижения радиационного теплового потока при вдуве воздуха на один-два порядка ниже, чем в случае конвективного теплового потока. Интересно проследить за влиянием вдува на составляющие радиационного теплового потока в различных областях спектра. Оказывается, что вдув не оказывает никакого влияния на излучение ударного слоя в области длин волн $\lambda > 0.12$ мкм. В то же время влияние вдува на излучение в коротковолновой части спектра $\lambda < 0.12$ мкм гораздо более сильное, чем суммарное влияние, показанное на фиг. 5. Этот вывод иллюстрируется на фиг. 6, где представлена зависимость относительной спектральной

освещенности поверхности от длины волны излучения для двух значений безразмерного расхода вдуваемого газа — $G^\circ = 0.24$ (1) и $G^\circ = 0.55$ (2).

Представляет интерес поведение средних коэффициентов поглощения $\langle \kappa_1 \rangle$ и $\langle \kappa_2 \rangle$. На фиг. 7 качественно показано изменение по толщине ударного слоя коэффициента $\langle \kappa_2 \rangle$, а также суммарной интенсивности излучения I_2 и интенсивности излучения черного тела I_p . Весь ударный слой можно разбить на три зоны. Во внешней зоне происходит монотонное увеличение интенсивности излучения I_2 по мере продвижения от ударной волны к телу. Здесь $I_2 < I_p$, а $\langle \kappa_2 \rangle > 0$. В средней зоне по-прежнему $I_2 < I_p$. Однако из-за различного характера распределе-



Фиг. 6



Фиг. 7

ния параметров κ_λ , $I_{\lambda p}$ и $I_{2\lambda}$ по спектру интеграл

$$\int_0^\infty \kappa_\lambda \int_{2\pi} (I_{\lambda p} - I_{2\lambda}) d\Omega d\lambda$$

становится отрицательным, что приводит к уменьшению I_2 по мере приближения к телу. В результате, здесь $\langle \kappa_2 \rangle < 0$. Наконец, в пристеночной зоне $\langle \kappa_2 \rangle$ снова становится положительным — здесь $I_2 > I_p$ и I_2 уменьшается при приближении к стенке.

Знакопеременность средних коэффициентов $\langle \kappa_1 \rangle$ и $\langle \kappa_2 \rangle$ показывает, что модель «серого» газа с некоторым эффективным положительным коэффициентом поглощения в принципе не может правильно учесть эффекты, связанные с селективным излучением в ударном слое. В частности, принятие положительного среднего коэффициента поглощения приводит к завышению роли высвечивания.

Несмотря на разрывный характер коэффициентов $\langle \kappa_1 \rangle$ и $\langle \kappa_2 \rangle$ произведения $\langle \kappa_1 \rangle (I_p - I_1)$ и $\langle \kappa_2 \rangle (I_p - I_2)$ изменяются монотонно — особая точка на границе второй и третьей зон является устранимой, и ни сами произведения $\langle \kappa \rangle (I_p - I)$, ни их производные не претерпевают здесь разрыва. Разрывный характер коэффициентов $\langle \kappa_1 \rangle$ и $\langle \kappa_2 \rangle$ не оказывает почти никакого влияния на сходимость итерационного метода решения. Трудности возникают лишь при самой высокой температуре торможения $15\,000^\circ\text{K}$, когда появляется неустойчивость счета, связанная с большими отрицательными значениями коэффициентов $\langle \kappa_1 \rangle$ и $\langle \kappa_2 \rangle$. Эту неустойчивость удается, в какой-то мере, преодолеть введением на начальных итерациях ограничения снизу на величину коэффициентов $\langle \kappa_1 \rangle$ и $\langle \kappa_2 \rangle$. Тем не менее, точность приведенных в работе конвективных тепловых потоков для $T_{00} = 15\,000^\circ\text{K}$ ниже, чем для остального диапазона температур; сходимость радиационных тепловых потоков из-за указанных ограничений не нарушается.

Было проведено исследование влияния числа угловых зон на точность расчета радиационного теплового потока. Оказалось, что при изменении N_Ω от 10 до 1 радиационные и конвективные тепловые потоки изменяются не более чем на 5%. Поэтому ради экономии машинного времени основные расчеты проводились при $N_\Omega = 1$.

