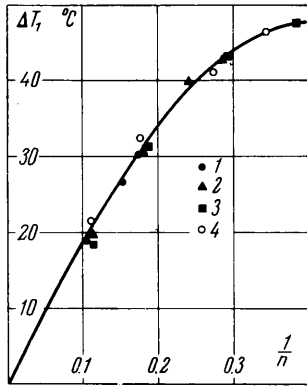


ченных на различных по диаметру трубах с различными диаметрами диафрагм. Точки 1, 2, 3 получены на вихревой трубе  $D = 4.6$  мм при  $\delta$ , равных 0.304, 0.391 и 0.479, соответственно; точки 4 померены на вихревой трубе диаметром  $D = 9.6$  мм и  $\delta = 0.437$ . Безразмерные площади сопел у обеих труб примерно одинаковые, у меньшей  $\omega = 0.0572$ , у большей  $\omega = 0.0574$ .



Фиг. 3

Экспериментальные точки, полученные при различных  $D$ ,  $\delta$  и  $\bar{p}$ , с достаточной точностью ложатся на одну кривую. Кривая проведена через начало координат, поскольку известно, что при стремлении к нулю расхода газа, проходящего через вихревую трубу, т. е. при  $n \rightarrow \infty$ , вихревой эффект исчезает. Данные фиг. 3, с одной стороны, являются подтверждением правомерности упрощений, принятых при выводе соотношений для параметра Россби, с другой, — дополнительно подтверждают вывод работы [1] о том, что этот параметр является определяющим для вихревого эффекта. Изменение безразмерных величин  $\bar{p}$ ,  $\delta$  и, как было экспериментально показано в [1], величины  $\omega$  лишь косвенно влияют на характер энергетического разделения в вихревой трубе, меняя величину числа Россби  $n$ .

На фиг. 3 собраны все экспериментальные данные Хильша, для обработки которых в его статье имеются необходимые величины. Не приведены лишь данные, снятые с диафрагмой безразмерного диаметра  $\delta = 0.566$ . При этой диафрагме влияние паразитного потока становится значительным и величины  $\Delta T_1$  не укладываются на приведенную кривую. Влияние паразитного потока исключает предложенную выше обработку и при малых относительных холодных расходах.

При изменении температуры подведенного к вихревой трубе газа и неизменных прочих условиях безразмерная функция  $f$  в соотношении (1) остается практически постоянной, изменяется лишь скорость истечения газа из сопел  $w = [2kRT_0 / (k + 1)]^{1/2}$ . Поэтому разности  $\Delta T_1$  и  $\Delta T_2$  пропорциональны температуре подведенного к вихревой трубе газа.

Автор с благодарностью вспоминает внимание И. А. Чарного к работе и обсуждения с Ю. Д. Райским.

Поступило 17 VIII 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Ентов В. М., Калашников В. Н., Райский Ю. Д. О параметрах, определяющих вихревой эффект. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 3, стр. 32—38.
2. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. Гостехтеориздат, 1957.
3. Hilsch R. Die expansion von gasen im zentrifugalfeld als Kälteprozess. Z. Naturforsch., 1946, vol. 1, p. 208—212.

### О МОЛЕКУЛЯРНЫХ ПОТОКАХ ИЗ ГАЗОВОЙ СТРУИ, ИСТЕКАЮЩЕЙ В ВАКУУМ

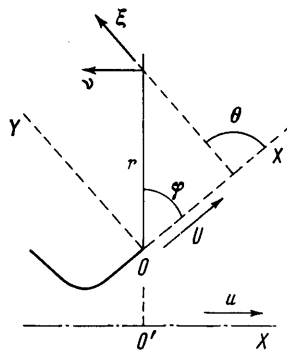
Е. М. ШАХОВ (Москва)

Расчет струи, истекающей в вакуум, по газодинамическим уравнениям приводит к границе, отделяющей газ от вакуума. Строго говоря, такой границы не существует. Тепловое движение молекул приводит к тому, что все пространство в какой-то степени заполнено газом. Концентрация молекул, молекулярные потоки вне газодинамических границ струи очень малы по сравнению с максимальными, однако даже малые величины могут быть существенны в некотором отношении. В настоящей работе предлагается метод расчета для оценки сверху порядков величин молекулярных потоков вне газодинамических границ струи, истекающей из сопла в вакуум. Метод основан на некоторых предположениях, опирающихся на результаты исследований Келлера [1] и Молмуда [2].

