О ТУРБУЛЕНТНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПОВЕРХНОСТИ ЗАТУПЛЕННЫХ КОНУСОВ

В. А. КАРПОВ *(Москва)*

Приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований тепловых потоков на боковой поверхности затупленных конусов в условиях вихревого взаимодействия турбулентного пограничного слоя с высокоэнтропийным. Рассмотрен вопрос о подобии распределения тепловых потоков.

Обозначения

r_0, r — радиус затупления и радиус поперечного сечения конуса; xr_0, x_0r_0 — координата вдоль образующей и длина конуса; Xr_0 — эффективная длина пластины; θr_0, ϑ_{r_0} — толщина потери энергии и импульса: β — угол полураствора конуса; V, M — скорость, число Маха невозмущенного потока; $P\rho_\infty V^2$, $\rho\rho_\infty$, $\mu\mu_\infty$ — давление, плотность, вязкость; σ, γ — число Прандтля, показатель изэнтропы; uV, $\psi\pi r_0\rho_\infty V$ — скорость газа, функция тока; HV^2, hV^2 — полная и статическая энтальпия; H_eV^2 — энтальпия восстановления; h^* — определяющая энтальпия по Эккерту; S, $q = S\rho_\infty V^3$ — число Стантона и тепловой поток; η — отношение тепловых потоков на затупленном и остром конусах в одинаковых поперечных сечениях, ξ — отношение тепловых потоков, рассчитанных с учетом и без учета завихренности.

Индексы $+$, $-$, ∞, k относятся к величинам на поверхности тела при вязком и невязком потоках, в невозмущенном потоке и точке торможения потока соответственно.

1. При гиперзвуковом обтекании затупленных конусов в случае малой величины затупления, когда пограничный слой выходит за пределы высокоэнтропийного, существенное влияние на теплообмен оказывает вихревое взаимодействие. При этом, вследствие неоднородности внешнего потока схема пограничного слоя с асимптотическими граничными условиями становится непригодной. Имеется точное численное решение этой задачи для ламинарного пограничного слоя [1]. В этой работе внешняя граница пограничного слоя определялась из условия гладкого сопряжения завихренного внешнего потока с решением пограничного слоя. В работах [2, 3] с целью учета завихренности при турбулентном пограничном слое параметры на его внешней границе рассчитывались при помощи соотношения, связывающего расход через ударную волну известной формы с расходом через пограничный слой. Расход Q и тепловой поток q определялись при этом по методикам, разработанным и проверенным экспериментально для потенциальных внешних течений.

В работе [4] на примере ламинарного пограничного слоя показано, что такой способ учета завихренности приводит к существенному (почти в два раза) увеличению ее влияния на величину тепловых потоков и трения.

В этой же работе предложен инженерный метод расчета теплопередачи и трения через пограничный слой при неоднородном (в частности, вихревом) внешнем потоке, позволяющий более точно учесть влияние завихренности.

Суть метода состоит в замене неоднородного невязкого потока равноценным по расходу, количеству движения и энергии однородным с эффективными параметрами и использовании для расчета характеристик пограничного слоя классических методов (метод локального подобия, метод интегральных соотношений и т. д.). Для тонких затупленных конусов в качестве эффективных следует брать среднемассовые скорость u_0 и энтальпию h_0 [4]

$$h_0 = h_- G_0(\psi), \quad u_0 = \sqrt{2(H_\infty - h_0)}, \quad G_0 = \frac{1}{\psi}\int_0^\psi G(\psi)\,d\psi, \quad G(\psi) = \frac{h}{h_-} \tag{1.1}$$

Для совершенного газа $G(\psi)$ не зависят от давления, а для реального газа этой зависимостью можно пренебречь [1]. Ниже этот метод обобщен на случай турбулентного пограничного слоя. Для учета осесимметричности и градиента давления использован метод интегральных соотношений [2].

В соответствии с [2] тепловой поток на поверхности конуса выражается следующей формулой [1]

$$q = S\rho_\infty V^3 = 0.0296\,\rho^* u_0 R^{*-0.2}\sigma^{-0.6}\left(\frac{\theta}{\vartheta}\right)^{0.1}(H_e - h_+) \tag{1.2}$$

[1] При $X = x$, $\theta = \vartheta$ формула (1.2) превращается в известную формулу для пластины [5].

