

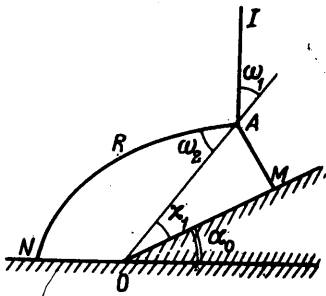
ДВОЙНОЕ МАХОВСКОЕ ОТРАЖЕНИЕ СИЛЬНЫХ УДАРНЫХ ВОЛН

Л. Г. ГВОЗДЕВА, О. А. ПРЕДВОДИТЕЛЕВА, В. П. ФОКЕЕВ

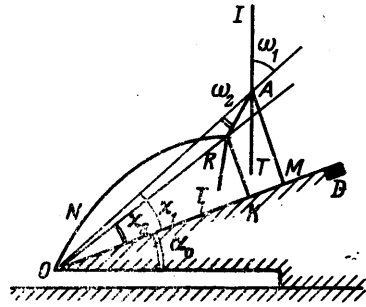
(Москва)

Маховское отражение ударных волн в тех случаях, когда условие идеальности газа соблюдается с большой точностью, хорошо известно. Эффекты, связанные с возбуждением внутренних степеней свободы молекул, приводят к качественному изменению картины отражения. Данная работа является продолжением работ [1, 2], посвященных исследованию маховского отражения ударных волн от клина при таких условиях, когда физико-химические превращения в газе, нагретом ударной волной, играют существенную роль.

1. На фиг. 1, а схематически изображен случай классического маховского отражения. Здесь приняты следующие обозначения: AI — падающая ударная волна, AR — отраженная волна, ARN — отсоединенная волна на передней кромке клина, AM — волна Маха, AT — тангенциальный разрыв, OA — линия движения тройной точки, α_0 — угол наклона отражающей поверхности клина, ω_1 — угол падения, ω_2 — угол отражения, χ_1 —



Фиг. 1а



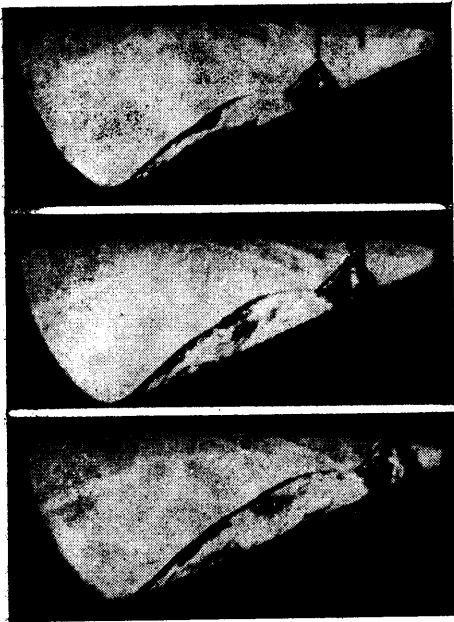
Фиг. 1б

угол наклона линии движения тройной точки. Угол ω_1 задает направление движения набегающего потока в системе координат, связанной с тройной точкой. Он связан с углом χ_1 соотношением $\omega_1 = 90^\circ - (\chi_1 + \alpha_0)$. В работах [1, 2] показано, что с увеличением интенсивности падающей ударной волны при постоянном угле ω_1 условия плавного сопряжения отраженной и присоединенной волн нарушаются — образуется излом. В месте излома возникает вторая тройная точка. Из нее исходит вторичная волна сжатия. Получающаяся двойная конфигурация Маха схематически изображена на фиг. 1, б, где приняты дополнительно следующие обозначения: R — вторая тройная точка, RK — вторичная волна Маха, χ_2 — угол наклона линии движения второй тройной точки.

