

Для сравнения с результатами работы [1] была проведена серия расчетов для случая $f(y) = 1$. Основное качественное отличие заключается в том, что при $f(y) = 1$ длина вихревой застойной зоны и длина стабилизации потока S существенно меньше, чем в случае течения Пуазейля в начальном сечении.

Автор благодарит Г. И. Петрова и Л. А. Чудова за полезные обсуждения в ходе выполнения работы.

Поступило 1 XII 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Симони Л. М. Смешение плоских ламинарных струй. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 1.
2. Чудов Л. А., Кускова Т. В. О применении разностных схем к расчету нестационарных течений вязкой несжимаемой жидкости. Сб. «Численные методы в газовой динамике», изд-во МГУ, 1963.
3. Булеев Н. И., Петрищев В. С. Численный метод решения уравнений гидродинамики для плоского потока. Докл. АН СССР, 1966, т. 169, № 6.
4. Браиловская И. Ю. Метод решения задач с сильным вязким взаимодействием. Докл. АН СССР, 1965, т. 162, № 1.
5. Thom A., Apelt C. I. Field Computations in Engineering and Physics. London, 1961. (рус. пер. Том А., Эйплт К. Числовые расчеты полей в технике и физике. Изд-во «Энергия», 1964).

РАСЧЕТ МОЛЕКУЛЯРНЫХ НАСОСОВ

В. П. ИВАНОВ, Ю. И. НЕЙМАРК

(Горький)

Молекулярные насосы предназначены для получения высокого и сверхвысокого вакуума и получили широкое применение благодаря целому ряду достоинств [1-3]. В настоящей работе описаны конкретные схемы расчетов молекулярных насосов на ЦВМ на основе методики, предложенной в работе [4]. Приведены примеры расчетов конкретных конструкций молекулярных насосов цилиндрического и дискового типов, а также турбомолекулярных. Приведен также пример на оптимизацию геометрии дискового молекулярного насоса при заданных размерах насоса, скорости вращения ротора и величине газового потока через насос. Результаты расчета согласуются с экспериментом в пределах точности последнего.

1. Общая схема расчета молекулярных насосов методом Монте-Карло. Режим работы молекулярного насоса можно считать стационарным, поскольку процесс газотделения и газопоглощения в вакуумных системах происходит медленно. В молекулярных насосах величина газотделения со стенок насоса обычно мала по сравнению с потоком газа из откачиваемого объема вследствие большой производительности насосов, либо потому, что стенки насосов допускают прогрев для их обезгаживания. Поэтому натеканием со стенок насоса можно пренебречь и в случае, когда на входе и выходе насоса газ имеет максвелловское распределение, степень сжатия K может быть записана в виде [4]

$$K = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_{12}S_1}{p_{21}S_2} - \frac{4Q}{p_{21}S_2v_0p_1} = \left[\frac{p_{21}S_2}{p_{12}S_1} + \frac{4Q}{p_{12}S_1v_0p_2} \right]^{-1} \quad (1.4)$$

Здесь p_1, p_2 — давление на входе и выходе насоса соответственно, S_1, S_2 — площадь входного и выходного сечения насоса, Q — величина натекания в откачиваемом объеме, v_0 — средняя скорость теплового движения молекул газа, p_{12}, p_{21} — вероятность прохода молекулы соответственно с входа на выход насоса и наоборот.

Таким образом, задача расчета молекулярного насоса сводится к определению вероятностей прохода p_{12} и p_{21} . Ниже описаны конкретные схемы расчета этих вероятностей методом Монте-Карло на ЦВМ в случае, когда соударениями молекул между собой можно пренебречь¹. Для определенности принято, что молекулы диффузно рассеиваются стенками насоса и молекулы, ударившиеся о ротор, приобретают его упорядоченную скорость в дополнение к случайной скорости теплового движения.

Для вычисления вероятности p_{12} перехода из откачиваемого объема в область предварительного разрежения на входном сечении насоса с помощью датчика случай-

¹ Применение метода Монте-Карло к определению проводимости некоторых элементов вакуумных магистралей описано в работах [5-7], общее описание вопросов статистического моделирования содержится в работах [8, 9].

ных чисел моделируются случайная точка входа молекулы внутрь насоса и случайное направление ее движения. Движение молекулы внутри насоса прослеживается до столкновения ее со стенкой статора или ротора насоса, где вновь моделируется случайное направление дальнейшего движения с учетом вращения ротора. Так происходит до пересечения траекторией молекулы входного или выходного сечения насоса, после чего со входного сечения начинается построение новой траектории и т. д. При увеличении количества испытаний отношение числа траекторий N_{12} , закончившихся на выходном сечении насоса, к общему числу траекторий N_1 стремится к значению искомой вероятности p_{12} .

