

В заключение приведем (фиг. 7) фотографии диффузионного газового факела, образованного при истечении в воздух струи холодного газа пропан-бутана. На левом снимке изображен факел при выключенном турбулизаторе ($S = 0$), на правом — при включенном ($S \approx 0.18$, $n = 410$ гц) и том же расходе газа ($u_0 \approx 20$ м/сек).

Из фотографий и визуальных наблюдений отчетливо видна резкая интенсификация горения при включенном турбулизаторе — пламя при этом становится заметно шире (особенно в начальном участке) и ярче, вся видимая часть факела становится заметно короче. Интенсивность диффузионного факела определяется смешением топлива (газа) и воздуха, поэтому наблюдение лишней раз подтверждает возможность управления свойствами струи и повышения интенсивности процессов переноса в свободных турбулентных струях (а также исследования течения) при помощи предложенного типа турбулизатора.

Поступило 16 VI 1967

ЛИТЕРАТУРА

- 1 Вулис Л. А., Михасенко Ю. И., Хитриков В. А. Об эффективном управлении распространением свободной турбулентной струи. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, вып. 6.
- 2 Вулис Л. А., Кашкаров В. П. Теория струй вязкой жидкости. Изд-во «Наука», Москва, 1965.
- 3 Вулис Л. А., Карелин В. Е., Устименко Б. П. Распространение турбулентной газовой струи в спутном потоке. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 3.

ВОЛНОВОЕ ПОЛЕ НАПРАВЛЕННОГО ВЗРЫВА

И. М. ЛЮБОШИЦ (Москва)

Рассматривается подводный взрыв газа в открытом снизу цилиндрическом баллоне. Поле давления в воде представляет собой тороидальную волну сжатия с постепенным нарастанием давления за фронтом волны. В линейном приближении скачок давления имеет место только под цилиндром с газом. Заполнение нижней части цилиндра водой изменяет профиль волны сжатия.

Полученные результаты могут быть использованы в морской сейсморазведке при разработке источников возбуждения упругих колебаний, безопасных для рыбного хозяйства, во взрывной очистке фильтров в водных скважинах и т. д.

1. Одномерная ударная волна в воде при газовой детонации. Амплитуда детонационной волны в газе в несколько тысяч раз меньше, чем в конденсированном ВВ. Например [1], у стехиометрической смеси пропана с кислородом плотность $\rho = 1.52 \cdot 10^{-3}$ г/см³ при $p_0 = 1$ атм, постоянная изэнтропии $\gamma = 1.24$, скорость детонации $D = 2.3$ км/сек, а детонационное давление

$$p_d = \frac{\rho D^2 + p_0}{\gamma + 1} = 36 \text{ атм}$$

При отражении детонационной волны от воды энтропия продуктов детонации (ПД) возрастает [2] менее чем на 8%. В изэнтропическом приближении

$$c_1 + \frac{1}{2}(\gamma - 1)u_1 = c_d + \frac{1}{2}(\gamma - 1)u_d; \quad u_d = \frac{D}{\gamma + 1} c_d = \frac{\gamma D}{\gamma + 1} \quad (1.1)$$

Здесь u_1 и c_1 — начальные значения скорости и скорости звука в ПД после отражения, а u_d и c_d — массовая скорость и скорость звука на детонационном фронте

$$c_1 = \frac{3\gamma - 1}{2(\gamma + 1)} D \left[1 - \frac{\gamma^2 - 1}{3\gamma - 1} \frac{u_1}{D} \right] \quad (1.2)$$

$$p_1 = p_d \left(\frac{c_1}{c_d} \right)^x = p_d \left(\frac{3\gamma - 1}{2\gamma} \right)^x \left[1 - \frac{\gamma^2 - 1}{3\gamma - 1} \frac{u_1}{D} \right]^x \quad \left(x = \frac{2\gamma}{\gamma - 1} \right)$$