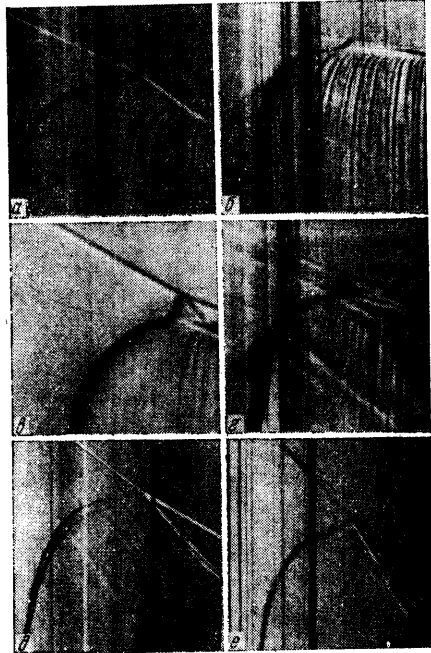
Появление излома на отраженной волне в углекислом газе и особенности распределения давления на поверхности клина при дифракции сильных волн были впервые обнаружены в работе [4]. В обзорной статье Бликни [3] был приведен чертеж интерферограммы, полученной Уайтом для отражения ударной волны, движущейся в CO_2 с числом Маха 4.5. Подобная интерферограмма представляет собой типичный случай двойного маховского отражения.

В работах [1, 2] было обнаружено, что двойная конфигурация появляется не только в CO_2 , но и в воздухе и в азоте при достаточном увеличении скорости волны. Появление двойной конфигурации объясняется влиянием физико-химических превращений за фронтом ударной волны. Целью настоящей работы было исследование процессов при переходе от дифракции при малых числах Маха к дифракции при больших числах Маха и получение экспериментальных данных об изменениях параметров потока газа на поверхности клина в связи с появлением двойной конфигурации Маха.

2. Экспериментальная установка и методика измерений. Эксперименты проводились в ударных трубах квадратного сечения 40×40 и 72×72 мм. Длина камеры высокого давления была 2 м, камеры низкого



Фиг. 2



Фиг. 3

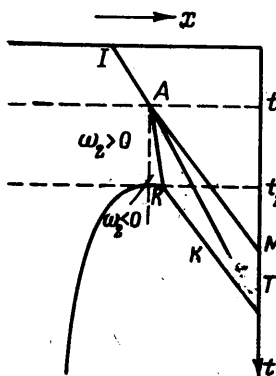
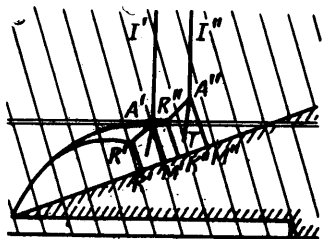
давления до экспериментальной секции — 5 м. В смотровые секции труб, снабженные оптическими плоскопараллельными стеклами, вводились клинья с углами при вершине от 15 до 45° . Клинья были приподняты над нижней поверхностью трубы. Визуализация процесса осуществлялась при помощи прибора Тенлера ИАБ-451. Производилась покадровая съемка обтекания при помощи высокоскоростной камеры СФР-Л и снималась развертка процесса во времени при помощи фоторегистратора с линейной скоростью пленки 185 м/сек. Скорость падающей волны измерялась по разверткам и по показаниям пьезодатчиков давления, расположенных по длине трубы.

На поверхности клина измерялось давление газа и температура поверхности. В поверхность клина на одинаковом расстоянии от передней кромки были вмонтированы датчик давления и термометр сопротивления. Датчики давления на основе ЦТС-19 с диаметром пьезокристалла порядка 1-2 мм обеспечивали разрешение во времени 1-2 мксек. Пьезоэлемент припаивался к латунному стержню при помощи сплава Вуда. Демпфирующая прослойка между латунным стержнем и корпусом датчика была из воска или пенопласта. Датчик монтировался в клине так, что поверхность датчика (D) была заподлицо с отражающей гранью клина (фиг. 1, б). Термометр сопротивления изготовлялся по методике, описанной в работе [5] путем нанесе-

ния тонкой 0.1 мк платиновой пленки на вкладыш диаметром 4 мм из стекла марки БД-1. Градуировка термометра сопротивления проводилась стационарным методом при нагревании в печи.

Исследовались углекислый газ, аргон, азот, воздух. Начальное давление 12 мм рт. ст. Газы в камере высокого давления — гелий, азот, водород.