Аналогично при больших N_{21} и N_2 вычисляется значение вероятности

$$p_{21} = N_{21} / N_2 \tag{1.2}$$

Для описания схемы вычислений вероятностей прохода молекул через вакуумную систему в прямом и обратном направлениях воспользуемся операторным методом [10], где использованы следующие обозначения: A — арифметический оператор, Q — оператор обращения к нестандартной подпрограмме, $\Pi(a \rightarrow b)$ — оператор переноса числа из ячейки a в b , $F(n)$ — оператор, изменяющий значение параметра n на единицу, $\{c \rightarrow n\}$ — оператор, формирующий начальное значение параметра n , $P(N_1 = N_{10})$ — оператор проверки логического условия, указанного в скобках, $\uparrow(i)$ — оператор условной передачи управления в случае выполнения логического условия, $\uparrow(\omega_i)$ — оператор безусловной передачи управления, \mathcal{Y} — оператор останова.

В этих обозначениях схема программы вычислений запишется в виде

$$\begin{aligned} &\{0 \rightarrow N_1, N_{12}, N_2, N_{21}\} \{1 \rightarrow i\} \downarrow (2) Q_1 \downarrow (\omega_1) Q_0 P(M_2 \subset G) \uparrow(i) \Pi(M_2 \rightarrow M_1) \\ &\uparrow(\omega_1) \downarrow (i = 1) P(M_2 \subset G_2) \uparrow(1) F(N_{12}) \downarrow (1) F(N_1) P(N_1 = N_{10}) \uparrow(2) A_1 \{2 \rightarrow i\} \\ &\downarrow (4) Q_2 \uparrow(\omega_1) \downarrow (i = 2) P(M_2 \subset G_1) \uparrow(3) F(N_{12}) \downarrow (3) F(N_2) \\ &P(N_2 = N_{20}) \uparrow(4) A_2 A_3 \mathcal{Y} \end{aligned} \tag{1.3}$$

Здесь для краткости газовыделение стенок насоса не учитывается. Операторы Q_1 и Q_2 моделируют попадание молекулы в насос через его входное и выходное сечения и случайное направление ее скорости. Оператор Q_0 моделирует движение молекулы внутри насоса из точки M_1 до соударения ее со стенками насоса в точке $M_2(x_2, y_2, z_2)$ и случайное направление ее дальнейшего движения из найденной точки. Числа N_{10} и N_{20} определяют требуемую точность вычислений, через G обозначено рабочее пространство насоса, G_1, G_2 — пространства, расположенные за входным и выходным сечениями насоса. Нахождение точки соударения молекулы со стенками насоса осуществляется путем совместного решения уравнения траектории с уравнениями внутренних поверхностей насоса. Уравнение траектории определяется направляющими косинусами l, m, n вектора случайной скорости молекулы, которые вычисляются по направляющим косинусам l', m', n' , определенным во вспомогательных системах координат $x'y'z'$, ось z' которых нормальна к соответствующей поверхности в точке вылета.

$$l' = \sin \theta \cos \varphi, \quad m' = \sin \theta \sin \varphi, \quad n' = \cos \theta \tag{1.4}$$

Здесь θ, φ — сферические координаты, определяющие направление скорости молекулы в системе $x'y'z'$.

Моделирование случайного направления движения молекулы проводится в соответствии с косинусоидальным законом распределения

$$f(\theta, \varphi) d\theta d\varphi = 1 / \pi \sin \theta \cos \theta d\theta d\varphi \tag{1.5}$$

Реализация углов θ, φ вырабатывается по формулам

$$\theta = \arcsin \sqrt{\xi_i}, \quad \varphi = 2\pi \xi_{i+1} \tag{1.6}$$

Здесь ξ_i, ξ_{i+1} — числа из последовательности независимых псевдослучайных чисел, равномерно распределенных на интервале (0,1). Скорость v молекулы, вылетающей с ротора, определяется скоростью ротора v_0 и случайной скоростью молекулы v относительно ротора.

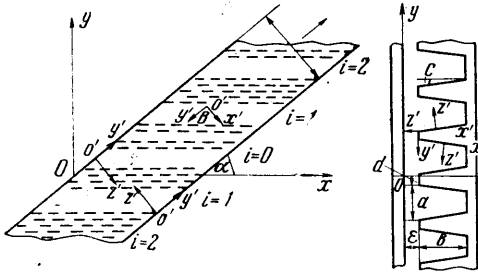
$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v} \tag{1.7}$$

Направление \mathbf{v} моделируется по формулам (1.4), (1.6), величина — в соответствии с законом распределения [4]

$$f(v) dv = 2\beta^4 v^3 e^{-\beta^2 v^2} dv, \quad \beta = 2 / \sqrt{\pi} v_0 \tag{1.8}$$

При моделировании применен метод замены $f(v)$ ступенчатой функцией в интервалах равной вероятности. Всего взято 16 интервалов в промежутке $0 < v < 2.5 v_0$.