Начальное давление на границе раздела ПД — вода p_1 связано с ее начальной скоростью u_1 условием динамической совместности на фронте ударной волны в воде

$$p_1 - p_0 = \rho_0 N_1 u \quad (1.3)$$

Согласно теории «коротких волн» [3], скорость фронта слабой ударной волны N , скорость звука a и избыточное давление $p - p_0$ линейно зависят от массовой скорости u

$$N = a_0 \left(1 + \frac{n+1}{4} \frac{u}{a_0} \right), \quad a = a_0 \left(1 + \frac{n-1}{2} \frac{u}{a_0} \right), \quad p - p_0 = \rho_0 a_0 u \quad (1.4)$$

Здесь $a_0 = 1.46$ км/сек, $\rho_0 \approx 1$ г/см³ — скорость звука и плотность в воде перед фронтом при гидростатическом давлении p_0 порядка 1 атм, $n = 7.15$. Учитывая, что $u_1/D \ll 1$, получаем из (1.2) и (1.4)

$$q = \frac{p_1}{p_0} = \left(\frac{3\gamma - 1}{2\gamma} \right)^* \left[1 - \frac{2\gamma(\gamma + 1)}{3\gamma - 1} \frac{u_1}{D} \right] \quad (1.5)$$

$$\frac{u_1}{D} = \frac{q(\rho D^2 + p_0) - (\gamma + 1)p_0}{\rho_0 a_0 D(\gamma + 1)} \approx \frac{q}{\gamma + 1} \frac{\rho D}{\rho_0 a_0} = \frac{qR}{\gamma + 1}$$

При $R \neq 0$

$$q = q_0 \left(1 + \frac{2\gamma}{3\gamma - 1} q_0 R \right)^{-1}, \quad q_0 = \left(\frac{3\gamma - 1}{2\gamma} \right)^* \quad (1.6)$$

При отражении от абсолютно жесткой стенки $u_1 = 0$

$$q = q_0 = \left(\frac{3\gamma - 1}{2\gamma} \right)^* = \begin{cases} 2.72 & (\gamma = 1.0) \\ 2.60 & (\gamma = 1.24) \\ 2.37 & (\gamma = 3.0) \end{cases} \quad (1.7)$$

Для стехиометрической смеси пропана с кислородом $R = 1.52 \cdot 2.3/1460 = 0.0024$ при $p_0 = 1$ атм. По формулам (1.5)–(1.7) определяются начальные параметры ударных волн в воде и ПД:

$$q = 2.59, \quad p_1 = 93 \text{ атм}, \quad u_1/D = 2.77 \cdot 10^{-3}, \quad u_1 = 6.35 \text{ м/сек} \quad (1.8)$$

На поверхности воды давление падает, как при отражении детонационной волны от жесткого полупространства [2]

$$p = p_1 \left(\frac{l + D\tau_1}{Dt + D\tau_1} \right)^{k_1}, \quad t \geq \frac{l}{D} \quad (1.9)$$

Здесь l — расстояние от сечения детонации до поверхности воды; константы τ_1 и k_1 приводим для некоторых значений γ

$\gamma = 3$	1.67	1.4	1.28	1.0
$k_1 = 3$	2	1.8	1.58	1.0
$D\tau_1/l = 0$	-0.33	-0.41	-0.49	-0.7
$D\theta/l = 0.40$	0.43	0.44	0.45	0.52

В последней строке приведены постоянные времени экспоненты $p = p_1 \exp(-t/\theta)$, аппроксимирующей зависимость (1.9) при разных γ (время отсчитывается от начала отражения). Скорость поверхности падает экспоненциально, пока давление много больше p_0

$$u_+ = u_1 \exp \frac{-t_+}{\theta}, \quad t_+ = \theta \ln \frac{u_1}{u_+}, \quad x_+ = (u_1 - u_+) \theta \quad (1.10)$$

Течение идеальной жидкости за фронтом слабой ударной волны можно считать изэнтропическим, так как скачок энтропии на фронте является величиной третьего порядка малости. Параметры жидкости на фронте ударной волны — это параметры характеристики, достигшей фронта в данный момент. Уравнение характеристик имеет вид

$$x = \left(a_0 + \frac{n+1}{2} u \right) \left(t - \theta \ln \frac{u_1}{u} \right) + (u_1 - u) \theta \quad (1.11)$$