3. Экспериментальные результаты. Наиболее отчетливо особенности двойной конфигурации видны на снимках, сделанных в углекислом газе; скорость ударной волны 1900 м/сек (фиг. 2). Угол клина 24° . Приведены три последовательных снимка, сделанные с интервалом 4 мксек. Время экспозиции каждого кадра 0.5 мксек. Волна движется слева направо. Видны излом на отраженной волне и вторая тройная точка, от которой отходит вторичная ударная волна. Отраженная волна расположена ниже линии движения тройной точки. Волна Маха имеет изгиб по своей длине. В работе [2] была проверена автомодельность движения такой конфигурации и показано, что в исследованном диапазоне, скоростей ударных волн 1600—2300 м/сек процесс автомоделен.



Фиг. 4

Для того чтобы проследить изменение конфигурации при увеличении скорости ударной волны, применялся метод развертки. На фиг. 3 приведены развертки процесса Маховского отражения для воздуха, CO_2 и аргона при изменяющейся скорости падающей волны и постоянном угле клина, равном 24° . На фиг. 4 дано объяснение построения развертки. До тех пор пока тройная точка не дойдет до высоты щели, падающая ударная волна прочерчивает на развертке линию IA , после появления в щели первой тройной точки (момент времени t_1) в отверстии щели видны две волны: отраженная и волна Маха, соответственно линия IA расщепляется на две: AM и AR . В момент времени t_2 появляется в прорези щели вторая тройная точка и линия AR расщепляется на вторичную волну

Маха RK и отраженную волну, переходящую в присоединенную или отсоединенную волну на передней кромке клина. Таким образом, на развертке отчетливо фиксируется появление второй тройной точки. Зная коэффициент уменьшения и временный масштаб и в случае автомодельности движения конфигурации Маха, можно по разверткам определить углы движения первой и второй тройных точек, углы между волнами, составляющими конфигурацию и, кроме того, конечно, скорости всех волн. По разверткам сразу определяется знак угла ω_2 — угла между отраженной волной и линией движения тройной точки OA . При положительном угле ω_2 след движения отраженной волны AR будет левее вертикали, при отрицательном — правее.

Из разверток, изображенных на фиг. 3, видно, что переход с повышением скорости падающей волны от одного вида конфигурации Маха к другому происходит через формирование волны сжатия, а затем уже ударной волны. В воздухе при скорости волны 1170 м/сек (фиг. 3, а) конфигурация близка к изображенной на фиг. 1, а. На отраженной волне есть только слабый изгиб и видна слабая волна сжатия, исходящая из точки перегиба. При скорости волны 1600 м/сек (фиг. 3, б) видны излом отраженной волны, вторая тройная точка и вторичная волна Маха. Но угол ω_2 положителен. В CO_2 процесс формирования двойной конфигурации Маха происходит быстрее. Такая картина, как в воздухе при 1600 м/сек, получается в CO_2 для

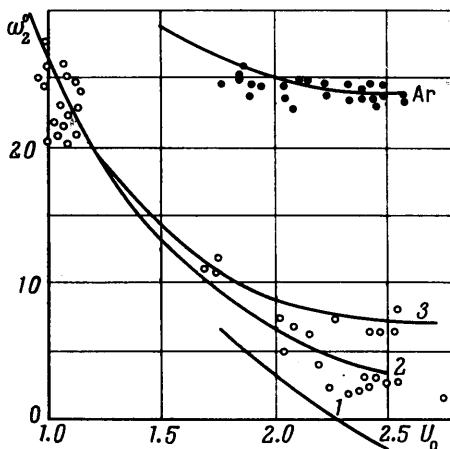
скорости волны 960 м/сек (фиг. 3, е). При повышении скорости до 1300 м/сек (фиг. 3, з) угол ω_2 становится отрицательным. В аргоне еще при скорости 1600 м/сек (фиг. 3, д) конфигурация аналогична изображенной на фиг. 3, а в воздухе при скорости 1170 м/сек. На фиг. 3, е приведена развертка процесса отражения ударной волны в воздухе со скоростью, близкой к случаю, изображенному на фиг. 3, а (1220 м/сек), но полученной при другой настройке прибора ИАВ-451. На этом снимке хорошо видно поведение контактной поверхности.