2. Моделирование движения молекул в насосе цилиндрического типа. Рассмотрим цилиндрический насос с откачивающими канавками трапецеидального поперечного сечения, нанесенными на поверхность статора в виде винтовой многозаходной резьбы. Глубина канавок линейно уменьшается от входа к выходу насоса. Входом и выходом цилиндрического насоса считаются сечения его рабочего пространства плоскостями, проходящими через начало и конец насоса перпендикулярно оси ротора. Обычно глубина канавок цилиндрического насоса мала по сравнению с радиусом ротора. Тогда удобно использовать его плоскую модель, которая получится, если разрезать насос



Фиг. 1

внутри цилиндрического насоса преобразуются в криволинейные. В системе xyz (фиг. 1) уравнение этих траекторий запишется в виде

$$\begin{aligned} x &= x_1 + R \cos \alpha \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{ft}{R + z_1 + nt} + gt \sin \alpha \\ y &= y_1 + R \sin \alpha \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{ft}{R + z_1 + nt} - gt \cos \alpha \\ z &= \sqrt{(R + z_1 + nt)^2 + f^2 t^2} - R \\ f &= l \cos \alpha + m \sin \alpha, \quad g = l \sin \alpha - m \cos \alpha \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь t — параметр.

Разложим уравнения (2.1) в ряд и ограничимся членами второго порядка малости

$$\begin{aligned} x &= x_1 + a_1 t + a_2 t^2, \quad y = y_1 + a_3 t + a_4 t^2, \quad z = z_1 + nt + a_5 t^2 \\ a_1 &= \frac{Rf}{R + z_1} \cos \alpha + g \sin \alpha, \quad a_2 = -\frac{Rnf}{(R + z_1)^2} \cos \alpha \\ a_3 &= \frac{Rf}{R + z_1} \sin \alpha - g \cos \alpha, \quad a_4 = -\frac{Rnf}{(R + z_1)^2} \sin \alpha, \quad a_5 = \frac{f^2}{2(R + z_1)} \end{aligned} \quad (2.2)$$

Нахождение точки M_2 соударения молекулы с плоскими стенками плоской модели насоса сводится теперь к отысканию наименьшего положительного корня квадратного уравнения

$$\begin{aligned} t^2 - 2pt + q &= 0 \\ p &= \frac{c_1 a_1 + c_2 a_3 + c_3 n}{2(c_1 a_2 + c_2 a_4 + c_3 a_5)} \quad q = \frac{c_1 x_1 + c_2 y_1 + c_3 z_1 - D}{c_1 a_2 + c_2 a_4 + c_3 a_5} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Здесь c_1, c_2, c_3, D — коэффициенты уравнения, описывающего рабочие поверхности плоской модели насоса

$$c_1 x + c_2 y + c_3 z = D \quad (2.4)$$

Коэффициенты уравнения (2.4) равны:
для рабочей поверхности ротора

$$c_1 = c_2 = D = 0, \quad c_3 = 1$$

для поверхности статора

$$c_1 = c_2 = 0, \quad c_3 = 1, \quad D = \varepsilon$$

для поверхности дна канавки

$$c_1 = 1, \quad c_2 = -\operatorname{ctg} \alpha, \quad c_3 = h[(b_1 - b_2) \sin \alpha]^{-1}, \quad D = (b_1 + \varepsilon) c_3$$

для поверхности правой стенки канавки

$$c_1 = 0, \quad c_2 = 1, \quad c_3 = \operatorname{tg} c, \quad D = i(a + d) - \varepsilon \operatorname{tg} c$$

для поверхности левой стенки канавки

$$c_1 = 0, \quad c_2 = 1, \quad c_3 = \operatorname{tg} c, \quad D = i(a + d) + \varepsilon \operatorname{tg} c + a$$

(правая стенка расположена справа при движении от входа к выходу канавки по поверхности ротора).