Фронт ударной волны не является характеристикой; согласно (1.4) он движется со скоростью

$$dx/dt = 1/2(a + u + a_0) = a_0 + 1/4(n+1)u$$

Дифференцируя (1.11) по времени вдоль фронта, получаем с учетом (1.4) уравнение

$$\frac{dt}{du} + 2 \frac{t}{u} = -\theta \left[\frac{4}{n+1} \frac{a_0}{u^2} + \frac{2}{u} \frac{n-1}{n+1} - \frac{2}{u} \ln \frac{u_1}{u} \right] \quad (1.12)$$

Решение этого уравнения $t = t(u)$ позволяет затем определить из (1.11) $x = x(u)$, в результате получаем

$$\begin{aligned} \frac{t}{\theta} &= \left(\frac{u_1}{u} \right)^2 \frac{4a_0}{u_1(n+1)} \left(1 + \frac{(n-3)u_1}{8a_0} \right) - \frac{4a_0}{u(n+1)} - \frac{n-3}{2(n+1)} + \ln \frac{u_1}{u} \\ \frac{x}{l} &= 0.46 \frac{a_0 + \frac{1}{2}u(n+1)}{D} \left[\left(\frac{u_1}{u} \right)^2 \frac{4a_0}{u_1(n+1)} \left(1 + \frac{(n-3)u_1}{8a_0} \right) - \right. \\ &\quad \left. - \frac{4a_0}{u(n+1)} - \frac{n-3}{2(n+1)} \right] + 0.46 \frac{u_1 - u}{D} \end{aligned} \quad (1.13)$$

При $n \approx 7$, $a_0|u_1| > 100$ из первого уравнения (1.13) после упрощений получаем

$$u = 2u_1 \left[1 + \left(1 + \frac{8u_1 t}{a_0 \theta} \right)^{1/2} \right]^{-1} \quad (1.14)$$

Амплитуда ударной волны уменьшается вдвое за время $\theta a_0 / u_1$.

Если детонация начинается от жесткой стенки, то давление на поверхности воды падает только до величины несколько меньшей, чем давление у жесткой стенки

$$p_2 = \left(\frac{\gamma + 1}{2\gamma} \right)^* p_d \approx \frac{p_1}{7.3} \quad (\gamma \rightarrow 1)$$

и остается постоянным до прихода ударной волны в ПД, отразившейся от жесткой стенки, затем скачком возрастает примерно до $0.4 p_1$, опять падает приблизительно до p_2 и т. д. Расчеты показывают, что интервал времени между ударными волнами не менее $3l/D$.

2. Излучение ударной волны из жесткого цилиндра. Детонация столба газа высотой l в неподвижно закрепленной под водой трубе диаметра d начинается от верхнего жесткого торца. Нижняя часть трубы заполнена водой до уровня s над отверстием трубы. «Водяная пробка» не ослабляет плоской ударной волны, если s порядка $\theta a_0 = 0.3l$.

Рассмотрим в линейном приближении без учета массовых сил выход плоской ударной волны из круглого волновода с абсолютно жесткими и бесконечно тонкими стенками на примере элементарной волны, равной единице позади фронта и нулю перед ним. Плоскую волну любой формы можно представить в виде интеграла Дюамеля по элементарным волнам [4].

Пусть фронт плоской ударной волны приходит к отверстию трубы в момент $t = 0$. На нижней кромке трубы одномерность движения нарушается; волна огибает отверстие волновода. Из принципа Ферма следует, что возмущение, вызванное нижней кромкой трубы, сосредоточено внутри тора радиуса $R = a_0 t$. Поле излучения волновода состоит:

из области одномерного движения ($p = 1$)

$$a_0 t \leq R \leq \sqrt{a_0^2 t^2 + 0.25d^2}, \quad \beta > \pi \quad (2.1)$$

области дифракции $p = p(t, R, \beta, d)$

$$a_0 t > R, \quad 0 \leq \beta \leq 2\pi \quad (2.2)$$

Дифракционная волна является волной сжатия в тени падающей ударной волны ($\beta < \pi$) и волной разрежения за плоским ударным фронтом ($\beta > \pi$). Картина дифракции первоначально ($a_0 t \ll d$) не зависит от линейного размера d , т. е. увеличивается в линейных размерах, сохраняя подобие самой себе, как при дифракции плоской волны от прямолинейного края полуплоскости

$$p = p(a_0 t / R, \beta) \quad (2.3)$$

Из первоначально автомодельного характера дифракционного поля следует, что давление на волновом фронте, где $a_0 t / R = 1$, не зависит от времени. Скачок сжатия (разрежения) равен нулю, так как разрыв на цилиндрическом фронте не может быть постоянным

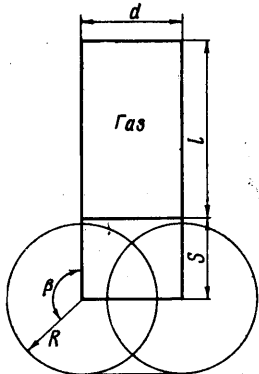
$$p = 0 \quad (0 \leq \beta \leq \pi), \quad p = 1 \quad (\pi < \beta \leq 2\pi) \quad (2.4)$$

На жесткой стенке

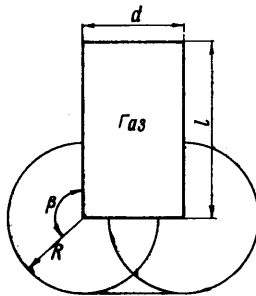
$$\partial p / \partial \beta = 0 \quad (2.5)$$

Условие неразрывности на дифракционном фронте сохраняется при последующем разворачивании тороидальной волны из цилиндрической ($a_0 t \ll d$) в сферическую ($a_0 t \gg d$). Очевидно, что оно справедливо и для ударной волны конечной длительности $\theta = 0.3l/a_0$.

Дифракционная волна сама дифрагирует на нижней кромке трубы с образованием вторичной волны дифракции ($a_0 t \geq d$) и отражается от ПД ($a_0 t \geq s$) в виде волны сжатия, которая, как и вторичная волна, в свою очередь дифрагирует, отражается и т. д. Картина волнового поля упрощается в предельном режиме излучения $s = 0$,



Фиг. 1



Фиг. 2

когда отраженная и последующие волны возникают одновременно с основной дифракционной волной. Профиль волны в тени круче, а за плоским фронтом положе, чем в чисто дифракционном режиме $s > \min(d, a_0 \theta)$. Оценку сверху волнового поля можно получить, полагая, что давление на нижнем срезе трубы изменяется дифракцией, так как граница с ПД является свободной поверхностью воды ($R < 0.003$).

В обоих случаях можно ожидать на самом деле возникновения новой слабой ударной волны вблизи границы тени ($\beta \approx \pi$). С другой стороны, дифракционная волна разрежения догонит со временем плоский фронт под трубой, что вызовет резкое падение его амплитуды из-за одновременного действия диссипации энергии и дифракции.

Отвлекаясь от нелинейных эффектов, рассмотрим излучение из открытого конца плоского волновода шириной d . Дифракционное поле заключено в двух параллельных цилиндрах, которые расходятся от прямолинейных краев жестких полуплоскостей, образующих волновод (фиг. 1 и 2). Давление внутри цилиндра дифракции находится путем сведения волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = a_0^2 \left(\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial p}{\partial R} + \frac{\partial^2 p}{\partial \beta^2} \frac{1}{R^2} \right) \quad (2.6)$$

к двумерному уравнению Лапласа [6]

$$\frac{\partial^2 p}{\partial \alpha^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial \beta^2} = 0 \quad \left(\operatorname{ch} \alpha = \frac{a_0 t}{R} \right) \quad (2.7)$$

3. Дифракционные формулы. Различие режимов излучения из плоского волновода сводится к различию в граничных условиях смешанной задачи для уравнения Лапласа в плоскости $\zeta = \alpha + i\beta$.