Картина дифракции складывается из картины отражения волны от поверхности клина и стационарного обтекания передней кромки клина. В настоящее время существует возможность рассчитывать параметры волн в окрестности тройной точки по так называемой трехударной теории [6] и рассчитать параметры присоединенной волны. Развертки, подобные приведенным, обрабатывались, и измеренные значения параметров потока сравнивались с величинами, полученными из расчета волн в окрестности точки А по трехударной теории. Расчет производился с учетом физико-химических превращений за фронтами ударных волн. Методика расчета изложена в работе [2]. Величины удельных энтальпий газа брались из таблиц [7, 8]. Так как в описываемых здесь экспериментах времена существования всей конфигурации малы и сравнимы с временами релаксации, то расчеты производились в нескольких предположениях.

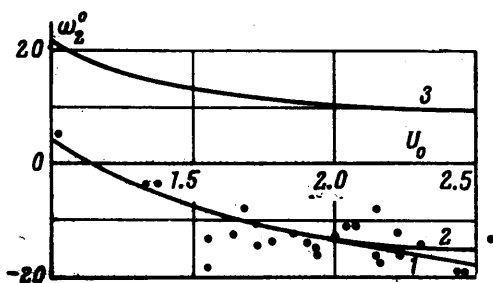
Первый вариант. За падающей волной, а также за отраженной волной и волной Маха газ находится в полном термодинамическом равновесии: возбуждись колебания молекул газа и прошла диссоциация.

Второй вариант. В углекислом газе и азоте возбуждись колебания молекул и не прошла диссоциация, в воздухе прошла диссоциация молекул кислорода и возбуждись колебания молекул азота, но нет диссоциации азота.

Третий вариант. В газе не прошли никакие физико-химические превращения, отношение удельных теплоемкостей в газе за волной такое же, как и перед волной.



Фиг. 5а

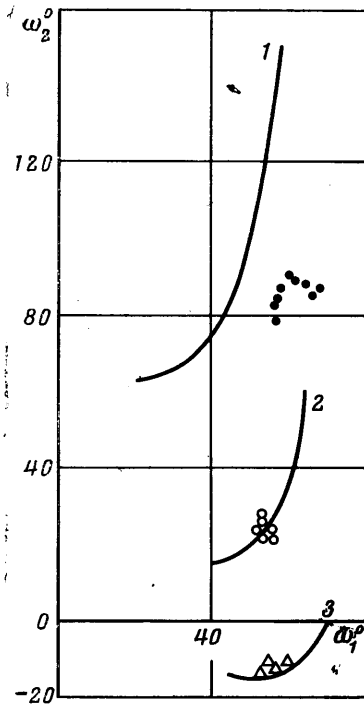


Фиг. 5б

Сравнение экспериментально определенных значений угла отражения ω_2 и рассчитанных по трехударной теории значений ω_2 в зависимости от скорости падающей ударной волны для постоянного угла $\alpha_0 = 24^\circ$ в CO_2 и в воздухе, Ar приведены на фиг. 5, где U_0 в км/сек. Из расчета получались значения угла ω_2 в зависимости от скорости падающей волны U_0 и угла ω_1 . Из экспериментов определялись углы ω_2 и углы ω_1 ($\omega_1 = 90^\circ - (\chi_1 + \alpha_0)$) для скорости волны U_0 .

В Ar (фиг. 5, а) экспериментальные значения согласуются с кривой 3, так как при исследуемых режимах никаких физико-химических превращений в аргоне нет. В воздухе (фиг. 5, б) в диапазоне скоростей падающих волн 900—1200 м/сек точки ложатся на кривую 3. В диапазоне скоростей 1800—2500 м/сек времена релаксации возбуждения колебаний молекул O_2 и N_2 и время диссоциации O_2 меньше времени пребывания газа в нагретом состоянии, а времена релаксации диссоциации N_2 много больше; точки группируются около кривой 2. В углекислом газе до скоростей порядка $U_0 = 1800$ м/сек экспериментальные значения согласуются с кривой, учитывающей возбуждение внутренних степеней свободы (фиг. 5, б). Учет диссоциации при больших интенсивностях падающей волны дает изменения в ω_2 в пределах экс-

периментальной точности. Благодаря разделению времен релаксации в рассматриваемом диапазоне скоростей процесс отражения автомоделен. Вероятно, при переходе к большим скоростям волн автомодельность должна нарушаться в том случае,



Фиг. 6

в предположении идеальности газа (третий вариант) значения углов ω_2 остаются положительными. При уменьшении угла α_0 , т. е. увеличении угла α_0 , углы ω_2 сдвигаются в положительную область.

