

ЛАМИНАРНАЯ ТЕПЛОВАЯ КОНВЕКЦИЯ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ ПОЛОСТИ МЕЖДУ ДВУМЯ ДИСКАМИ

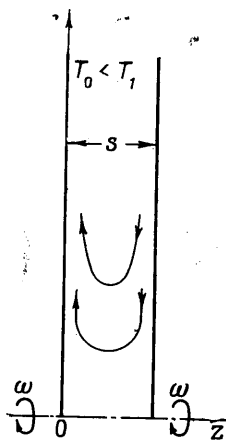
Л. А. ДОРФМАН

(Ленинград)

При решении ряда технических задач необходимо знать, что происходит в замкнутой вращающейся осесимметричной полости, заполненной неравномерно нагретой вязкой жидкостью. Такие полости встречаются, например, в роторах паровых и газовых турбин. Тепловая конвекция в них изучается для определения температурного состояния роторов: в работах [1, 2] приводятся некоторые качественные соображения и количественные оценки для тепловой конвекции в полостях роторов турбин, в работах [3, 4] проводится сугубо приближенный расчет методом интегральных соотношений коэффициентов теплообмена в случае узкой полости между двумя вращающимися дисками, имеющими разную температуру.

Заметим, что эффект тепловой конвекции во вращающейся полости можно использовать в различных технических устройствах, например в аппаратах разделения изотопов [5] и т. п. Приводится решение задачи о ламинарной тепловой конвекции в узкой полости между двумя дисками, вращающимися с одинаковой скоростью и имеющими различные температуры, постоянные по радиусу.

В случае узкой полости можно пренебречь влиянием цилиндрического обода полости на течение в основной части полости (см. [6]), поэтому достаточно решить автомодельную задачу для двух неограниченных дисков.



Фиг. 1

1. Вывод уравнений. Рассмотрим течение вязкой жидкости между двумя вращающимися с одинаковой угловой скоростью ω безграничными дисками (фиг. 1), имеющими разные, постоянные вдоль радиуса температуры T_0 и T_1 ($T_0 < T_1$).

Пренебрегая влиянием давления на плотность, будем рассматривать жидкость несжимаемой, но учитывать ее температурное сжатие, т. е. влияние температуры на плотность.

Среда вблизи более холодного диска, в результате объемного температурного сжатия, является относительно более плотной и поэтому отбрасывается центробежной силой к периферии, вытесняя менее плотные слои у более нагретого диска, где радиальное течение будет устремлено к центру. В результате этого образуется сложное осесимметричное конвективное течение, переносящее тепло от более нагретого диска к менее нагретому.

Учитывая малость осевого размера s полости и изотермичность поверхности дисков, можем в уравнениях движения и энергии пренебречь вязкими и теплопроводными членами, содержащими производные в радиальном направлении, по сравнению с членами, содержащими производные в осевом направлении.

Будем, кроме того, полагать малым температурный критерий

$$(r^2\omega^2) / c_p(T_1 - T_0)$$

Тогда можно пренебречь диссипацией энергии, и система уравнений

движения, неразрывности и энергии примет вид

$$\begin{aligned} v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{v_\varphi^2}{r} &= -\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} + \nu \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2} \\ v_r \frac{\partial v_\varphi}{\partial r} + v_z \frac{\partial v_\varphi}{\partial z} + \frac{v_\varphi v_r}{r} &= \nu \frac{\partial^2 v_\varphi}{\partial z^2} \\ \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} + \frac{\partial v_z}{\partial z} &= 0, \quad \rho c_p v_z \frac{dT}{dz} = \lambda \frac{d^2 T}{dz^2} \end{aligned} \quad (1.1)$$

причем давление становится функцией только одного радиуса, $p = p(r)$, а температура — функцией только z , $T = T(z)$.