При дифракции без отражения от ПД гармоническая функция находится в полуполосе $\alpha \geq 0, 0 \leq \beta \leq 2\pi$ при смешанных граничных условиях

$$p = 0 \quad (\alpha = 0, 0 \leq \beta \leq \pi), \quad p = 1, \quad (\alpha = 0, \pi < \beta \leq 2\pi), \\ \partial p / \partial \beta = 0 \quad (\alpha \geq 0, \beta = 0, 2\pi) \quad (3.1)$$

Если $s = 0$, то решение будет найдено в полуполосе $\alpha \geq 0, 0 \leq \beta \leq 3/2\pi$ при смешанных граничных условиях

$$p = 0 \quad (\alpha = 0, 0 \leq \beta \leq \pi), \quad p = 1 \quad (\alpha = 0, \pi < \beta \leq 3/2\pi; \alpha \geq 0, \beta = 3/2\pi), \\ \partial p / \partial \beta = 0 \quad (\alpha \geq 0, \beta = 0) \quad (3.2)$$

В обоих случаях смешанная задача сводится к задаче Дирихле благодаря специфике граничных условий $\partial p / \partial \beta = 0$.

В первом случае функция $z_1 = \text{ch } 1/2 \zeta$ отображает полуокладу на полуплоскость $\text{Im } z_1 > 0$. Функция $p(z_1)$ распространяется четно, по принципу симметрии Шварца [4] на внешность отрезка $(-1, +1)$, так как на действительной оси $\partial p / \partial y_1 (|x_1| > 1) = 0$. Воспользуемся функцией $z = x + iy$, отображающей внешность отрезка $(-1, +1)$ на верхнюю полуплоскость

$$z = \left(\frac{1 + z_1}{1 - z_1} \right)^{1/2}, \quad x = \frac{\sin 1/2 \beta}{\text{ch } 1/2 \alpha - \cos 1/2 \beta}, \quad y = \frac{\text{sh } 1/2 \alpha}{\text{ch } 1/2 \alpha - \cos 1/2 \beta} \quad (3.3)$$

Решение задачи Дирихле дается интегралом Пуассона для полуплоскости [4]

$$p(\alpha, \beta) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{y d\sigma}{(x - \sigma)^2 + y^2} = \frac{1}{\pi} \arctg \frac{2y}{x^2 + y^2 - 1} = \frac{1}{\pi} \arctg \frac{\text{sh } 1/2 \alpha}{\cos 1/2 \beta} \quad (3.4)$$

Обозначив через $\xi = t - R/a_0$ время после прихода дифракционного импульса в точку с координатами (R, β) , получаем

$$p(\xi, R, \beta) = \begin{cases} \vartheta_1 & (0 \leq \beta < \pi) \\ 1 - \vartheta_1 & (\pi < \beta \leq 2\pi) \\ 0.5 & (\beta = \pi) \end{cases} \quad \left(\vartheta_1 = \frac{1}{\pi} \arctg \left(\frac{\xi a_0}{R(1 + \cos \beta)} \right)^{1/2} \right) \quad (3.5)$$

Левая и правая дифракционные волны интерферируют. В тени фронт волны от противоположного края отстает на время d/a_0 , если $\beta \leq 1/2\pi$ и время $d(\sin \beta + \cos \beta)/2R/a_0$, если $d/R \ll 1$, $\beta > 1/2\pi$.

К плоскости симметрии фронты подходят одновременно, но с задержкой $(1 + \cos \beta)R/a_0$ относительно плоского скачка. При $d/R \ll 1$ время задержки составляет $\xi_1 = R(1 + \cos \beta)/a_0 \approx d^2/8Ra_0$.