Расчеты волны на передней кромке клина, проведенные в работе [2], показали что учет физико-химических превращений резко уменьшает также угол присоединенной волны и убыстряет переход волны отсоединенной в присоединенную при увеличении скорости волны. Так, при обтекании клина газом, нагретым ударной волной, двигающейся со скоростью $U_0 = 1900$ м/сек, в случае идеальности газа (третий вариант) образуется отсоединенная волна, при учете возбуждения колебательных уровней молекул в нагретом газе образуется уже присоединенная волна.

Угол ω_2 изменяется в зависимости от глубины прошедших физико-химических превращений в газе более резко, чем угол присоединенной волны. Поэтому условия гладкого сопряжения отраженной и присоединенной волн нарушаются, что приводит к образованию излома, и, следовательно, возникновению вторичной волны Маха. При отрицательном угле ω_2 возникновение вторичной волны Маха неизбежно. Эффект двойного маховского отражения должен наиболее ярко проявляться в тех газах, в которых возбуждение внутренних степеней свободы происходит при более низких температурах, и в диапазоне углов α_0 и χ_1 , которые дают значения ω_1 , соответствующие средним частям кривой на фиг. 6.

Если предположить, что волна Маха по всей своей длине должна быть перпендикулярна поверхности клина, то из решения по трехударной теории должен определиться и угол χ_1 . Расчеты, сделанные в этом предположении, показали, что эксперименты не совпадают ни с одной из расчетных кривых, что не удивительно, так как на снимках, например фиг. 2, и на развертках видно, что волна Маха не прямая. Однако значения мало меняются с увеличением скорости и отличаются от расчетных на величину порядка нескольких градусов. Поэтому, вообще говоря, для оценки воз-

если время пребывания газа в горячем состоянии станет сравнимым с временем релаксации диссоциации. Таким образом, в рассмотренном диапазоне эксперименты показали справедливость применения трехударной теории для расчета маховского отражения сильных ударных волн с учетом физико-химических превращений. Известно, что такого согласия нет для ударных волн слабого семейства [9]. Как показано в работе Кавамуры [10], это связано с существованием угловой особенности течения при дозвуковой скорости газа за отраженной волной (если рассматривать систему координат, связанную с тройной точкой). При больших скоростях волн область сверхзвукового потока за отраженной волной увеличивается и трехударная теория должна давать правильные значения углов.

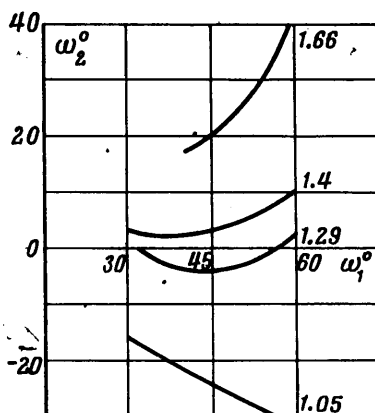
На фиг. 6 приведено сопоставление экспериментальных данных с расчетными (с учетом возможных физико-химических превращений) в виде зависимости $\omega_2 = f(\omega_1)$ для постоянной скорости падающей волны и различных углов клина. Приведены кривая 1 и экспериментальные точки, взятые из работы [10] для скорости волны в воздухе 364 м/сек. Экспериментальные точки лежат ниже примерно на 60° . На том же графике приведены экспериментальные данные, полученные для аргона и углекислого газа. Расчетные кривые для аргона (кривая 2) сливаются в одну кривую, начиная со скорости 1600 м/сек и выше. Кривая 3 для CO_2 приведена для скорости 1900 м/сек. Экспериментальные точки совпадают с расчетными кривыми. Из фиг. 5 и 6 видно, что, во-первых, с увеличением скорости падающей волны при постоянном угле α_0 величина ω_2 уменьшается, во-вторых, что

возможности появления двойной конфигурации можно пользоваться значениями χ_1 . Удобно, для того, чтобы показать влияние физико-химических превращений, воспользоваться понятием [11] эффективного показателя адиабаты γ . В случае физико-химических превращений энтальпия газа будет сложной функцией температуры. Однако аналогично случаю газа с постоянной теплоемкостью, можно ввести

$$h = \frac{\gamma_{ef} p}{\gamma_{ef} - 1 \rho}$$

где h — удельная энтальпия, p — давление, ρ — плотность. Это удобная аппроксимация, которая позволяет применить для сложных расчетов уравнение адиабаты Гюгонио, но уже с эффективным показателем адиабаты.