Преобразуем член $(1/\rho) dp/dr$ с учетом объемного расширения среды и центробежных сил. При отсутствии градиента температуры ($T = \text{const} \equiv T_0$) система (1.1) имеет тривиальное решение $v_{r0} = v_{z0} \equiv 0$, $v_{\varphi 0} = r\omega$, так что из первого уравнения в (1.1)

$$dp_0/dr = \rho_0 r \omega^2 \quad (1.2)$$

В случае неравномерной температуры $T = T_0 + T'$, $p = p_0 + p'$, $\rho = \rho_0 + \rho'$, и с точностью до малых первого порядка

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{dp}{\rho_0(1 + \rho'/\rho_0)dr} = \left\langle 1 - \frac{\rho'}{\rho_0} \right\rangle \frac{d(p_0 + p')}{\rho_0 dr} = \frac{1}{\rho_0} \frac{dp}{dr} - \frac{\rho'}{\rho_0^2} \frac{dp_0}{dr}$$

По определению коэффициента объемного расширения β среды

$$\rho' = -\rho_0 \beta T'$$

Поэтому окончательно с учетом (1.2) находим

$$\frac{1}{\rho} \frac{dp}{dr} = \frac{1}{\rho_0} \frac{dp}{dr} + r\omega^2 \beta (T - T_0) \quad (1.3)$$

Заметим, что эти преобразования аналогичны тем, которые проводятся в случае естественной (свободной) конвекции, возникающей в поле силы тяжести [7]. С учетом формулы (1.3) рассматриваемая задача оказывается автомодельной. Действительно, если ввести функцию тока Ψ , так что

$$v_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r}, \quad v_r = -\frac{1}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad (1.4)$$

функции $f(\zeta)$, $g(\zeta)$, $\theta(\zeta)$ и параметр давления E , так что

$$\begin{aligned} \Psi &= \omega s r^2 f(\zeta), \quad v_\varphi = r\omega g(\zeta), \quad \theta = (T - T_0) : (T_1 - T_0) \\ E &= p / (\rho_0 r^2 \omega^2), \quad \zeta = z/s \end{aligned} \quad (1.5)$$

то из (1.1) получим следующую систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} R^{-1} f''' - 2ff'' + (f')^2 - g^2 + 2E + \chi\theta &= 0 \\ R^{-1} g'' + 2f'g - 2fg' &= 0, \quad R^{-1} \theta'' - 2Pf\theta' = 0 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} \chi &= \beta(T_1 - T_0), \quad P = \mu c_p / \lambda \text{ (число Прандтля)} \\ R &= s^2 \omega / \nu \text{ (число Рейнольдса)} \end{aligned}$$

Краевыми условиями задачи будут:

$$\begin{aligned} f(0) = f(1) = f'(0) = f'(1) = 0, \quad g(0) = g(1) = 1, \quad \theta(0) = 0 \\ \theta(1) = 1 \end{aligned} \quad (1.7)$$

2. Решение для малого χ . Для полостей роторов паровых и газовых турбин (для газа $\beta = 1/T_0$) величина $\chi = (T_1 - T_0)/T_0$ мала и представляется возможным линеаризовать задачу.

Решение для малого χ разыскивается в виде:

$$f = \chi\varphi, \quad g = 1 + \chi\psi, \quad E = \frac{1}{2} + \chi e, \quad \theta = \zeta + \chi\vartheta \quad (2.1)$$

где слагаемые без χ отвечают тривиальному решению для $\chi = 0$. Подставив в (1.6), получим после отбрасывания членов с χ^2 линейную систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$R^{-1}\varphi''' - 2\psi + 2e + \zeta = 0, \quad R^{-1}\psi'' + 2\varphi' = 0, \quad R^{-1}\vartheta'' - 2P\varphi = 0 \quad (2.2)$$

с краевыми условиями

$$\varphi(0) = \varphi(1) = \varphi'(0) = \varphi'(1) = \psi(0) = \psi(1) = \vartheta(0) = \vartheta(1) = 0 \quad (2.3)$$