Согласно принципу суперпозиции, получаем эпюру ударной волны в плоскости симметрии

$$p = 1 \quad (-\xi_1 \leq \xi < 0), \quad p = 1 - \frac{2}{\pi} \arctg \left(\frac{8\xi a_0 R}{d^2} \right)^{1/2} = \frac{2}{\pi} \arctg \left(\frac{d^2}{8\xi a_0 R} \right)^{1/2} \quad (\xi \geq 0) \quad (3.6)$$

Во втором случае предварительно распространим четно функцию $p(\alpha, \beta)$ на полуокладу $\alpha \geq 0$, $|\beta| \leq 3/2\pi$. Воспользуемся функцией $z = x + iy$, отображающей полуокладу на верхнюю полуплоскость

$$z = \text{ch}(1/3 \zeta + i/2\pi) = i \text{sh } 1/3 \zeta, \quad x = -\sin 1/3 \beta \text{ch } 1/3 \alpha, \quad y = \cos 1/3 \beta \text{sh } 1/3 \alpha \quad (3.7)$$

$$p(x, y) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{-\sqrt[3]{2}} \frac{y d\sigma}{(x - \sigma)^2 + y^2} + \frac{1}{\pi} \int_{+\sqrt[3]{2}}^{+\infty} \frac{y d\sigma}{(x - \sigma)^2 + y^2} = 1 - \frac{1}{\pi} \arctg \frac{\sqrt[3]{3} y}{x^2 + y^2 + 3/4} \quad (3.8)$$

$$p = \vartheta_2 \quad (\delta \geq 0), \quad p = 1 + \vartheta_2 \quad (\delta < 0) \quad (3.9)$$

$$\vartheta_2 = \frac{1}{\pi} \arctg \frac{\sqrt[3]{3} \cos 1/3 \beta \text{sh } 1/3 \alpha}{\delta}, \quad \delta = 3/4 - (\text{ch } 1/3 \alpha)^2 + (\cos 1/3 \beta)^2$$

Дифракционные волны, накладываясь, понижают давление в плоскости симметрии

$$p = 1 \quad (-\xi_1 \leq \xi < 0), \quad p = 1 + 2\vartheta_2 \approx \frac{2}{\pi} \arctg \frac{(2/\sqrt[3]{3})(\text{sh } 1/3 \alpha)^2 + d/6R}{\text{sh } 1/3 \alpha} \quad (\xi \geq 0) \quad (3.10)$$

Здесь учтено, что

$$(\sin 1/3 \beta)^2 \approx \left(\frac{\sqrt[3]{3}}{2} + \frac{\beta - \pi}{6} \right)^2 \approx \frac{3}{4} \left(1 + \frac{\sqrt[3]{3} d}{9R} \right) \quad \left(\beta \approx \pi, \frac{d}{R} \ll 1 \right)$$

4. Поведение дифракционного импульса вблизи фронта. Дифракционные формулы справедливы в интервале $0 \leq \xi \leq d/a_0$ до прихода вторичной волны. Исследуем дифракционный импульс вблизи его фронта, т. е. когда

$$\xi = t - R/a_0 \ll R/a_0, \quad (\text{sh } 1/3 \alpha)^2 \approx 2\xi a_0/9R$$

При взрыве с большой «водяной пробкой» давление в тени

$$p(\xi, R, \beta) \approx \frac{1}{\pi} \left(\frac{\xi a_0}{R(1 + \cos \beta)} \right)^{1/2} \quad (\beta < \pi) \quad (4.1)$$

При взрыве без «водяной пробки» давление в тени

$$p(\xi, R, \beta) \approx \frac{1}{\pi} \frac{(2/3 \xi a_0 / R)^{1/2} \cos^{1/3} \beta}{(\cos^{1/3} \beta)^2 - 1/4 - 2/9 \xi a_0 / R} \approx \frac{K(\beta)}{\pi} \left(\frac{\xi a_0}{R(1 + \cos \beta)} \right)^{1/2} \quad (4.2)$$

$$K(\beta) = \frac{\sqrt{2/3} (1 + \cos \beta) \cos^{1/3} \beta}{(\cos^{1/3} \beta)^2 - 1/4}, \quad K(0) = 1.6, \quad K(1/2\pi) = 1.4, \quad K(\pi) = 1.0 \quad (4.3)$$

В обоих случаях давление в тени нарастает пропорционально $\xi^{1/2}$; при $s = 0$ профиль волны круче, зато диаграмма направленности излучения несколько сглажена.