Был проведен расчет тройной конфигурации, возникающей при падении на клин волны, движущейся со скоростью $U_0 = 1.9$ км/сек для различных значений γ_{ef} . Графики $\omega_2 = f(\omega_1)$ приведены на фиг. 7. Угол отражения ω_0 оказывается очень чувствительной функцией к изменению γ_{ef} . Небольшое уменьшение γ_{ef} приводит к значительному увеличению угла между падающей и отраженной волнами. Для $\gamma_{ef} = 1.05$ при всех значениях угла падения угол ω_2 отрицателен. Для скорости волны порядка 800 м/сек состояние газа за отраженной волной и волной Маха соответствует в CO_2 $\gamma_{ef} = 1.29$, в воздухе — 1.4, в аргоне — 1.66. Этим и объясняется появление двойной конфигурации прежде всего в углекислом газе.

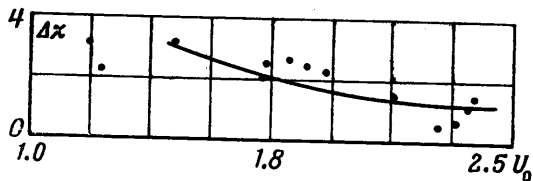


Фиг. 7

Надо отметить, что при дифракции сильных ударных волн тангенциальный разрыв неустойчив и сворачивается в вихрь. Это видно на приведенных снимках и развертках и отмечалось также в работах [12, 13]. На фиг. 3, е приведена развертка отражения ударной волны в воздухе, скорость волны 1220 м/сек. В этом режиме изгиб на отраженной волне только намечается, контактная поверхность превратилась в вихрь. Однако вблизи тройной точки она сохраняет прямолинейность. Вследствие этого существует согласие с расчетами по трехударной теории, по которой предполагается прямолинейность тангенциального разрыва. Вообще говоря, при больших скоростях движения тангенциальный разрыв может превратиться в вихревую угловую область, что, по-видимому, имеет место в случае, изображенном на фиг. 2. Тогда нужно, соответственно, изменять расчет по трехударной теории. В работе [14] был приведен для случая бифуркации конкретный расчет трехволновой конфигурации с учетом и без учета превращения тангенциального разрыва в вихревую область. Отличие между двумя случаями составило доли градуса. Совпадение экспериментальных и расчетных результатов (графики фиг. 5 и 6) показывает, что в наших расчетах поправки за счет учета расплывания тангенциальной области лежат в пределах экспериментальных ошибок.

В системе координат, связанной с тройной точкой, скорость газа за отраженной ударной волной сверхзвуковая. Можно найти границу области влияния сигналов, возмущающих область за отраженной ударной волной. Вдоль линии тангенциально-го разрыва откладывается величина скорости газа u_2 (км/сек) за отраженной волной в системе координат, связанной с тройной точкой, и находится точка пересечения отраженной волны и окружности радиусом c_2 , где c_2 — скорость звука в газе за отраженной волной. Определяется величина разности $\chi_2 - \chi_1 = \Delta\chi$ (фиг. 1, б). Можно предположить, что излом на отраженной волне, связанный с согласованием процесса отражения и отбегания вершины клина, произойдет в точке R , определяющей область влияния угловых сигналов в потоке газа за отраженной ударной волной. Расчет области влияния был произведен для второго варианта в воздухе и расчетные данные сравнены с экспериментальными значениями $\Delta\chi = \chi_2 - \chi_1$ (фиг. 8). Экспериментальные точки ложатся на расчетную кривую. Зная положение второй тройной точки, по трехударной теории можно определить направление и интенсивность вторичной волны Маха в окрестности второй тройной точки.