Заметим, что в системе (2.2) в отличие от (1.6) первые два уравнения уже независимы от третьего. Они дают линейное уравнение четвертого порядка

$$\psi^{IV} + 4R^2\psi = 2R^2(2e + \zeta) \quad (2.4)$$

Как нетрудно заметить, общим решением его является

$$\psi = e + \frac{1}{2}\zeta + a \operatorname{ch} \sqrt{R}\zeta \cos \sqrt{R}\zeta + b \operatorname{ch} \sqrt{R}\zeta \sin \sqrt{R}\zeta + \\ + c \operatorname{sh} \sqrt{R}\zeta \cos \sqrt{R}\zeta + d \operatorname{sh} \sqrt{R}\zeta \sin \sqrt{R}\zeta \quad (2.5)$$

Удовлетворяя краевым условиям (2.3), находим значения констант a, b, c, d, e :

$$a = -e = \frac{1}{4}, \quad b = \frac{1}{4} \frac{\sin \sqrt{R}}{\cos \sqrt{R} - \operatorname{ch} \sqrt{R}}, \quad c = \frac{1}{4} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{R}}{\cos \sqrt{R} - \operatorname{ch} \sqrt{R}}, \quad d = 0 \quad (2.6)$$

Определив φ и ψ , можем решить последнее уравнение для ϑ с привлечением последних краевых условий из (2.3).

Окончательные выражения для функций $\varphi, \varphi', \psi, \vartheta$ имеют вид:

$$\varphi = \frac{1}{8\sqrt{R}(\operatorname{ch} \sqrt{R} - \cos \sqrt{R})} \{ \operatorname{ch} \sqrt{R}\zeta \sin \sqrt{R}(1-\zeta) + \operatorname{sh} \sqrt{R}\zeta \cos \sqrt{R}(1-\zeta) + \\ + \sin \sqrt{R}\zeta \operatorname{ch} \sqrt{R}(1-\zeta) + \cos \sqrt{R}\zeta \operatorname{sh} \sqrt{R}(1-\zeta) - (\sin \sqrt{R} + \operatorname{sh} \sqrt{R}) \} \\ \varphi' = \frac{1}{4(\operatorname{ch} \sqrt{R} - \cos \sqrt{R})} [\operatorname{sh} \sqrt{R}\zeta \sin \sqrt{R}(1-\zeta) - \sin \sqrt{R}\zeta \operatorname{sh} \sqrt{R}(1-\zeta)] \\ \psi = \frac{1}{2} \left(\zeta - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{4(\operatorname{ch} \sqrt{R} - \cos \sqrt{R})} [\cos \sqrt{R}\zeta \operatorname{ch} \sqrt{R}(1-\zeta) - \\ - \operatorname{ch} \sqrt{R}\zeta \cos \sqrt{R}(1-\zeta)] \\ \vartheta = \frac{P}{8\sqrt{R}(\operatorname{ch} \sqrt{R} - \cos \sqrt{R})} \{ \sin \sqrt{R} - \operatorname{sh} \sqrt{R} + (\sin \sqrt{R} + \operatorname{sh} \sqrt{R}) \times \\ \times \zeta(1-\zeta)R + \cos \sqrt{R}\zeta \operatorname{sh} \sqrt{R}(1-\zeta) + \operatorname{sh} \sqrt{R}\zeta \cos \sqrt{R}(1-\zeta) - \\ - \sin \sqrt{R}\zeta \operatorname{ch} \sqrt{R}(1-\zeta) - \operatorname{ch} \sqrt{R}\zeta \sin \sqrt{R}((1-\zeta)) \} \quad (2.7)$$

Коэффициенты трения и теплоотдачи на стенках получаются следующими:

$$\frac{\tau_r(0)}{\rho r \nu^{1/2} \omega^{3/2}} \equiv \tau_r^\circ(0) = \tau_r^\circ(s) = \frac{1}{4} \chi \frac{\operatorname{sh} \sqrt{R} - \sin \sqrt{R}}{\operatorname{ch} \sqrt{R} - \cos \sqrt{R}}$$