Отметим некоторые особенности моделирования движения молекул. Если молекула движется в рабочем пространстве i -й канавки, исследуются возможные точки пересечения траектории с плоскостью статора, с поверхностью правой и левой стенок канавки и с поверхностью дна канавки. Если траектория движения молекулы пересекает плоскость статора, точка M_2 считается как бы точкой вылета молекулы, причем l, m, n вычисляются как направляющие косинусы касательной к траектории молекулы в этой точке

$$l = \frac{dx}{ds} = \frac{a_1 + 2a_2t}{s_0}, \quad m = \frac{dy}{ds} = \frac{a_3 + 2a_4t}{s_0}, \quad n = \frac{dz}{ds} = \frac{n + 2a_5t}{s_0} \quad (2.5)$$

$$ds = s_0 dt = dt \sqrt{(a_1 + 2a_2t)^2 + (a_3 + 2a_4t)^2 + (n + 2a_5t)^2}$$

Если молекула движется в пространстве между ротором и статором насоса, точка M_2 может лежать в плоскости ротора или статора. Если молекула пересекает плоскость статора и входит в рабочее пространство i -й канавки, траектория молекулы продолжается из точки M_2 , расположенной в плоскости статора, описанным выше способом. Если точка M_2 является точкой соударения молекулы со стенкой насоса, программа вычислений предусматривает запоминание, с какой именно рабочей поверхностью насоса произошло соударение (поверхность ротора, статора в промежутке между канавками и т. д.). Эта информация используется при формировании случайного направления движения молекулы из найденной точки. С учетом всего изложенного приведем операторы Q_0, Q_1 и Q_2 , моделирующие движение молекул в цилиндрическом насосе.

Оператор Q_0

$$\begin{aligned} & \uparrow(\omega_m) \downarrow(7, \omega_{m=1}) \{1 \rightarrow k\} A_4 A_5 A_6 \uparrow(\omega_3) \downarrow(\omega_5; \omega_{m=2}) \{2 \rightarrow k\} \\ & \{\infty \rightarrow t_\theta, t_n, t_s\} \downarrow(\omega_3) A_7 \{\infty \rightarrow t_p\} \uparrow(\omega_k) \downarrow(\omega_{k=2} A_8 \downarrow(\omega_{k=1}) Q_3 \\ & A_9 \uparrow(\omega_j) \downarrow(\omega_{j=1}) Q_4 A_{10} \{1 \rightarrow m\} \uparrow(\omega_2) \downarrow(\omega_{j=2}) Q_4 A_{12} \{1 \rightarrow m\} \\ & \uparrow(\omega_2) \downarrow(\omega_{j=2}) Q_4 A_{12} \{1 \rightarrow m\} \uparrow(\omega_2) \downarrow(\omega_{j=4}) Q_5 P(M_2 \subset S_{ij}) \\ & \uparrow(5) Q_4 A_{13} \uparrow(\omega_3) \downarrow(5) A_{14} P(n > 0) \uparrow(6) \{1 \rightarrow m\} \uparrow(\omega_2) \downarrow(6) \\ & \{2 \rightarrow m\} \uparrow(\omega_2) \downarrow(\omega_{j=5}) Q_4 Q_6 \{2 \rightarrow m\} \downarrow(\omega_2) \end{aligned} \quad (2.6)$$

Оператор Q_1

$$A_{15} Q_4 A_{16} P(z < \varepsilon) \uparrow(7) \uparrow(\omega_5) \quad (2.7)$$

Оператор Q_2

$$A_{17} Q_4 A_{18} P(z < \varepsilon) \uparrow(7) \uparrow(\omega_5) \quad (2.8)$$

Здесь операторы $A_4 - A_8$ определяют возможное значение параметра t при решении уравнения траектории (2.2) совместно с уравнениями рабочих поверхностей (2.4) дна канавки, правой стенки канавки, левой стенки канавки, плоскости статора, ротора; оператор Q_3 осуществляет нахождение наименьшего t и формирование параметра j для переадресации; оператор A_9 осуществляет вычисление x_2, y_2, z_2 по формулам (2.2); оператор Q_4 формирует l', m', n' по формулам (1.4); оператор A_{14} формирует l, m, n для статорного сечения канавки по формулам (2.5); оператор Q_6 формирует l, m, n для ротора в соответствии с формулами (1.4), (1.7); оператор Q_5 определяет номер канавки, при этом

$$\begin{aligned} i &= \text{целой части } \{y_2 / (a + d)\}, & \text{если } y_2 > 0 \\ i &= \text{целой части } \{y_2 / (a + d)\} - 1, & \text{если } y_2 < 0 \end{aligned} \quad (2.17)$$

Операторы A_{15}, A_{17} формируют точки запуска молекул внутрь насоса, равномерно распределенные по его входному и выходному сечению; операторы $A_{10} - A_{13}, A_{16}, A_{18}$ формируют l, m, n для рабочих поверхностей, входного и выходного сечений насоса.