Келлер решил задачу о свободно-молекулярном разлете газа, занимающего в начальный момент полупространство, и сравнил полученное решение с газодинамическим (центрированная волна разрежения). Сравнение по плотности и массовой скорости обнаружило очень незначительное в количественном отношении расхождение

результатов, по крайней мере в области не очень малых плотностей. Поскольку оба рассмотренных решения являются прямо противоположными предельными решениями, то истинное решение уравнения Больцмана должно давать результат, лежащий между предельными.

Молмуд рассматривал разлет газа, занимающего в начальный момент конечный объем. Результаты расчетов, проведенных для случая шарового облака постоянной плотности, показывают, что газодинамическое приближение и приближение свободно-молекулярного течения дают близкие результаты вне области очень малых плотностей. На основе исследования Келлера и Молмула, а также с учетом качественной аналогии между неустановившимся и установившимся расширением в вакуум представляется естественным приближенно изобразить картину течения стационарного истечения из сопла следующим образом. Все течение разбивается на две зоны: 1) зона, занятая волнами разрежения, исходящими от вакуума; 2) зона основного потока, не затронутая волнами разрежения от вакуума. Фронт волны разрежения разделяет обе зоны. Для описания течения в первой зоне предлагается использовать уравнения свободно-молекулярных потоков, для описания течения во второй — газодинамические уравнения. В зоне свободно-молекулярного течения можно выделить поверхность, целиком охватывающую зону газодинамического течения, вычислить на ней функцию распределения и решить задачу с данными на этой поверхности, т. е. задачу об эмиссии с поверхности. Эмиттирующую поверхность удобно выбрать так, чтобы она была продолжением поверхности сопла. В соответствии с общей задачей оценки порядков величин молекулярных потоков функция распределения на этой эмиттирующей поверхности не вычисляется, а аппроксимируется подходящей функцией распределения.



Фиг. 1

1. Рассмотрим стационарное истечение газа через сопло в вакуум. Течение будем предполагать осесимметричным или плоским. Введем декартову систему координат  $xO'y$  с осью абсцисс, направленной по оси потока, и декартову систему координат  $XOY$  с началом на кромке сопла с осью  $X$ , направленной по касательной к образующей сопла на срезе. Введем также полярные координаты  $(r, \varphi)$ , принимая ось  $X$  в качестве полярной оси, а точку  $O$  в качестве полюса (фиг. 1). В произвольной точке  $r, \varphi$  рассмотрим единичную площадку с единичной нормалью  $\nu$ , перпендикулярной лучу  $O'r$ . Нам будет интересно рассмотреть поток молекул, вылетающих из сопла, через эту площадку.

В основу метода расчета положим следующие допущения.

1. Течение вне области, ограниченной стенками сопла и поверхностью усеченного конуса с образующей, которая направлена по касательной к образующей конуса сопла на срезе, можно считать свободно-молекулярным, и, следовательно, саму поверхность можно считать эмиттирующей поверхностью, испускающей молекулы.

2. Функцию распределения на эмиттирующей поверхности можно считать локально-максвелловской, которая соответствует газодинамическому течению внутри области, ограниченной стенками сопла и продолжающим их усеченным конусом.

Таким образом, задача об оценке молекулярных потоков из струи, истекающей в вакуум, сводится к задаче об эмиссии молекул с поверхности. Для плоско-параллельных задач в качестве эмиттирующей поверхности целесообразно рассматривать полуплоскость, поэтому обратимся сначала к расчету эмиссии с полуплоскости.

2. Рассмотрим полуплоскость  $X > 0$ , испускающую молекулы с максвелловским распределением

$$f_0 = \frac{n_0}{(2\pi RT_0)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(\xi_x - U_0)^2 + \xi_y^2 + \xi_z^2}{2RT_0}\right) \quad (2.1)$$

Пусть  $n_0, T_0, U_0$  заданы и зависят от  $X$ . Рассмотрим на луче  $\varphi$  на расстоянии  $r$  от начала координат элементарную площадку с нормалью  $\nu(\sin \varphi, \cos \varphi, 0)$  и будем вычислять поток молекул от эмиттирующей плоскости

$$nV\nu = \int (\xi \cdot \nu) f(r, \varphi; \xi_x, \xi_y, \xi_z) d\xi_x d\xi_y d\xi_z \quad (2.2)$$

Так как молекулы от эмиттирующей поверхности движутся без столкновений, то

$$f(r, \varphi, \xi) = f_0(X, 0, \xi) \quad (2.3)$$

$$X = r(\cos \varphi - \sin \varphi \operatorname{ctg} \theta) = r \frac{\sin(\theta - \varphi)}{\sin \theta}, \quad \operatorname{ctg} \theta = \frac{\xi_x}{\xi_y} \quad (2.4)$$

т. е. число молекул  $\xi$  в точке  $(r, \varphi)$  равно числу молекул  $\xi$  в точке  $(X, 0)$  на эмиттирующей полуплоскости, причем  $X$  выражается формулой (2.4).