$$\frac{\tau_\varphi(0)}{\rho r \nu^{1/2} \omega^{3/2}} \equiv \tau_\varphi^\circ(0) = \tau_\varphi^\circ(s) = \left(\frac{1}{2\sqrt{R}} - \frac{1}{4} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{R} + \sin \sqrt{R}}{\operatorname{ch} \sqrt{R} - \cos \sqrt{R}} \right) \chi \quad (2.8)$$

$$N(0) \equiv \frac{q_0 s}{(T_1 - T_0) \lambda} = \sqrt{R} \left[\frac{1}{\sqrt{R}} + \frac{1}{8} P \chi \left(\frac{\operatorname{sh} \sqrt{R} + \sin \sqrt{R}}{\operatorname{ch} \sqrt{R} - \cos \sqrt{R}} - \frac{2}{\sqrt{R}} \right) \right]$$

$$N(s) \equiv \frac{q_s s}{(T_1 - T_0) \lambda} = \sqrt{R} \left[\frac{1}{\sqrt{R}} + \frac{1}{8} P \chi \left(\frac{2}{\sqrt{R}} - \frac{\operatorname{sh} \sqrt{R} + \sin \sqrt{R}}{\operatorname{ch} \sqrt{R} - \cos \sqrt{R}} \right) \right]$$

Здесь N — число Нуссельта.

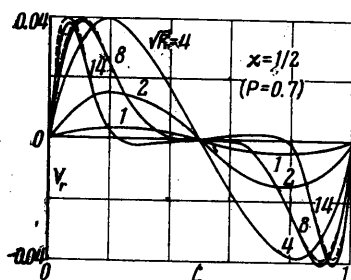
Заметим, что при больших числах Рейнольдса отсюда получаются следующие асимптотические выражения:

$$\tau_r^\circ(0) = \tau_r^\circ(s) \sim \frac{1}{4} \chi. \quad (2.9)$$

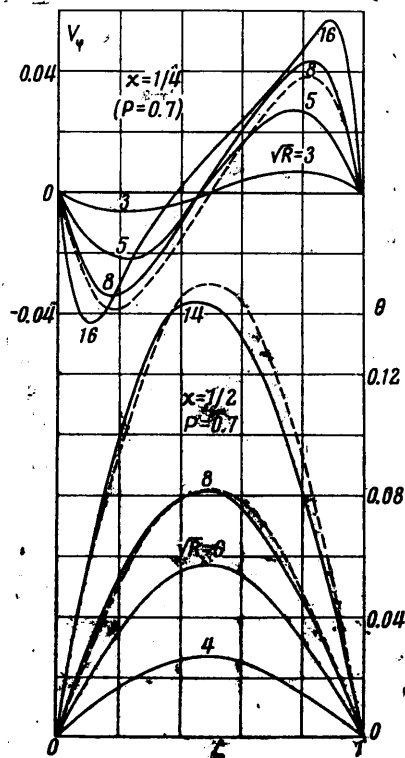
$$\tau_\varphi^\circ(0) = \tau_\varphi^\circ(s) \sim \left(\frac{1}{2\sqrt{R}} - \frac{1}{4} \right) \chi$$

$$N(0) \sim \sqrt{R} \left[\frac{1}{\sqrt{R}} + \frac{1}{8} P \chi \left(1 - \frac{2}{\sqrt{R}} \right) \right]$$

$$N(s) \sim \sqrt{R} \left[\frac{1}{\sqrt{R}} + \frac{1}{8} P \chi \left(\frac{2}{\sqrt{R}} - 1 \right) \right]$$



Фиг. 2



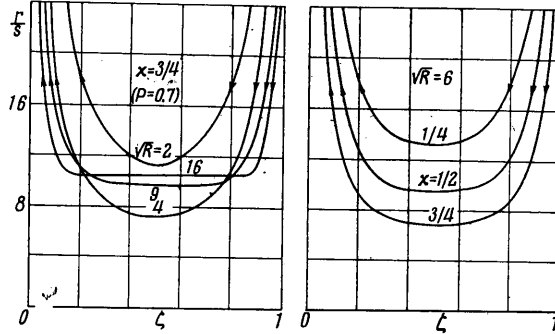
Фиг. 3

С другой стороны, при малых \sqrt{R}

$$\tau_r^\circ(0) = \tau_r^\circ(s) \sim \frac{1}{12} \chi \sqrt{R}, \quad \tau_\varphi^\circ(0) = \tau_\varphi^\circ(s) \sim -\frac{1}{360} \chi R^{3/4}$$

$$N(0) \sim 1 + \frac{1}{720} P \chi R^2, \quad N(s) \sim 1 - \frac{1}{720} P \chi R^2 \quad (2.10)$$