4. Изменение давления и температуры у поверхности клина. В обычной конфигурации Маха давление плавно падает от волны



Фиг. 8

Маха к передней кромке клина. В двойной конфигурации распределение давления должно быть иным вследствие появления вторичной волны Маха. Знание интенсивности вторичной волны в окрестности второй тройной точки не позволяет рассчитать давление на поверхности, так как волна сжатия или ударная волна, исходящая из второй тройной точки взаимодействует с тангенциальной поверхностью разрыва и с по-

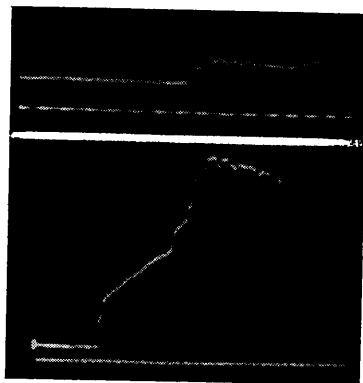
граничным слоем за падающей ударной волной и ее интенсивность изменяется. Для определения интенсивности вторичной волны на поверхности клина были проведены измерения давления на поверхности при помощи малоинерционных датчиков давления. Одновременно фиксировалась температура поверхности клина при помощи платинового термометра сопротивления. Датчики давления и теплового

потока фиксируют одновременно резкий подъем давления и температуры на поверхности стенки. На фиг. 9 приведены осциллограммы давления газа и температуры стенки при отражении волны в воздухе от клина с углом при вершине 24° . Скорость волны равна 2400 м/сек. Давление повышается за волной Маха, затем остается постоянным, второй раз повышается во вторичной волне Маха и остается примерно постоянным вплоть до прихода отраженной волны от верхней стенки трубы, т. е. вторичная волна Маха повышает давление скачком от давления за волной Маха до давления за присоединенной волной. Величина повышения давления возрастает с повышением скорости падающей волны.

На фиг. 10 приведен график давлений во вторичной волне (кривая 2) и первой волне Маха (кривая 1) в зависимости от скорости ударной волны в воздухе. Угол клина равен 24° . Величины давлений отложены в миллиметрах высоты на осциллограммах. Дополнительное увеличение давления начинает появляться при скоростях падающей волны порядка 900 м/сек.

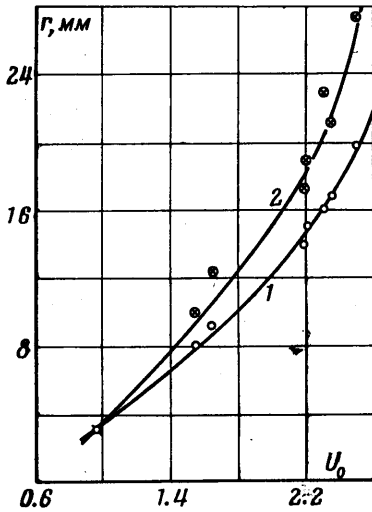
Дополнительное повышение температуры поверхности стенки, регистрируемое термометром сопротивления, обнаруживается при более слабых ударных волнах, когда повышение давления еще не регистрируется. В воздухе дополнительное возрастание температуры стенки обнаруживается при скоростях ударной волны порядка 635 м/сек. Повышение температуры поверхности происходит, вероятно, вследствие померенной температуры стенки получались значения тепловых потоков в поверхность клина от нагретого газа. Кривые полученных значений тепловых потоков q кал/смсек для двух скоростей ударной волны в воздухе приведены на фиг. 11 (кривая 1 — $u_0 = 2440$ м/сек, кривая 2 — $u_0 = 1660$ м/сек). Когда к термометру сопротивления подходит горячий газ, нагретый ударной волной, тепловой поток резко возрастает, затем начинает падать по экспоненте вследствие образования и увеличения пограничного слоя. Затем происходит увеличение теплового потока во вторичной волне и снова падение. В воздухе при скорости $u_0 = 2440$ м/сек тепловой поток во вторичной волне начинает превышать тепловой поток, вызванный волной Маха.