Эти операторы описываются следующими формулами:

$$A_{10} \text{ (дно канавки):} \quad (2.18)$$

$$l = (l' \cos \beta - n' \sin \beta) \sin \alpha + m' \cos \alpha, \quad m = m' \sin \alpha - (l' \cos \beta - n' \sin \beta) \cos \alpha$$

$$n = l' \sin \alpha + n' \cos \alpha, \quad \sin \beta = (b_1 - b_2) \sqrt{(b_1 - b_2)^2 + h^2}^{-1}$$

A_{11} (правая стенка канавки)

$$l = m', \quad m = l' \sin c + n' \cos c, \quad n = l' \cos c - n' \sin c$$

A_{12} (левая стенка канавки)

$$l = -m', \quad m = -l' \sin c - n' \cos c, \quad n = l' \cos c - n' \sin c$$

A_{13} (поверхность статора в промежутке между канавками)

$$l = l', \quad m = m', \quad n = -n'$$

A_{16} (входное сечение насоса)

$$l = m' \cos \alpha + n' \sin \alpha, \quad m = m' \sin \alpha - n' \cos \alpha, \quad n = -l'$$

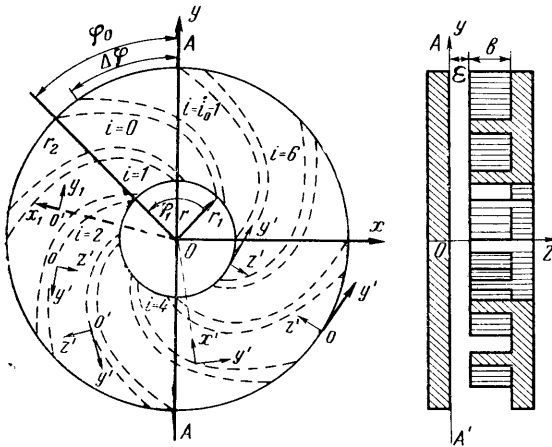
A_{18} (выходное сечение насоса)

$$l = m' \cos \alpha - n' \sin \alpha, \quad m = m' \sin \alpha + n' \cos \alpha, \quad n = l'$$

Через S_{ij} обозначена рабочая поверхность статора в промежутке между канавками.

3. Моделирование движения молекул в дисковом насосе. Рассмотрим дисковый молекулярный насос с откачивающими канавками прямоугольного поперечного сечения, проекции боковых стенок канавок на плоскость ротора — архимедовы спирали.

Схема этого насоса представлена на фиг. 2, где r_2 — радиус ротора, r_1 — радиус центрального отверстия статора, $\Delta\varphi$ — ширина канавки в единицах полярного угла, i_0 — число канавок, μ — относительная ширина канавки, φ_{12} — угол поворота радиус-вектора, описывающего боковую стенку канавки, m — число витков канавки.



Фиг. 2

$$\mu = \frac{\Delta\varphi}{\varphi_0}, \quad \varphi_0 = \frac{2\pi}{i_0}$$

$$m = \frac{\varphi_{12}}{2\pi}$$

Глубина канавок линейно с радиусом уменьшается от входа насоса. Входом и выходом дискового насоса считаются сечения его рабочего пространства цилиндрами, проходящими соответственно через центральное отверстие статора и через края ротора насоса.

Если молекула движется в рабочем пространстве канавки, точка соударения M_2 молекулы со стенками канавки определяется приближенным методом, который состоит в движении вдоль прямолинейной траектории молекулы с уменьшающимся шагом Δ . Как только контрольная точка M пересекает стенку насоса, делается шаг в обратном направлении, причем каждый последующий шаг вдвое короче предыдущего. ($|\Delta| < \Delta_{min}$) и точка M_2 определена в пределах рабочего пространства насоса. Если молекула выходит в пространство между ротором и статором насоса, положение точки M_2 определяется путем совместного решения уравнения прямолинейной траектории молекулы с уравнениями плоскостей ротора и статора.

Выберем декартову систему координат xuz (и цилиндрическую $\rho\varphi z$ (фиг. 2) так, чтобы ось x была касательной в начале координат к поверхности правой стенки канавки с номером 0. Уравнение поверхности этой стенки $\rho = k\varphi$ при $\epsilon < z < \epsilon + b(\rho)$.