3. Численное решение при произвольном χ и обсуждение результатов. Для выявления пределов применимости решения (2.7) было проведено численное решение нелинейной краевой задачи (1.6), (1.7) при помощи ЭЦВМ. Краевая задача решалась путем сведения к начальной с вариацией недостающих начальных условий (в первом приближении они выбирались по линеаризованному решению). Использовалась модификация Мерсона метода Рунге — Кутты с автоматическим выбором ша-



Фиг. 4

га [°] при точности на каждом шаге $\varepsilon = 10^{-5} \div 10^{-7}$. Однако с увеличением \sqrt{R} использование такого метода «стрельбы» становилось неудовлетворительным. Поэтому было проведено растяжение интервала интегрирования в \sqrt{R} раз (как в [9]) и, во-вторых, интервал интегрирования разбивался на две половины и «стрельба» велась с двух концов к середине интервала, где требовалось выполнение условий срацивания.

На фиг. 2 и 3 приведены распределения в полости между двумя вращающимися дисками приращений скоростей и температур по отношению к тривиальному решению ($\chi = 0$), т. е. величины

$$\frac{v_r}{r\omega}, \quad \frac{v_\varphi - r\omega}{r\omega}, \quad \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} - \frac{z}{s}$$

для некоторых значений χ при вариации \sqrt{R} (число Прандтля взято для воздуха $P = 0.7$). Радиальные составляющие скорости $v_r / r\omega$ возрастают с ростом \sqrt{R} только

Таблица I

Значения E ($P = 0.7$)

\sqrt{R}	$\chi = 0.1$	$\chi = 0.25$	$\chi = 0.50$	$\chi = 0.75$
1	0.4750	0.4375	0.3750	0.3125
3	0.4749	0.4370	0.3731	0.3082
5	0.4751	0.4382	0.3777	0.3180
7	0.4753	0.4393	0.3820	0.3270
9	0.4753	0.4397	0.3833	0.3299
11	0.4754	0.4400	0.3843	0.3319
13	0.4754	0.4402	0.3851	0.3333
15	0.4755	0.4403	0.3856	0.3342
(По 2.6)	0.4750	0.4375	0.3750	0.3125

до некоторых значений \sqrt{R} , а затем их максимальные значения стабилизируются, зоны ненулевых v_r сужаются и приближаются к стенкам, т. е. v_r у стенок имеет характер пограничного слоя. Даже для достаточно большого $\chi = 0.5$ линеаризованное решение для $V_r = v_r / r\omega$ (показано пунктиром на фиг. 2) очень близко к полному. Несколько иначе ведет себя приращение окружной составляющей скорости:

с ростом \sqrt{R} их максимальные значения продолжают возрастать, все более нарушая симметрию (косую) относительно середины полости, которая лучше соблюдается для v_r . Распределение $(v_\varphi - r\omega) / r\omega$ уже не имеет столь выраженного как у $V_r = v_r / r\omega$ характера пограничного слоя. Линеаризованное решение для него хуже согласуется с полным, чем $v_r / r\omega$: уже для $\chi = 0.25$ и $\sqrt{R} = 8$ имеется заметное различие между полным и линеаризованным решениями (последнее показано пунктиром на фиг. 3).

Известно [10], что радиальные течения от центра снижают закрутку потока и, наоборот, течения к центру увеличивают ее. Поэтому, согласно с тем, что у холодной стенки радиальное течение направлено от центра, здесь приращение окружной скорости отрицательно. Напротив, у горячей стенки, где радиальное течение направлено к центру, приращение окружной скорости положительно.