Выражение для потока молекул после подстановки функции распределения, согласно (2.3), (2.1), после интегрирования по  $\xi_z$  и по  $\sqrt{\xi_x^2 + \xi_y^2}$  принимает вид

$$nY_v = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\varphi}^{\pi} \frac{n_0 C_0}{4} \Phi(\lambda) \sin(\theta - \varphi) d\theta \quad (2.5)$$

$$\Phi(\lambda) = \lambda e^{-\lambda^2} + (\lambda^2 + 1/2) \sqrt{\pi} e^{-(\lambda^2 - 1/2)} (1 + \operatorname{erf} \lambda)$$

$$\lambda = S \cos \theta, \quad S = \frac{U_0}{\sqrt{2RT_0}} = \frac{M}{\sqrt{2}\gamma} \quad (2.6)$$

$$C_0 = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{2RT_0}, \quad \operatorname{erf} \lambda = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\lambda} e^{-x^2} dx$$

Здесь  $M$  — число Маха,  $C$  — средняя скорость теплового движения молекул в точке  $X$  эмиттирующей полуплоскости (все величины не зависят от  $Z$ );  $\gamma = c_p / c_v$  — отношение теплоемкостей.

3. Для осесимметричного потока в качестве эмиттирующей поверхности целесообразно взять усеченный конус. В этом случае также можно написать выражение для потока молекул, однако оно оказывается гораздо сложнее, чем (2.5). Учитывая, что основной вклад в распределение молекулярных потоков вносит зависимость  $M(X)$ , а не характер геометрии эмиттирующей поверхности, можно принять для оценочных расчетов, что эмиссия происходит с полуплоскости; зависимость  $M(X)$  при этом должна соответствовать осесимметричному течению.

В качестве примера применения предлагаемого метода были произведены расчеты для случая, когда параметры эмиссии  $n_0$ ,  $U_0$ ,  $T_0$  изменяются так же, как в сферическом сверхзвуковом газодинамическом источнике.

Пусть  $R_0$  — радиус источника,  $M_0$  — число Маха при  $R = R_0$ , тогда на расстоянии  $R = X + R_0$  от центра источника число Маха  $M$  определяется из уравнения [3]

$$\frac{M_0}{M} \left( \frac{1 + 1/2(\gamma - 1)M^2}{1 + 1/2(\gamma - 1)M_0^2} \right)^{\gamma} = \frac{R^2}{R_0^2} \quad \left( \kappa = \frac{1}{2} \frac{\gamma + 1}{\gamma - 1} \right) \quad (3.1)$$

Учитывая еще, что

$$\frac{n_0 C_0}{4} = \frac{n_* C_*}{4} \frac{1/2(\gamma + 1)}{1 + 1/2(\gamma - 1)M^2} \quad \left( n_* C_* = \frac{2a_* \sqrt{2}}{\sqrt{\pi}\gamma} \right) \quad (3.2)$$

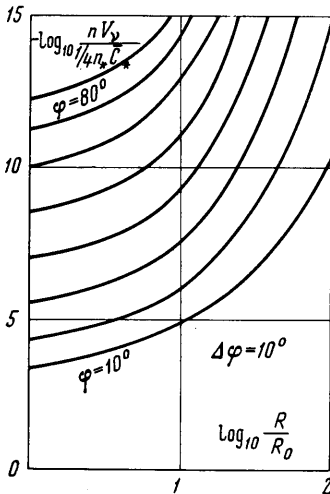
(здесь  $a_*$  — критическая скорость звука), получим вместе с (2.5), (2.6) все необходимые данные для определения молекулярных потоков.

Расчеты проводились для  $\gamma = 1.4$  при числах  $M$  от 1 до 8 в различных точках  $r, \varphi$ . Пример расчета для  $M = 5$  приведен в виде графиков на фиг. 2. По оси абсцисс отложена величина  $\log_{10}(R/R_0)$ , по оси ординат — величина  $\Lambda = -\log_{10}(nV_v / 0.25n_* C_*)$ .

Согласно схеме расчета, изложенной выше, можно считать, что результаты расчетов дают приближенную картину распределения молекулярных потоков из струи, истекающей из конического сопла,

причем ось  $X$  направлена по образующей сопла, ось  $x$  по оси потока,  $R_0$  — расстояние от критического сечения до среза сопла,  $M_0$  — число Маха на срезе.

