В связи с этим обстоятельством был выполнен расчет течения в области $0 \leqslant \theta \leqslant 99°$, при этом на последнем луче ($\theta = 99°$) для u, v, h задавались условия

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial \theta^2} = \frac{\partial^2 h}{\partial \theta^2} = 0$$

а плотность вычислялась из уравнения неразрывности. Получено стационарное решение, которое с точностью порядка 1—3% совпало с результатами расчета полной области ($0 \leqslant \theta \leqslant 180°$) на лучах $0 \leqslant \theta \leqslant 99°$, причем наибольшее отличие наблюдалось при $\theta = 90$, 99°. На фиг. 4 штриховыми линиями с кружочками показано решение, полученное из расчета области $0 \leqslant \theta \leqslant 99°$. Таким образом, в рассматриваемом режиме обтекания, действительно, наблюдается слабое влияние течения позади сферы на течение перед нею, что позволяет проводить расчеты лишь около лобовой части тела, причем с достаточно высокой точностью.

При расчете полной области ($0 \leqslant \theta \leqslant 180°$), по-видимому, целесообразно применить альтернирующий метод Шварца для попеременного расчета передней и задней областей течения (возможно с разной структурой разностных сеток в каждой из областей).

Поступило 22 XI 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Браиловская И. Ю. Разностная схема для численного решения двумерных нестационарных уравнений Навье — Стокса для сжимаемого газа. Докл. АН СССР, 1965, т. 160, № 5.
2. Пробстейн Р. Ф., Кемп Н. Вязкие аэродинамические характеристики в гиперзвуковом потоке разреженного газа. Период. сб. перев. иностр. статей «Механика», 1961, № 2.
3. Cheng H. K. Viscous blunt-body problems and the Newtonian theory. Fundament. phenomena hypersonic flow, Ithaca, New York, Cornell Univ. Press, 1966.
4. Толстых А. И. О численном расчете сверхзвукового обтекания затупленных тел потоком вязкого газа. Ж. вычислит. матем. и матем. физ., 1966, т. 6, № 1.
5. Davis R. T., Chyu W. J. Laminar flow past a sphere at high Mach. number. J. Fluid Mech.. 1966, vol. 24, No. 3.
6. Павлов Б. М. О расчете сверхзвукового вязкого течения вблизи линии торможения затупленного тела. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 2.
7. Обтекание затупленных тел сверхзвуковым потоком газа (под ред. О. М. Белоцерковского). Тр. ВЦ АН СССР, М., 1966.

О ВЛИЯНИИ ПРОДОЛЬНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ НА ИОНИЗУЮЩИЕ УДАРНЫЕ ВОЛНЫ В ГАЗЕ

А. А. БАРМИН, А. Г. КУЛИКОВСКИЙ

(Москва)

Как известно [1-3], впереди ионизующих ударных волн может распространяться электромагнитная волна, которая изменяет поперечные (к направлению распространения волны) составляющие электрического и магнитного полей, причем за электромагнитной волной электрическое поле по порядку величины равно Hv / c, где v и H — некоторые характерные значения скорости и магнитного поля. Поэтому при подсчете потока импульса влиянием поперечной составляющей электрического поля можно пренебречь. Однако продольная составляющая электрического поля в электромагнитной волне не меняется и перед ударной волной равна своему невозмущенному значению E_{x0}. Если E_{x0} достаточно велико $E_{x0} \gg Hv / c$, то при вычислении потока импульса перед ионизующей ударной волной необходимо учитывать также электрическую часть тензора максвелловских напряжений, связанную с продольной составляющей электрического поля. Поток энергии не изменяется.

Таким образом будем учитывать только вклад, равный $\varepsilon E_{x0}^2 / 8\pi$ в поток x-й составляющей импульса перед волной (ε — диэлектрическая проницаемость непроводящего газа). Вдали за ударной волной

$$E_x = -\left(\frac{\mathrm{v}}{c} \times H\right)_x \ll E_{x0}$$

Для оценки ширины зоны, в которой электрический заряд сосредоточен, заметим, что в системе координат, связанной с этой зоной, составляющая плотности тока по оси x равна нулю

$$j_x = \sigma E_x + \rho_e u = \sigma E_x + \frac{1}{4\pi} u \frac{\partial E_x}{\partial x} = 0 \tag{1}$$

Здесь в выражении для j_x отброшен член, $\sigma/c(\mathbf{V} \times \mathbf{H})$, который много меньше величины σE_{x0}. Из уравнения (1) получим, что длина L, на которой существенно меняется электрическое поле, имеет порядок u / σ.