В плоскости симметрии под столбом газа, заполняющим весь волновод, давление за ударным фронтом падает медленнее, чем при взрыве с большой «водяной пробкой»

$$p = 1 \quad (-\xi_1 \leq \xi < 0), \quad p \approx \frac{2}{\pi} \arctg \left[\left(\frac{d^2}{8a_0 \xi R} \right)^{1/2} + \left(\frac{8a_0 \xi}{27R} \right)^{1/2} \right] \quad (\xi \geq 0) \quad (4.4)$$

Приводим время ξ_{\min} падения давления до минимума p_{\min} :

$$p_{\min} \approx \frac{2}{\pi} \arctg \left(\frac{16}{27} \right)^{1/4} \left(\frac{d}{R} \right)^{1/2}, \quad \xi_{\min} \approx \left(\frac{27}{64} \right)^{1/2} \frac{d}{a_0} \approx 0.6 \frac{d}{a_0} \quad (4.5)$$

5. Дифракция ударной волны конечной длительности. Дифракционное поле ударной волны конечной длительности есть сумма (интеграл Дюамеля) дифракционных полей от элементарных волн

$$p(\xi, R, \beta) = f(0) h(\xi) - \int_0^{\xi} h(\tau) f'(\xi - \tau) d\tau \quad (5.1)$$

$h(\tau)$ — дифракционное поле от единичного импульса давления; $f(\tau)$ — эюра плоской ударной волны.

При взрыве с большой «водяной пробкой» давление в тени

$$p(\xi, R, \beta) = \frac{p_1}{\pi} \left[\arctg \left(\frac{\xi}{\xi_1} \right)^{1/2} - \exp \left(-\frac{\xi}{\theta} \right) \int_0^{\xi} e^{\tau/\theta} \arctg \left(\frac{\tau}{\xi_1} \right)^{1/2} \frac{d\tau}{\theta} \right] \quad (5.2)$$

Интегрируя по частям, имеем

$$p(\xi, R, \beta) = \frac{p_1}{\pi} \left(\frac{\theta}{\xi_1} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{\xi}{\theta} \right) \int_0^{\xi/\theta} \frac{\xi_1 e^{\omega^2} d\omega}{\xi_1 + \theta \omega^2} \quad (5.3)$$

Вблизи волновода

$$p(\xi, R, \beta) \approx \frac{p_1}{\pi} \exp \left(-\frac{\xi}{\theta} \right) \arctg \left(\frac{\xi}{\xi_1} \right)^{1/2} \quad \left(\xi_1 = \frac{R(1 + \cos \beta)}{a_0} \ll \theta \right) \quad (5.4)$$

На большом расстоянии от края полуплоскости форма дифракционного импульса вблизи фронта зависит только от θ (если $\beta \neq \pi$)

$$\begin{aligned} p(\xi, R, \beta) &\approx \frac{p_1}{\pi} \left(\frac{\theta}{\xi_1} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{\xi}{\theta} \right) \int_0^{\xi/\theta} e^{\omega^2} d\omega \approx \\ &\approx \frac{p_1}{\pi} \left(\frac{\xi a_0}{R(1 + \cos \beta)} \right)^{1/2} \left(1 + \frac{\xi}{3\theta} \right) \exp \left(-\frac{\xi}{\theta} \right) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Приводим время нарастания ξ_{\max} давления до максимума p_{\max} :

$$p_{\max} \approx \frac{p_1}{2\pi} \left(\frac{\theta a_0}{R(1 + \cos \beta)} \right)^{1/2}, \quad \xi_{\max} \approx 0.7\theta \quad (5.6)$$

Если $s = 0$, то форма импульса отличается только множителем.

Волна сжатия, отраженная от ПД, приходит в момент $\xi = 2s/a_0$. Излучение можно считать чисто дифракционным, если $s > \theta a_0 = 0.3l$, т. е. вода заполняет перед взрывом больше четверти длины трубы.

