

ЛИТЕРАТУРА

1. Knudsen M. Die Gesetze der Molecularströmung und inneren Reibungsströmung der Gase durch Röhren. Ann. Phys., 1909, B. 28, H. 1.
2. Gaede W. Die äussere Reibung der Gase. Ann. Phys., 1913, B. 41, H. 2.
3. Ziering S. Plane Poiseuille Flow. Rarefied Gas Dynamics (Proc. of 2nd Simp.). Acad. Press., N. Y., 1961, p. 451.
4. Takao K. Rarefied Gas Flow between Two Parallel Plates. Rarefied Gas Dynamics. (Proc. of 2nd Symp.). Acad. Press., N. Y., 1961, p. 465.
5. Cercignani C. Plane Poiseuille Flow and Knudsen Minimum Effect. Rarefied Gas Dynamics. (Proc. of 3d Symp.), Acad. Press., N. Y., 1962, vol. 2, p. 92.
6. Cercignani C., Danery A. Flow a Rarefied Gas between Two parallel plates. J. Appl. Phys., 1963, vol. 34, No. 12.
7. Суетин П. Е., Породнов Б. Т. Кинетическая теория движения газа между двумя параллельными плоскостями при любых числах Кнудсена. Ж. техн. физ., 1961, т. 37, № 1.
8. Gross E. P., Ziering S., Kinetic Theory of Linear Shear Flow. Phys. Fluids, 1958, vol. 1, No. 3 (русск. перев.: Механика. Сб. перев. и обз. ин. период. литер., 1959, № 6).
9. Wang Chang C. S., Uhlenbeck G. E. Transport phenomena in very Dilute Gases. VMH — 3 — F, Univ. of Michigan, 1949.
10. Чепман С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов, Изд. иностр. лит., 1960.
11. Albertoni S., Cercignani C., Gotusso L. Numerical Evaluation of the Slip Coefficient. Phys. Fluids, 1963, vol. 6, No. 7.

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ГЛИССИРОВАНИЕ И ДВИЖЕНИЕ ПРОФИЛЯ СО СБЕГАЮЩИМИ ВИХРЯМИ

В. А. ЕРОШИН (Москва)

В настоящей работе в постановке Л. И. Седова рассматриваются задачи о нестационарном движении профиля со сбегаящими вихрями, рикошете и неавтономной посадке редана. Основное интегральное уравнение для определения плотности распределения вихрей сводится к уравнению Абеля путем решения некоторой вспомогательной системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для плоской пластинки определяется граница рикошетирования.

§ 1. Определение подъемной силы, при нестационарном глиссировании и движении профиля со сбегаящими вихрями. Как показано в работах Вагнера [1] и Л. И. Седова [2], имеется приближенная аналогия между возмущенным потоком жидкости при глиссировании и нижней частью потока около тонкого профиля. Кроме того, легко видеть, что нестационарное глиссирование включает в себя также движения типа рикошетов, так как в этом случае погружение в жидкость незначительно и граничные условия можно сносить на невозмущенный уровень свободной поверхности. При изучении данного класса движений будем ограничиваться, как принято в теории волн малой амплитуды и теории тонких крыльев, движениями с малыми углами атаки и малыми углами падения — при изучении задач типа посадки редана. Как известно [2], при данных предположениях подъемная сила, действующая на глиссирующую пластинку, равна¹

$$Y = \frac{d}{dt} \left(\frac{\pi \rho a^2}{2} v_1 \right) + \pi \rho a \left(c + \frac{da}{dt} \right) v_2 + \frac{\rho a}{2} \left(c + 2 \frac{da}{dt} \right) \int_0^x \frac{\varphi(s) ds}{\sqrt{(2a+x-s)(x-s)}} \quad (1.1)$$

$$(v_1 = -(v + \omega a) + c\beta, \quad v_2 = v_1 + 1/2 \omega a)$$

где c и v — горизонтальная и вертикальная составляющие скорости пластинки, β — угол атаки профиля или угол дифферента при глиссировании, ω — угловая скорость относительно задней кромки пластинки, $2a$ — длина профиля или величина смоченной поверхности при глиссировании, ρ — плотность жидкости.

Неизвестная функция $\varphi(x)$, входящая в уравнение (1.1), является плотностью распределения вихрей, сбегаящих с задней кромки пластинки, и определяется из

¹ При расчете подъемной силы профиля это выражение необходимо удвоить.

интегрального уравнения типа Вольтерра первого рода

$$f_1(x) = \int_0^x \varphi(s) \left(\frac{2a+x-s}{x-s} \right)^{1/2} ds \quad (f_1(x) = -2\lambda av_2) \quad (1.2)$$

§ 2. Сведение интегрального уравнения (1.2) к уравнению Абеля. Не ограничивая общности, положим для простоты в уравнении (1.2) $2a = 1$ (профиль единичной дуги) и разложим корень $\sqrt{1+x-s}$ ядра в равномерно сходящийся ряд по степеням $x/(1+x)$. Интегрируя ряд почленно и вводя обозначения

$$y_n = \int_0^x \frac{s^n \varphi(s) ds}{\sqrt{x-s}}, \quad f(x) = \frac{f_1(x)}{\sqrt{1+x}}$$

заменяем исходное интегральное уравнение системой обыкновенных дифференциальных уравнений

$$y_n' = \frac{1}{2} y_{n-1} + x y_{n-1}' \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad y_0 = f(x) + \sum_{k=1}^{k=\infty} C_k \frac{y_k}{(1+x)^k} \quad (2.1)$$