Приведем операторы Q_0, Q_1, O_2 , моделирующие движение молекул в дисковом насосе.
 Оператор Q_0

$$\begin{aligned}
 & P(z_1 \leq \varepsilon) \uparrow (5) P(n < 0) \uparrow (6) \downarrow (\omega_{j=1}) A_5 Q_4 Q_6 \uparrow (\omega_2) \downarrow (6) A_6 P(M_2 \subset S_{\parallel}) \\
 & \uparrow (7) Q_4 A_{13} \uparrow (\omega_2) \downarrow (7) Q_5 \downarrow (5) \{1 \rightarrow k\} 3(\Delta_{\max} \rightarrow \Delta) \downarrow (\omega_{k=1}) A_9 P_1 \uparrow (8) P_2 \\
 & \uparrow (9) P_3 \uparrow (10) P_4 \uparrow (11) \uparrow (\omega_k) \downarrow (8) \{1 \rightarrow j\} \uparrow (\omega_3) \downarrow (9) \{2 \rightarrow j\} \uparrow (\omega_3) \downarrow (10) \\
 & \{3 \rightarrow j\} \uparrow (\omega_3) \downarrow (11) \{4 \rightarrow j\} (\omega_3) \{2 \rightarrow k\} 3(-1/2|\Delta| \rightarrow \Delta) \uparrow (\omega_{k=1}) \\
 & \uparrow (\omega_{k=2}) P(|\Delta| > \Delta_{\min}) \uparrow (12) 3(1/2|\Delta| \rightarrow \Delta) \uparrow (\omega_{k=1}) \downarrow (12) \\
 & \Pi(M \rightarrow M_2) \downarrow (\omega_{j=2}) Q_4 A_{10} \uparrow (\omega_2) \downarrow (\omega_{j=3}) Q_4 A_{11} \uparrow (\omega_2) \downarrow (\omega_{j=4}) Q_4 A_{12} \downarrow (\omega_2)
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

Оператор Q_1

$$A_{15} Q_4 A_{16} \tag{3.2}$$

Оператор Q_2

$$A_{17} Q_4 A_{18} \tag{3.3}$$

Оператор A_3 осуществляет нахождение координат точки на поверхности ротора по формулам

$$x_2 = x_1 - \frac{l}{n} z_1, \quad y_2 = y_1 - \frac{m}{n} z_1, \quad z_2 = 0 \tag{3.4}$$

Оператор A_6 осуществляет нахождение координат точки на поверхности статора при движении молекулы со стороны ротора

$$x_2 = x_1 + \frac{l}{n}(\varepsilon - z_1), \quad y_2 = y_1 + \frac{m}{n}(\varepsilon - z_1), \quad z_2 = \varepsilon \tag{3.5}$$

Оператор Q_4 моделирует l', m', n' по формулам (1.4); оператор Q_6 моделирует l, m, n для ротора в соответствии с формулами (1.4), (1.7), оператор Q_5 вычисляет номер канавки для точки (x, y, z) или (ρ, φ, z)

$$i = \text{целой части } \{r'/r_0\}, \quad r_0 = k\varphi_0 = k2\pi/i_0, \quad r' = k(\varphi + 2\pi j) - \rho \tag{3.6}$$

Число j определяется в соответствии с подпрограммой

$$A_7 A_8 P(k\varphi > \rho') \uparrow (13) 3(j' \rightarrow j) \uparrow (\omega_k) \downarrow (13) 3(j' + 1 \rightarrow j) \downarrow (\omega_k) \tag{3.7}$$

Операторы A_7, A_8 описываются соответственно формулами

$$j' = \text{целой части } \rho / 2\pi k \tag{3.8}$$

$$\rho' = \rho - 2\pi k j' \tag{3.9}$$

Оператор A_9 вычисляет координаты контрольной точки M после k -го шага вдоль траектории

$$x_{k+1} = x_k + l\Delta_k, \quad y_{k+1} = y_k + m\Delta_k, \quad z_{k+1} = z_k + n\Delta_k \tag{3.10}$$

Операторы $P_1 - P_4$ проверяют принадлежность точки $M(x_k, y_k, z_k)$ рабочему пространству i -й канавки.

Точка M может выйти за пределы канавки следующим образом.

1) Пересекая плоскость статора (невыполнение логического оператора P_1), если

$$z_k < \varepsilon \tag{3.11}$$

2) Пересекая поверхность дна канавки (невыполнение P_2), если

$$z_k > \varepsilon + b(\rho_k) \tag{3.12}$$

3) Пересекая поверхность правой стенки канавки (невыполнение P_3), если

$$i' < i \quad \text{или} \quad i' = i_0 - 1 \quad \text{при} \quad i = 0 \tag{3.13}$$

Здесь i' вырабатывается оператором Q_5 для контрольной точки M .

4) Пересекая поверхность левой стенки канавки (невыполнение P_4), если

$$i' > i \quad \text{или} \quad i' = 0 \quad \text{при} \quad i = i_0 - 1 \tag{3.14}$$

или, дробная часть $\{r'/r_0\} > \mu$ при $i = i'$.