Таким образом, при увеличении скорости дифрагирующей на клине волны, происходит переход к двойной конфигурации Маха, сопровождающийся появлением вторичной волны Маха, распространяющейся вслед за первой волной Маха по поверхности клина и повышению теплового потока в поверхность. Это связано с тем, что вследствие физико-химических процессов за ударными волнами с увеличением скорости падающей волны появляется сверхзвуковая область за отраженной волной и угол между падающей и отраженной волной начинает увеличиваться. Волна на передней кромке клина становится присоединенной и давление за ней начинает превышать давление за волной Маха. Тогда неизбежно возникновение вторичной волны Маха, в которой давление повышается от давления за первой волной Маха до давления за присоединенной волной. В опытах с аргоном скорости ударных волн не превышали 2000 м/сек, когда никаких физико-химических превращений в аргоне нет.

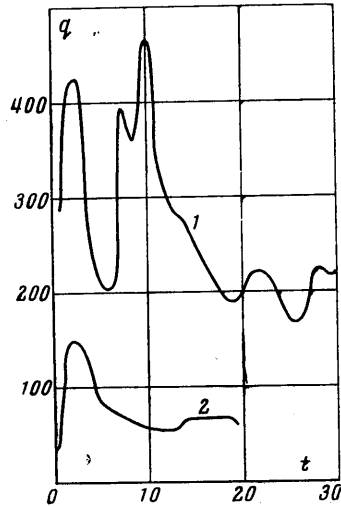


Фиг. 9

При дальнейшем увеличении скорости и затрат энергии на ионизацию за падающей волной в аргоне должна наблюдаться также двойная конфигурация, как и в других



Фиг. 10



Фиг. 11

газах. Вероятно, что для сильных ударных волн должна измениться и стационарная конфигурация Маха, получающаяся при взаимодействии двух стационарных ударных волн. По нашему мнению, должен образоваться двойной диск Маха, если физико-химические реакции привели к тому, что эффективный показатель адиабаты газа понизился и скорость потока так высока, что угол ω_2 в расчетах по трехударной теории должен принимать отрицательные значения.

Поступило 13 VII 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Гвоздева Л. Г., Предводителева О. А. Экспериментальное исследование маховского отражения ударных волн при скорости 1000—3000 м/сек в углекислом газе, азоте и воздухе. Докл. АН СССР, 1965, т. 163, № 5.
2. Гвоздева Л. Г., Предводителева О. А. Особенности маховского отражения ударных волн, движущихся в углекислом газе и азоте со скоростями порядка 2000 м/сек. Сб. «Исследования по физической газодинамике». «Наука», 1966.
3. Bleakney W. The Mach reflection of shock waves. Proc. of Sympos in Appl. Mech., 1954, vol. 5, N.— Y.
4. White D. R. An experimental survey of the Mach reflection of shock waves. Proc. Second Midwest Confer. on Fluid Mech., 1952, vol. 21, No. 253.
5. Поляков Ю. А. Нестационарный теплообмен при отражении ударной волны. Сб. «Исследования по физической газодинамике». Изд-во «Наука», 1966.
6. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковые течения и ударные волны. М., Изд. иностр. лит., 1950.
7. Гурвич Л. В., Хачкурузов Г. А. и др. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Изд-во АН СССР, 1962.
8. Предводителев А. С., Ступоченко Е. В., Плешанов А. С., Самуйлов Е. В., Рождественский И. Б. Таблицы термодинамических функций воздуха. Изд-во АН СССР, 1962.
9. Bleakney W., Taub A. H. Interaction of Shock Waves. Rev. Mod. Phys., vol. 21, No. 4, October, 1949, 584.
10. Kawamura R., Saito N. Reflection of Shock Waves.— I. Pseudo Stationary Case. J. Phys. Soc. Japan., 1965, vol. 11, № 5.
11. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М., Физматгиз, 1963.
12. Bryson A. E., Gross W. F. Diffraction of strong shocks by cones cylinders, and spheres. J. Fluid Mech., 1961, vol. 10.
13. Сыщикова М. П., Березкина М. К., Семенов А. Формирование течения около модели в трубе. Сб. Аэрофизические исследования сверхзвуковых течений. М.— Л., Изд-во «Наука», 1967, стр. 3.
14. Демьянов Ю. А., Киреев В. Т. Применение уравнений нестационарного смещения к некоторым задачам аэродинамики. МЖТ, 1966, № 3.