С ростом \sqrt{R} увеличивается приращение температуры и нарушается его симметрия относительно середины полости (фиг. 3). Тем не менее для достаточно большого значения $\chi = 0.5$ различие между линеаризованным (обладающим симметрией) и полным решением незначительно (но с ростом \sqrt{R} это различие увеличивается). Все это отражается на коэффициентах давления E (табл. 1), трения и теплоотдачи (табл. 2). С ростом \sqrt{R} и χ наиболее отклоняются от линеаризованного решения значения безразмерной окружной составляющей поверхностного трения τ_φ° , лучше всего согласуются с линеаризованными значения коэффициентов теплоотдачи. В частно-

Таблица 2

Значения коэффициентов ($P = 0.7$)

\sqrt{R}	$\chi = 0.1$	$\chi = 0.25$	$\chi = 0.5$	$\chi = 0.75$	$\chi = 0.1$	$\chi = 0.25$	$\chi = 0.5$	$\chi = 0.75$	по (2.8)
	10 τ_r° (0)				10 τ_r° (s)				$\frac{10}{\chi} \tau_r^\circ$ (0)
1	0.0832	0.2080	0.416	0.624	0.0832	0.208	0.416	0.624	0.832
3	0.2238	0.5613	1.128	1.701	0.2228	0.5552	1.104	1.647	2.233
5	0.2535	0.6307	1.250	1.856	0.2548	0.6393	1.285	1.933	2.542
7	0.2476	0.6095	1.188	1.740	0.2545	0.6397	1.304	1.986	2.500
9	0.2469	0.6060	1.176	1.718	0.2529	0.6427	1.316	2.009	2.499
11	0.2466	0.6037	1.168	1.701	0.2534	0.6455	1.326	2.029	2.500
13	0.2463	0.6018	1.161	1.689	0.2537	0.6474	1.333	2.042	2.500
15	0.2460	0.6004	1.156	1.680	0.2539	0.6488	1.338	2.050	2.500
	-10 τ_φ° (0)				-10 τ_φ° (s)				$-\frac{10}{\chi} \tau_\varphi^\circ$ (0)
1	0.0028	0.0069	0.0138	0.0207	0.0028	0.0069	0.0138	0.0208	0.028
3	0.0625	0.1544	0.3025	0.0444	0.0635	0.1606	0.3273	0.500	0.630
5	0.1438	0.3446	0.6392	0.0885	0.1515	0.3929	0.8301	1.305	1.477
7	0.1733	0.4105	0.7157	1.011	0.1850	0.4832	1.028	1.619	1.792
9	0.1877	0.4436	0.8021	1.082	0.2009	0.5251	1.116	0.752	1.944
11	0.1973	0.4654	0.8382	1.126	0.2115	0.5529	1.174	1.838	2.045
13	0.2039	0.4804	0.8623	1.154	0.2188	0.5721	1.213	1.895	2.115
15	0.2088	0.4912	0.8794	1.173	0.2242	0.5860	1.241	1.933	2.167
	100 [$\theta'(0) - R^{-1/2}$]				100 [$R^{-1/2} - \theta'(s)$]				$\frac{100}{\chi} [\theta'(0) - R^{-1/2}]$ по (2.8)
1	0.0097	0.0241	0.048	0.073	0.0097	0.0243	0.048	0.073	0.097
3	0.2210	0.5539	1.112	1.675	0.2201	0.5488	1.092	1.630	2.205
5	0.5196	1.397	2.630	3.950	0.5139	1.272	2.491	3.644	5.169
7	0.6322	1.594	3.204	4.793	0.6213	1.526	2.946	4.218	6.273
9	0.6889	1.747	3.539	5.318	0.6705	1.633	3.095	4.358	6.804
11	0.7286	1.861	3.803	5.749	0.7015	1.692	3.152	4.358	7.159
13	0.7576	1.948	4.017	6.109	0.7212	1.723	3.154	4.281	7.404
15	0.7801	2.020	4.203	6.422	0.7343	1.737	3.123	4.160	7.583

сти, для полостей в роторах тепловых турбин, когда величина χ может достигать лишь до $\chi = 0.25$, а \sqrt{R} — до 50, можно использовать выражения (2.8). Для больших

\sqrt{R} асимптотические выражения (2.9) дают величины, средние между значениями на обеих стенках.