Здесь и в дальнейшем

$$R^* = \frac{\rho^* u_0 X}{\mu^*} R_\infty, \quad R_\infty = \frac{\rho_\infty V r_0}{\mu_\infty} \tag{1.3}$$

$$\rho^* = \rho(h^*, p), \quad \mu^* = \mu(h^*, p)$$

$$h^* = 0.5(h_+ + h_0) + 0.22(H_e - h_0), \quad H_e = 0.89H_\infty + 0.11h_0$$

$$\left[\frac{\theta}{\vartheta}\right]^{9/8} = \frac{0.0181\, R_\infty}{r^{9/8}\mu^{*9/8}R_v^{*9/8}} \int_0^x r^{9/8} \rho^* u_0 \mu^{*1/8} R^{*-1/8}_\vartheta \left(\frac{H_e - h_+}{H_\infty - h_+}\right)^{9/8} dx$$

$$R_\vartheta^{*5/4} = \frac{0.0161\, R_\infty \sqrt{H_\infty}\,[2 - u_0^2 / H_\infty]^{5/8\,\lambda}}{r^{5/4}\mu^{*5/4}[u_0^2 / H_\infty]^{5/8\,\lambda}} \int_0^x \rho^* \mu^{*1/4} r^{5/4} \left[2 - \frac{u_0^2}{H_\infty}\right]^{-5/8\,\lambda} \left[\frac{u_0^2}{H_\infty}\right]^{5/8\,\lambda + 1/2} dx$$

При этом с формулой (1.2) связаны следующие обозначения и соотношения

$$\lambda = \left[\frac{9}{7}\frac{h_+}{H_\infty} + 1\right] + \frac{9}{7}\left[1 - \left(\frac{\theta}{\vartheta}\right)^{7/8}\right]\left[1 - \frac{h_+}{H_\infty}\right]$$

$$X = \frac{1}{F}\int_0^x F dx, F = r^{5/4} \rho^* u_0 \mu^{*1/4} (H_e - h_+)^{9/8} \left[\frac{\theta}{\vartheta}\right]^{1/8}$$

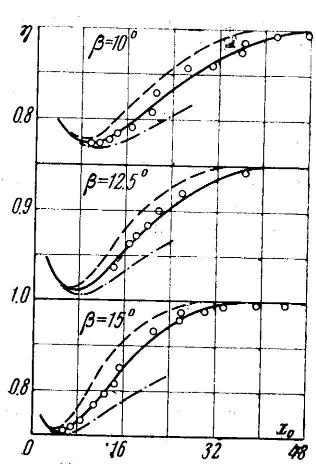
В данной задаче принималось $H_\infty = \text{const}$, $h_+ = \text{const}$, $\sigma = 0.72$, турбулентный пограничный слой развивался от критической точки, в которой $\theta = \vartheta = 0$. Для расчета параметров на внешней границе пограничного слоя, кроме давления $p_- = p_-(x)$, энтальпии $h_- = h_-(x)$, функции $G(\psi) = h / h_-$, необходимо иметь соотношение для функции тока ψ, которое согласно [2] имеет вид

$$\psi = 18\left[0.0202\, R_\infty^{-1/4} \int_0^x r^{5/4} \rho^* u_0 \mu^{*1/4} \left(\frac{\theta}{\vartheta}\right)^{1/8} \left(\frac{H_e - h_+}{H_\infty - h_+}\right)^{9/8} dx\right]^{4/5}$$

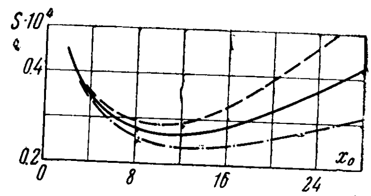
Исходные величины $p_- = p_-(x)$, $h_- = h_-(x)$, $G(\psi)$ брались на основе расчетов обтекания конусов невязким потоком [6, 7]. Функция $G(\psi)$ аппроксимировалась полиномом пятой степени. При расчете тепловых потоков по методу [2, 3] принималось $h / h_- = G(\psi)$, по методу среднемассовых величин — $h / h_- = G_0(\psi)$, без учета завихренности — $h / h_- = 1$.