Операторы A_{15} , A_{17} формируют точки входа молекулы внутрь насоса на его входном и выходном сечениях, операторы A_{10} — A_{13} , A_{16} , A_{18} формируют направляющие косинусы траектории молекулы для рабочих поверхностей, входного и выходного сечений насоса. Эти операторы описываются следующими формулами

A_{10} (дно канавки):

$$l = (l' \cos \beta - n' \sin \beta) \cos \varphi + m' \sin \varphi, \quad m = (l' \cos \beta - n' \sin \beta) \sin \varphi - m' \cos \varphi$$

$$n = -n' \cos \beta - l' \sin \beta \operatorname{tg} \beta = (b_1 - b_2) (r_2 - r_1)^{-1} \quad (3.15)$$

A_{11} (правая стенка канавки)

$$l = m' \cos \alpha - n' \sin \alpha, \quad m = m' \sin \alpha + n' \cos \alpha, \quad n = -l' \quad (3.16)$$

A_{12} (левая стенка канавки)

$$l = m' \cos \alpha + n' \sin \alpha, \quad m = m' \sin \alpha - n' \cos \alpha, \quad n = -l' \quad (3.17)$$

A_{13} (поверхность статора в промежутке между канавками)

$$l = l', \quad m = -m', \quad n = n' \quad (3.18)$$

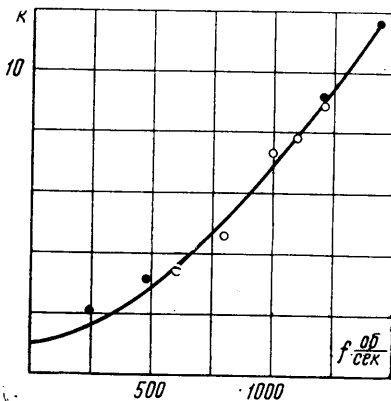
A_{16} (входное сечение насоса)

$$l = n' \cos \varphi - m' \sin \varphi, \quad m = n' \sin \varphi + m' \cos \varphi, \quad n = -l' \quad (3.19)$$

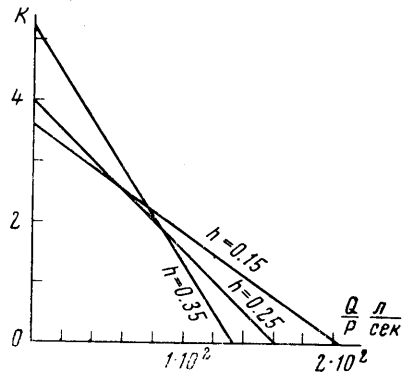
A_{18} (выходное сечение насоса)

$$l = -n' \cos \varphi - m' \sin \varphi, \quad m = -n' \sin \varphi + m' \cos \varphi, \quad n = l' \quad (3.20)$$

4. Результаты расчетов. 1. Сравнение теории с экспериментом.



Фиг. 3



Фиг. 4

Значения степени сжатия $K = K^{(1)}$, рассчитанные методом Монте-Карло с точностью порядка 15%, и степени сжатия $K = K^{(2)}$, измеренные экспериментально для дискового молекулярного насоса, обладающего параметрами $r_1 = 2.5$ см, $r_2 = 7$ см, $i_0 = 8$, $m = 0.3$, $\mu = 0.5$, $b_1 = 0.9$ см, $b_2 = 0.25$ см, $\varepsilon = 0.3$ мм, $Q = 0$ в зависимости от скорости вращения ротора f оказались равными $K^{(1)} = 17$, $K^{(2)} = 21$ при $f = 450$ об/сек и $K^{(1)} = 160$, $K^{(2)} = 183$ при $f = 980$ об/сек.

На фиг. 3 показана также зависимость степени сжатия от скорости вращения ротора, измеренная экспериментально $K^{(2)}$ (светлые точки) и рассчитанная теоретически $K^{(1)}$ (темные точки) для дискового молекулярного насоса, обладающего следующими параметрами: $r_1 = 2.2$ см, $r_2 = 6.2$ см, $i_0 = 6$, $m = 0.238$, $\mu = 0.876$, $b_1 = 1.66$ см, $b_2 = 0.32$ см, $\varepsilon = 0.45$ мм, $Q = 0$.

Расчеты проводились для однокомпонентного газа с молекулярным весом, равным среднему молекулярному весу воздуха, при комнатной температуре рабочих поверхностей насоса. Степень сжатия, рассчитанная теоретически, совпала с измеренной экспериментально в пределах точности эксперимента и вычислений (несоответствие не превышает погрешностей измерения вакуума ионизационными манометрами).