Как известно из магнитной гидродинамики, длина L_M, на которой существенно меняется магнитное поле, имеет порядок $c^2\sigma / u$, т. е. $L \sim L_M u^2 / c^2$. Поэтому при рассмотрении структуры ионизующих ударных волн область, в которой электрические силы существенны, можно заменить поверхностью электрогидродинамического разрыва, на которой газ получает импульс, равный $\varepsilon E_{x0}^2 / 8\pi$, а магнитное поле не меняется. Таким образом, действие электрического поля сводится просто к изменению постоянной, задающей полный поток составляющей импульса по оси x. Поэтому все качественные выводы [1-3] об изменении магнитного поля в ионизующих волнах остаются в силе.

Для количественного рассмотрения влияния электрического поля на ионизующие ударные волны совершенного газа ограничимся случаем, когда магнитное поле отсутствует.

В этом случае уравнение ударной адиабаты имеет вид

$$\frac{\gamma+1}{\gamma-1}\left[p + \frac{\gamma-1}{\gamma+1}\left(p_1 - \frac{\varepsilon E_{x0}^2}{8\pi}\right)\right]\left[V - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} V_1\right] = \frac{2\gamma}{\gamma+1}\left[\frac{\varepsilon E_{x0}^2}{8\pi} + \frac{2}{\gamma-1} p_1\right] V_1 \tag{2}$$

где p, V и γ — соответственно давление, удельный объем и отношение удельных теплоемкостей газа.

Это уравнение задает на плоскости pV гиперболу. Состояниям за разрывом при заданном начальном состоянии соответствуют точки пересечения гиперболы (2) с прямой

$$p - \left(p_1 - \frac{\varepsilon E_{x0}^2}{8\pi}\right) + m(V - V_1) = 0 \tag{3}$$

Уравнение (3) выражает закон сохранения импульса. Прямые (3), соответствующие различным значениям потока массы, проходят через точку

$$p = p_1 - \frac{\varepsilon E_{x0}^2}{8\pi}, \qquad V = V_1$$

Эта точка всегда лежит ниже верхней ветви гиперболы (2). Начальная точка лежит всегда ниже верхней ветви гиперболы, но выше части нижней ветви, лежащей в области $V > 0$. Так как $m^2 > 0$, то только точки верхней ветви гиперболы могут соответствовать состоянию за скачком.

Как и в случае газодинамической детонации и горения могут иметь место три различных типа эволюционных разрывов. Разрывы детонационного типа распространяются по газу перед разрывом со сверхзвуковой скоростью, по газу за разрывом с дозвуковой. Разрывы типа сверхзвукового горения распространяются по газу перед и за разрывом со сверхзвуковой скоростью. Разрывы типа медленного горения распространяются по газу перед и за разрывом с дозвуковой скоростью. Скорость распространения этих двух типов разрывов в рассматриваемой постановке считается заданной. Ее можно определить из рассмотрения структуры разрывов с учетом теплопроводности. Легко видеть из равенств (2) и (3), что дозвуковые электрогидродинамические разрывы не имеют места при $p_1 \leqslant \varepsilon E_{x0}^2 / 8\pi$.

Заметим, что рассмотренные здесь эффекты ограничены тем, что E_{x0} должно быть меньше пробойного напряжения в газе, а также тем, что при больших E_{x0} ударная волна может потерять устойчивость.

Поступило 11 I 1968

ЛИТЕРАТУРА

1. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. О магнитогидродинамических ударных волнах, ионизующих газ. Докл. АН СССР, 1959, т. 129, № 1, стр. 52—55.
2. Куликовский А. Г., Любимов Г. А. Простейшие задачи, содержащие ионизующие газ ударные волны в электромагнитном поле. Докл. АН СССР, 1959, т. 129, № 3, стр. 525—528.
3. Бармин А. А., Куликовский, А. Г. Об ударных волнах, ионизирующих газ, находящийся в электромагнитном поле. Докл. АН СССР, 1968, т. 178, № 1.