Уравнение состояния использовалось в виде

$$\rho = \frac{p}{h}\frac{\gamma}{\gamma - 1} z(h, p)$$



Фиг. 1

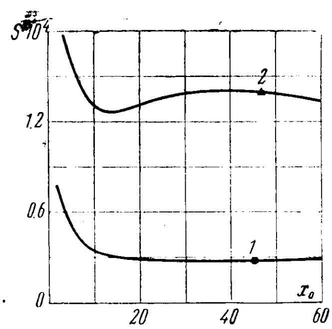


Фиг. 2

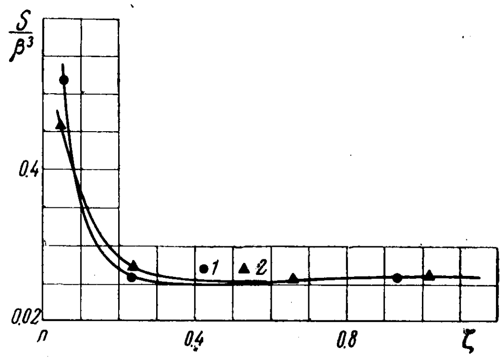
Задача решалась методом итераций. В точке $x_1 = \Delta x$ (Δx — шаг интегрирования) принималось в первом приближении $\psi = 0$, $h / h_- = 1$.

На фиг. 1 представлены результаты расчетов тепловых потоков на поверхности затупленных по сфере конусов с углами полураствора $\beta = 10°$; 12,5°, 15° в условиях обтекания потоком $M_\infty = 6$, $R_\infty = 5 \cdot 10^5$, $\gamma = 1.4$, $h_+ = 0.6$.

Сплошными линиями показан расчет по методу среднемассовых величин, пунктирными — по методу [2, 3], штрих-пунктирными — без учета завихренности. Там же точками нанесены результаты тепловых испытаний моделей, проведенных в условиях полностью соответствующих расчетным. Для исключения систематических ошибок эксперимента данные обрабатывались в виде отношения η тепловых потоков на затупленном и остром конусах в одинаковых поперечных сечениях. Измерения $q = S\rho_\infty V^3$ проводились на одной и той же модели (модель со сменными носками) и в одной серии испытаний.



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 2 приведено распределение тепловых потоков на затупленном по сфере конусе с $\beta = 10°$ при обтекании равновесно-диссоциирующим потоком воздуха с параметрами: $V = 7500$ *м/сек*, $\rho_\infty V^2 P_\infty = 1.2 \cdot 10^{-2}$ *атм*, $\rho_\infty = 1.8 \cdot 10^{-3}$ *кг·сек²/м⁴*, $R_\infty = 3.10^7$, $h_+ = 0.02$. Здесь сплошной линией показан расчет по методу среднемассовых величин, пунктирной — по методу [2], штрих-пунктирной — без учета завихренности. Влияние завихренности, а также различие в результатах расчета S по методу [2] и методу среднемассовых величин здесь более существенно, чем для условий экспериментов (фиг. 1) и составляет $\sim 30\%$.

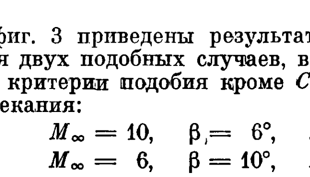
2. В работе [3] изложена теория подобия для тепловых потоков к боковой поверхности затупленных конусов, учитывающая завихренность внешнего течения. Согласно этой теории, в подобных случаях будут одинаковыми функции

$$S / \beta^3 = f_1(\zeta), \qquad P / \beta^2 = f_2(\zeta) \qquad (\zeta = \sqrt{2 / c_x} x_0 \beta^2)$$

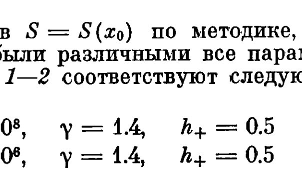
если выполняется равенство критериев

$$\beta M_\infty, \; \varkappa = p_k / \rho_k, \; \gamma, \; h_+(x), \; \Omega = [\mu_k / R_\infty]^{0.2} c_x^{-0.1} \beta^{-1}$$

Независимо от формы носка [9] равенство параметров βM_∞, $\varkappa$, γ обеспечивает подобие невязких потоков, равенство $h_+(x)$, Ω — пограничных слоев.