Для проверки погрешности, вводимой при использовании в качестве промежуточных величин средних коэффициентов поглощения $\langle \kappa_1 \rangle$ и $\langle \kappa_2 \rangle$, сравнивались радиационные тепловые потоки, рассчитанные двумя способами: 1) непосредственным интегрированием уравнений (1.11), (1.12) для отдельных спектральных интервалов

и направлений с последующим суммированием результатов по формуле (2.2) и 2) интегрированием осредненных коэффициентов переноса излучения (2.6), (2.7) с использованием средних коэффициентов поглощения $\langle \kappa_1 \rangle$ и $\langle \kappa_2 \rangle$, определяемых из соотношений (2.3), (2.4). Расхождение не превышает 10%. При этом следует отметить, что такое расхождение частично вызывается ступенчатым характером распределения интенсивности излучения по спектру в расчетах по первому способу.

Недавно была опубликована работа [16], в которой рассматривается аналогичная проблема — селективно излучающий вязкий ударный слой при обтекании сферы гиперзвуковым потоком воздуха. В отличие от этой работы там область течения не ограничивается окрестностью критической точки, причем исходная система дифференциальных уравнений в частных производных интегрируется смешанным методом — уравнение движения решается интегральным методом, а уравнение энергии — конечно-разностным. Некоторые отличия имеются в организации итерационного процесса решения системы уравнений. Кроме того, в работе [16] используются несколько упрощенные оптические свойства воздуха (спектр излучения воздуха разбивается здесь на 30 интервалов).

Всего в работе [16] рассчитано четыре режима обтекания сфер различного радиуса. Один из режимов ($v_\infty = 12.5$ км/сек, $H = 55$ км, $R = 0.305$ м) близок к режиму, исследованному в данной работе. Приведем сравнение основных результатов расчета

$$\begin{aligned} q_h &= 14900, & q_p &= 7700 \text{ кет/м}^2 & (\text{работа [16]}) \\ q_h &= 14400, & q_p &= 4550 \text{ кет/м}^2 & (\text{данная работа}) \end{aligned}$$

Значительное расхождение значений радиационного теплового потока связано с существенными различиями в использованных при расчетах оптических свойствах воздуха при высоких температурах.

Поступило 25 X 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Биберман Л. М., Воробьев В. С., Норман Г. Э., Якубов И. Т. Радиационный нагрев при гиперзвуковом обтекании. Космические исследования, 1964, т. 2, вып. 3, стр. 441.
2. Meyerott R. E. Absorption coefficient of air from 2000° K for 18 000° K. The Threshold of space, London — New York — Paris, Pergamon Press, 1957.
3. Сидоров Э. А. О взаимодействии конвекции и излучения в поглощающей среде. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 5.
4. Лунев В. В., Мурзинов И. Н. Влияние излучения на течение в окрестности критической точки тупого тела. ПМТФ, 1961, № 2.
5. Румынский А. Н. Теплообмен в лобовой точке, омываемой излучающей средой. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1961, № 1.
6. Howe J. T. Shielding of Partially Reflecting stagnation region surfaces against radiation by transpiration of an absorbing gas. NASA TR, R-95, 1961.
7. Churchill D. R., Armstrong B. H., Johnston R. R., Müller K. G. Absorption coefficients of heated air: a tabulation to 24 000° K. Journal of Quant. Spectroscopy and Radiative Transfer, 1966, vol. 6, No. 4.
8. Пластинин Ю. А., Николаев В. М., Баула Г. Г. Излучательные и поглощательные свойства воздуха при высоких температурах $T = 2000\text{—}20\,000^\circ\text{K}$. Всес. конференция по физике низкотемпературной плазмы, Киев, 1966.
9. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Изд. 2-е, М., Изд-во «Наука», 1966.
10. Предводителев А. С. и др. Термодинамические функции воздуха для температур от 1000 до 12 000° K. Изд-во АН СССР, 1960.
11. Предводителев А. С. и др. Таблицы термодинамических функций воздуха для температур от 6000 до 12 000° K. Изд-во АН СССР, 1957.
12. Предводителев А. С. и др. Таблицы термодинамических функций воздуха для температур от 12 000 до 20 000° K. Изд-во АН СССР, 1959.
13. Hansen C. F. Approximations for the thermodynamic and transport properties of high-temperature air. NASA TR, R-50, 1959.
14. Пасконов В. М. Стандартная программа для решения задач пограничного слоя. В сб. «Численные методы в газовой динамике», М., Изд-во МГУ, 1963, стр. 110—116.
15. Анфимов Н. А. Тепло- и массообмен в окрестности критической точки при вдуве и отсосе различных газов через поверхность тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 1.
16. Hoshizaki H. and Wilson K. H. Convective and Radiative Heat Transfer during Superorbital Entry. AIAA Journal, 1967, vol. 5, No. 1, p. 25—35.