Зазор между ротором и статором насоса устанавливался с точностью до 0.05 мм.

2. *Расчет оптимальных параметров молекулярных насосов.* Предлагаемые методы расчета молекулярных насосов в сочетании с одним из методов нахождения оптимальной точки в пространстве параметров, например, методом случайного поиска [11] могут быть использованы для решения задачи оптимизации молекулярных насосов.

В качестве примера решена задача нахождения оптимальной геометрии дискового молекулярного насоса, которая обеспечивает наивысшую степень сжатия при заданных размерах насоса, скорости ротора, зазоре между ротором и статором и величине натекания. Эти параметры при расчете были взяты равными: $r_2 = 7$ см, $f = 1300$ об/сек, $\epsilon = 0.5$ мм, $v_0 = 470$ м/сек, $Q/p_2 = 10$ л/сек. Расчет показал, что откачиваемый объем выгоднее подсоединять к отверстию радиуса r_1 статора насоса и откачку вести от центра к периферии. В результате расчета были найдены оптимальные значения параметров насоса с точностью до 20% равные $t_0 = 7$, $m = 0.4$, $\mu = 0.9$, $r_1 = 2.8$ см, $b_1 = 2$ см, $b_2 = 1.3$ см, $K_{opt} = 8$.

Скорость откачки такого насоса примерно равна 80 л/сек.

3. *Расчет ступени турбомолекулярного насоса.* Под ступенью турбомолекулярного насоса понимается роторный и смежный с ним статорный диски. На фиг. 4 приведены результаты расчета ступени насоса, слева и справа от которой находится большое количество таких же ступеней при разной толщине h роторных и статорных дисков. Эти результаты приведены в виде зависимостей степени сжатия K от относительной величины Q/p потока газа через ступень, где p — давление перед ступенью. При расчете степени сжатия использовались соотношения, полученные для ТМН в работе [4]. В эти соотношения входят величины вероятностей проходов через роторные и статорные диски в прямом и обратном направлениях, а также через аксиальные зазоры между дисками. Для определения этих вероятностей использовались алгоритмы, полученные для расчета цилиндрических молекулярных насосов, так как роторные и статорные диски ТМН есть, по сути дела, цилиндрические молекулярные насосы с глубокими и короткими канавками, нанесенными на роторе или статоре соответственно.

Зависимости, подобные приведенным на фиг. 4, могут быть использованы при расчетах оптимальной толщины роторных и статорных дисков ТМН.

Поступило 5 IV 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Дэшман С. Научные основы вакуумной техники. Изд-во иностр. лит., 1960.
2. Veams J. W. Bekeable molecular pumps. 7-th Nat. Sympos., Vacuum Technol. Trans., Clevealand, Ohio, 1960, Pergamon Press, 1961. (Русск. перев. Бимс Дж., Прогреваемые молекулярные насосы, сб. «Современная вакуумная техника», Изд-во иностр. лит., 1963).
3. Вексер W. Eine neue Molekularpumpe, Vacuum-Technik, 1958, vol. 7, No. 7, p. 149.
4. Иванов В. П., Неймарк Ю. И. Некоторые методы расчета стационарного движения разреженного газа. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 4.
5. Davis D. N. A Monte-Carlo Calculation of Molecular Flow Rates Through Cylindrical Elbow and Pipes of Other shapes, J. Appl. Phys. (1960), vol. 31, No. 7, p. 1169.
6. Levenson L. L., Milleron N., Davis D. N. The Optimization of Molecular Flow Conductance, 7-th Nat. Sympos. Vacuum Technol. Trans., Cleveland, Ohio, 1960, Pergamon Press, 1961. (Русск. перев. Левенсон Л., Миллерон Н., Дэвис Д., Выбор оптимальной проводимости вакуумной системы в режиме молекулярного течения, Сб. «Современная вакуумная техника». Изд-во иностр. лит., 1963).
7. Levenson L. L., Mulleron N., et Davis D. N. Conductance en ecoulement moleculaire, Vide, n 103, Janvier — Février, 1963, p. 42—54.
8. Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (метод Монте-Карло), Физматгиз, 1962.
9. Бусленко Н. П., Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (Монте-Карло) и его реализация на цифровых машинах. Физматгиз, 1961.
10. Ляпунов А. А. Проблемы кибернетики, 1958, т. 1, стр. 46.
11. Каган Б. М. Решение задач нелинейного программирования на цифровых вычислительных машинах. Сб. «Применение вычислительной техники для автоматизации производства», Машгиз, 1961.