4. Изложенная выше схема расчета не учитывает влияния пограничного слоя на стенках сопла. Влияние это может быть очень значительным, поскольку величина молекулярного потока существенно зависит от числа Маха в каждой точке потока. Если число Маха мало, то рассеяние молекул будет равномерным во все стороны и, в частности, в сторону, противоположную оси потока.



Фиг. 2

При расчете молекулярных потоков с учетом пограничного слоя необходимо принимать во внимание постепенный унос массы из пограничного слоя и считать в соответствии с этим, что эмиттирующая поверхность постепенно углубляется внутрь пограничного слоя. Данные на эмиттирующей поверхности можно сносить на конечную поверхность (продолжение поверхности сопла), что тем более оправдано, чем тоньше пограничный слой, и учитывать таким образом лишь переменность параметров эмиссии. После того как газ, поступающий через пограничный слой, будет унесен, можно пользоваться схемой расчета, изложенной в предыдущих разделах.

Рассмотрим плоско-параллельный пограничный слой толщины  $\delta$  (по порядку величины) и выведем формулу для скорости уменьшения толщины этого слоя. Пусть  $Y_0(X)$  — уравнение кривой, отделяющей зону свободно-молекулярного течения от зоны газодинамического потока. В отсутствие пограничного слоя  $Y_0(X) = 0$ . С единицы поверхности тока при локально-максвелловском распределении молекулярный поток, за счет которого  $Y_0(X)$  изменяется, равен  $1/4 n C(X, Y_0)$ . Составляя уравнение расхода массы через  $Y_0$ , приходим к результату

$$U \frac{dY_0}{dX} = - \frac{1}{4} C \quad (4.1)$$

Если взять  $U, C$  соответствующими профилем пограничного слоя на срезе сопла, то (4.1) даст скорость молекулярного уноса массы из этого пограничного слоя в вакуум.

Уравнение (4.1) должно быть проинтегрировано при условии  $Y_0(0) = 0$ .

Зная  $Y_0(X)$  и зависимости  $n, T, U$  от  $Y$  в пограничном слое, можно воспользоваться формулами для эмиссии с полуплоскости.

Автор благодарен А. А. Никольскому, Ю. Д. Шмыглевскому и Л. Е. Стернину за обсуждение различных вопросов в процессе выполнения работы.

Поступило 30 V 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Keller J. B. On the solution of the Boltzmann equation for rarefied gases. Communications in Pure and Applied Mathematics, 1948, vol. 1, No. 3, p. 275.
2. M o l m u d F. Expansion of rarefied gas cloud into a vacuum. Phys. Fluids, 1960, No. 3, p. 362.
3. З а у э р Р. Течения сжимаемой жидкости. Изд. иностр. лит., 1954.

### АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИЗМАТИЧЕСКИХ ТЕЛ МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ ВБЛИЗИ ЭКРАНА

Г. Е. ХУДЯКОВ (Москва)

Приводятся данные о коэффициентах сопротивления и подъемной силы призматических тел с удлинением  $\lambda = 0.15-1.0$  вблизи экрана. Тела располагались в потоке малой скорости таким образом, что плоскости квадратных оснований тел были параллельны плоскости экрана. Ориентация тел в потоке соответствовала наименьшей площади миделевого сечения. Эксперименты проведены в диапазоне чисел Рейнольдса от  $2 \cdot 10^5$  до  $9 \cdot 10^5$  (характерный линейный размер — сторона основания). Показано, что приближение призматических моделей к экрану, имитирующему землю, приводит к некоторому изменению коэффициента сопротивления и к появлению значительной подъемной силы, отрывающей модель от экрана.

1. Описание методики эксперимента и исследуемых тел. Определение аэродинамических характеристик плохообтекаемых тел призматической формы проводилось в большой аэродинамической трубе. Эта установка представляет собой одноканальную аэродинамическую трубу замкнутого типа с открытой рабочей частью. Форма поперечного сечения выходного сечения сопла — эллипс с размерами  $4000 \times 2330$  мм. Исследование влияния близости земли в опытах осуществлялось при помощи экрана, установленного параллельно оси трубы. Размеры экрана  $\sim 3.8 \times 4.0$  м. Определение аэродинамических характеристик моделей производилось автоматическими шестикомпонентными весами. Модели устанавливались на весах на ленточных подвесках. Схема установки моделей в рабочей части представлена на фиг. 1, на которой: 1 — сопло трубы, 2 — экран, имитирующий землю, 3 — модель призматического тела, 4 — диффузор,  $a$  — сторона квадратного основания моделей,  $H$  — высота моделей (размах),  $h$  — расстояние от плоскости основания модели до плоскости экрана,  $V$  — скорость набегающего потока,  $X$  и  $Y$  — сила лобового сопротивления и подъемная сила модели вблизи экрана.