Фиг. 5



Фиг. 6

На фиг. 3 приведены результаты расчетов $S = S(x_0)$ по методике, описанной в п.1, для двух подобных случаев, в которых были различными все параметры, входящие в критерии подобия кроме C_x. Кривые *1—2* соответствуют следующим условиям обтекания:

$$M_\infty = 10, \quad \beta = 6°, \quad R_\infty = 1.2 \cdot 10^8, \quad \gamma = 1.4, \quad h_+ = 0.5$$
$$M_\infty = 6, \quad \beta = 10°, \quad R_\infty = 3.7 \cdot 10^6, \quad \gamma = 1.4, \quad h_+ = 0.5$$

На фиг. 4 эти же данные представлены в координатах подобия

$$S / \beta^3 = f_1(\zeta)$$

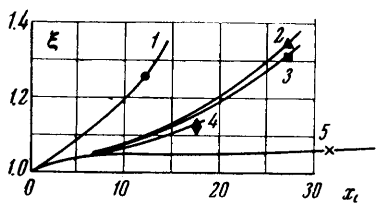
На фиг. 5, 6 показаны результаты экспериментов, где в подобных случаях отличались лишь величины C_x, а остальные параметры, определяющие критерии подобия, были одинаковыми ($M_\infty = 6$, $\beta = 15°$, $R_\infty = 5 \cdot 10^6$). Здесь кривая *1* соответствует конусу со сферическим затуплением ($C_x = 0.9$), кривая *2* — с затуплением в форме плоского торца ($C_x = 1.65$).

Данные расчетов и экспериментов подтверждают справедливость теории подобия [8].

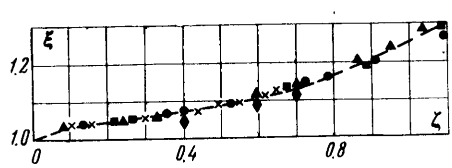
На фиг. 7 результаты расчетов для различных условий обтекания даны в виде отношения тепловых потоков ξ, определенных с учетом и без учета завихренности. Кривые *1—5* соответствуют условиям обтекания ($P_\infty = 1.2 \cdot 10^{-2}$ *атм*, $\rho_\infty = 1.8 \cdot 10^{-3}$ *кг·сек²/м⁴* — всюду)

$$V = 4000 \text{ м/сек}, \quad \beta = 15°, \quad R_\infty = 5 \cdot 10^5, \quad h_+ = 0.03$$
$$V = 7500 \text{ м/сек}, \quad \beta = 10°, \quad R_\infty = 3 \cdot 10^7, \quad h_+ = 0.02$$
$$V = 6000 \text{ м/сек}, \quad \beta = 10°, \quad R_\infty = 5 \cdot 10^6, \quad h_+ = 0.03$$
$$V = 3000 \text{ м/сек}, \quad \beta = 10°, \quad R_\infty = 4 \cdot 10^5, \quad h_+ = 0.03$$
$$V = 6000 \text{ м/сек}, \quad \beta = 5°, \quad R_\infty = 2 \cdot 10^7, \quad h_+ = 0.03$$

Согласно фиг. 7 функция $\xi = \xi(x)$ наиболее сильно зависит от β и менее от R_∞ и V. Зависимость ξ от β исключается, если вместо x взять координату подобия ζ



Фиг. 7



Фиг. 8

(фиг. 8). Для близких значений R_∞ и V функция $\xi = \xi(\zeta)$ может быть использована для оценок эффекта завихренности на конусах с разными углами полураствора и формой затупления.

Автор благодарит В. В. Лунева за обсуждение работы и замечания.

Поступило 13 VI 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Мурзинов И. Н. Ламинарный пограничный слой на затупленных телах с учетом завихренности внешнего потока. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 6.
2. Авдуевский В. С. Метод расчета пространственного турбулентного пограничного слоя в сжимаемом газе. Изв. АН СССР, ОТН. Механика и машиностроение, 1962, № 4.
3. Эдквист. Влияние кривизны ударной волны на нагрев конуса со сферическим носком при турбулентном режиме обтекания. Ракетная техника и космонавтика, 1964, № 8.
4. Лунев В. В. Метод среднемассовых величин для пограничного слоя во внешнем потоке с поперечной неоднородностью. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 1.
5. Эккерт. Инженерные методы расчета ламинарного и турбулентного теплообмена и трения при обтекании поверхностей с постоянным давлением и температурой потоком газа большой энергии. Вопросы ракетной техники, 1957, № 4.
6. Лунев В. В., Павлов В. Г., Синченко С. Г. Гиперзвуковое обтекание сферы равновесно диссоциирующим воздухом. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1966, т. 6, № 1.
7. Чушкин П. И., Шулишнина Н. П. Таблицы сверхзвукового течения около затупленных конусов. М., ВЦ АН СССР, 1961.
8. Лунев В. В. Об условиях подобия для гиперзвукового турбулентного пограничного слоя на тонких телах. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1962, № 4.
9. Лунев В. В. О форме головной ударной волны при гиперзвуковом обтекании тупых тел. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1964, № 6.