В плоскости симметрии

$$p = \frac{2p_1}{\pi} \exp\left(-\frac{\xi_1}{\theta}\right) \left[\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\xi_1}{\xi}\right)^{1/2} - \exp\left(-\frac{\xi}{\theta}\right) \int_0^{\xi} \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\xi_1}{\tau}\right)^{1/2} e^{\tau/\theta} \frac{d\tau}{\theta} \right] =$$

$$= p_1 \exp\left(-\frac{\xi + \xi_1}{\theta}\right) \left[1 - \frac{2^{(\xi/\xi_1)^{1/2}}}{\pi} \int_0^{\xi} \exp\left(-\frac{\xi_1 \omega^2}{1 + \omega^2}\right) \frac{d\omega}{\theta} \right] \quad (5.7)$$

$$p = p_1 \exp\left(-\frac{\xi + \xi_1}{\theta}\right) \quad (-\xi_1 \leq \xi < 0) \quad (5.8)$$

$$p \approx \frac{2p_1}{\pi} \left[\operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\xi_1}{\xi}\right)^{1/2} - \frac{\xi_1}{\theta} \left(\left(\frac{\xi}{\xi_1}\right)^{1/2} - \operatorname{arc\,tg}\left(\frac{\xi}{\xi_1}\right)^{1/2} \right) \right] \exp\left(-\frac{\xi + \xi_1}{\theta}\right) \quad (\xi \geq 0)$$

В линейном приближении дифракция срезает эпоху ударной волны, но не изменяет пиковое давление. Однако в действительности оно постоянно только вблизи нижней кромки, пока искажение эпохи ударной волны невелико.

С удалением от нижней кромки крутизна волны разрежения в плоскости симметрии возрастает: $\xi_1 \sim 1/R$, что физически означает резкое затухание скачка давления (см. (1.14)). Если $s = 0$, то волна разрежения положе и затухание меньше. Различные режимы дифракции незначительно, если $\theta < 0.6d/a_0$, т. е. $l < 2d$ (см. (4.5)).

Отступление от линейности возможно также вблизи границы тени $\beta \approx \pi$, из-за большой скорости нарастания давления (см. (5.4)).

В заключение следует отметить, что при взрыве в трубе объем дифракции в тени ($\beta < \pi$) больше, чем за плоским фронтом ($\beta > \pi$). В тени давление нарастает медленнее, а за плоским ударным фронтом падает быстрее, чем при взрыве между полуплоскостями [5].

Максимальное давление и время нарастания до максимума в тени при осевой симметрии меньше, чем при плоской; падение пикового давления из-за нелинейного характера дифракции — больше.

Поступило 11 IV 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Ферри А. Основные результаты экспериментов на ударных трубах. Атомиздат, 1963.
2. Станюкович К. П. Неустановившиеся движения сплошной среды. Гостехиздат, 1955.
3. Гриб А. А., Рыжов О. С., Христианович С. А. Теория коротких волн. ПМТФ, 1960, № 1.
4. Смирнов В. И. Курс высшей математики, т. 3, ч. 2. Гостехиздат, 1953.
5. Харкевич А. А. Неустановившиеся волновые явления. Гостехиздат, 1950.

ТЕПЛОПЕРЕДАЧА ОТ НАГРЕТОЙ СФЕРЫ В ПОКОЯЩЕМСЯ РАЗРЕЖЕННОМ ГАЗЕ

В. Д. ПЕРМИНОВ (Москва)

Рассматривается задача о теплопередаче от слабо нагретой сферы в покоящемся разреженном газе. Считаем, что в этом случае справедливо уравнение Крукса. Приводятся две формы исходных уравнений и полученные в результате расчетов зависимости потока тепла и температурного скачка на поверхности сферы от параметра, обратнопропорционального числу Кнудсена. Полученные результаты сравниваются с результатами, даваемыми известными приближенными теориями.

Рассмотрим задачу о теплопередаче от нагретой сферы в покоящемся разреженном одноатомном газе при помощи модельного уравнения [1]

$$\xi_x \frac{\partial f}{\partial x} + \xi_y \frac{\partial f}{\partial y} + \xi_z \frac{\partial f}{\partial z} = A_1 \rho (f_0 - f) \quad (1)$$