Заметим, что до $\chi = 0.75$ характеристики течения и теплообмена слабо отклоняются от линейной зависимости относительно χ . При этом число Прандтля P при полном решении влияет на динамику течения и в особенности на профили температур (табл. 3). Коэффициенты теплообмена и профили температур в пределах $P = 0.3-3$ почти линейно зависят от P . Это особенно четко выражено в линейаризованном решении (2.7) — (2.8).

Поверхности тока конвективного течения для данного \sqrt{R} и χ можно характеризовать построением кривых $\Psi^{\circ} = \Psi / (\omega s)^3 = (r/s)^2 f(\zeta) = 1$. С ростом R поверхности тока прижимаются к стенкам. Вначале они приближаются к оси $r = 0$, а затем, выпрямляясь, отходят от нее (фиг. 4). С ростом χ происходит интенсификация конвективного течения, поверхности тока оттесняются к стенкам и к оси вращения.

Таблица 3

 $(\chi = 0.5, \sqrt{R} = 9)$

P	$\tau_r^{\circ}(0)$	$\tau_r^{\circ}(s)$	$-\tau_{\varphi}^{\circ}(0)$	$-\tau_{\varphi}^{\circ}(s)$	$\theta'(0) - R^{-1/2}$	$R^{-1/2} - \theta'(s)$	E
0.3	0.1131	0.1362	0.08067	0.1124	0.01452	0.01416	0.3882
0.5	0.1154	0.1339	0.08048	0.1121	0.02476	0.02286	0.3858
0.7	0.1176	0.1316	0.08021	0.1116	0.03539	0.03358	0.3833
1.0	0.1209	0.1282	0.07966	0.1106	0.05194	0.04192	0.3797
1.5	0.1260	0.1224	0.07843	0.1084	0.08054	0.05821	0.3737
3.0	0.1381	0.1069	0.07343	0.0996	0.1664	0.08532	0.3577

В заключение выражаю благодарность А. З. Серазетдинову и В. Л. Карасевой за проведение расчетов на ЭЦВМ.

Поступило 22 V 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Аркадьев Б. А. О свободной тепловой конвекции в полости турбин. *Инж.-физ. ж.*, 1965, т. 9, № 1.
2. Аркадьев Б. А., Шатровская Г. Н. Расчет с помощью ЭЦВМ свободно-конвективного теплопереноса в полостях турбин. *Теплоэнергетика*, 1966, № 8.
3. Капинос В. М. Теплообмен естественной конвекцией в замкнутой полости между двумя дисками в поле центробежных сил при ламинарном режиме течения. *Изв. высш. учебн. завед., Авиационная техника*, 1966, № 4.
4. Капинос В. М. Конвективный теплообмен в замкнутой полости между двумя вращающимися дисками при турбулентном режиме течения. *Изв. ВУЗ'ов, Авиационная техника*, 1966, № 1.
5. Константинов Б. П., Костоусов Л. С. Расчет многоступенчатой термодиффузии в поле сил вращения. *Инж.-физ. ж.*, 1966, т. 11, № 4.
6. Дорфман Л. А., Романенко Ю. Б. Течение вязкой жидкости в цилиндрическом сосуде с вращающейся крышкой. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1966, № 5.
7. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Механика сплошных сред*. Гостехиздат, 1954.
8. Ланс Дж. Н. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин. *Изд. иностр. лит.*, 1962.
9. Дорфман Л. А. Течение вязкой жидкости между неподвижным и обдуваемым вращающимся дисками. *Изв. АН СССР, МЖГ*, 1966, № 2.
10. Седач В. С. Кинематика потока воздуха, охлаждающего газотурбинный диск. *Тр. Харьковск. политехн. ин-та*, 1957, т. 24, вып. 6.