с начальными условиями

$$x = 0, \quad y_1(0) = y_2(0) = \dots = y_n(0) = \dots = 0$$

Зная решение системы (2.1), например, зная $y_0(x)$, неизвестную функцию $\varphi(x)$ определяем из интегрального уравнения

$$y_0(x) = \int_0^x \frac{\varphi(s) ds}{\sqrt{x-s}}$$

Но это — интегральное уравнение Абеля и его решение равно

$$\varphi(x) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{y_0(0)}{\sqrt{x}} + \int_0^x \frac{y_0'(t) dt}{\sqrt{x-t}} \right) \quad (2.2)$$

Таким образом, для определения $\varphi(x)$ необходимо решать бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений. Для отыскания приближенного решения $\varphi_n(x)$ уравнения (1.2) можно в разложении ядра в ряд ограничиться n членами. Тогда соответствующая система обыкновенных дифференциальных уравнений будет также содержать n уравнений.

§ 3. Доказательство сходимости. Пусть $\varphi(x)$ — решение уравнения (1.2) для функции $f_1(x)$, непрерывной вместе с производной при $0 \leq x \leq x_0$, а $\varphi_n(x)$ — решение соответствующего приближенного уравнения, когда в разложении ядра в ряд ограничиваемся n членами. Вычтем одно уравнение из другого и обозначим разность $\varphi - \varphi_n$ через ψ_n . Тогда придем к уравнению относительно $\psi_n(x)$, аналогичному (1.2)

$$\varepsilon_n(x) = \int_0^x \psi_n(s) \left(\frac{1+x-s}{x-s} \right)^{1/2} ds \quad \left(\varepsilon_n(x) = \sqrt{1+x} \int_0^x \sum_{k=n+1}^{k=\infty} C_k \left(\frac{s}{1+x} \right)^k \frac{\varphi_n(s) ds}{\sqrt{x-s}} \right) \quad (3.1)$$

Покажем, что если $\varphi_n(x)$ — непрерывна вместе с производной, то $\varepsilon_n(x)$ и $\varepsilon_n'(x)$ стремятся к нулю при $n \rightarrow \infty$.

Из определения $\varepsilon_n(x)$ и непрерывности $\varphi_n(x)$ следует

$$|\varepsilon_n(x)| \leq M \sum_{k=n+1}^{k=\infty} C_k \left(\sqrt{1+x} \int_0^x \left(\frac{s}{1+x} \right)^k \frac{|\varphi_n(s)| ds}{\sqrt{x-s}} \right) \leq M$$

Но сумма $C_{n+1} + C_{n+2} + C_{n+3} + \dots$ есть остаток сходящегося числового ряда, т. е. при $n \rightarrow \infty$ эта сумма стремится к нулю. Дифференцируя $\varepsilon_n(x)$ получаем¹

¹ При дифференцировании $\varepsilon_n(x)$ пользуемся формулой

$$\frac{d}{dx} \int_0^x \frac{f(s) ds}{\sqrt{x-s}} = \frac{f(0)}{\sqrt{x}} + \int_0^x \frac{f'(s) ds}{\sqrt{x-s}}$$

которая справедлива для произвольной функции $f(s)$, непрерывной вместе с производной на отрезке $0 \leq s \leq x$.

$$\varepsilon_n'(x) = \sqrt{1+x} \int_0^x \sum_{k=n+1}^{k=\infty} C_k \left(\frac{s}{1+x}\right)^k \frac{\varphi_n'(s) ds}{\sqrt{x-s}} + \frac{(n+1)C_{n+1}}{\sqrt{1+x}} \int_0^x \left(\frac{s}{1+x}\right)^n \frac{\varphi_n(s) ds}{\sqrt{x-s}} \quad (3.2)$$

Для доказательства того, что $\varepsilon_n'(x) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$, достаточно показать, что $(n+1)C_{n+1} \rightarrow 0$ при $\rightarrow \infty$, так как остальные члены стремятся к нулю так же, как и в предыдущем случае. Можно показать, что

$$(n+1)C_{n+1} = \frac{1}{2} \frac{(2n-1)!!}{(2n)!!} = \frac{(2n)!!}{2^{n+1}(n!)^2}$$

Применяя формулу Стирлинга, окончательно получаем, что $(n+1)C_{n+1} \sim 1/2\sqrt{\pi n}$ при $n \rightarrow \infty$, т. е. стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$.

Заменим в уравнении (3.1) x на t , умножим обе части на $(x-t)^{-1/2} dt$ и проинтегрируем в пределах от 0 до x . Если теперь изменить справа порядок интегрирования и продифференцировать, получим

$$f_n(x) = \psi_n(x) + \frac{1}{\pi} \int_0^x \psi_n(s) K(x, s) ds$$

$$f_n(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^x \frac{\varepsilon_n'(t) dt}{\sqrt{x-t}}, \quad K(x, s) = \frac{E(k)}{\sqrt{1+x-s}} - \frac{F(k) - E(k)}{(x-s)\sqrt{1+x-s}} \quad (3.3)$$

Здесь E, F — полные эллиптические интегралы первого и второго рода, а

$$k^2 = \frac{x-s}{1+x-s}$$

Уравнение (3.3) — интегральное уравнение Вольтерра второго рода с непрерывным ядром, и для него справедлива оценка

$$|\psi_n(x)| \leq |f_n(x)| + \frac{K_0}{\pi} \exp \frac{K_0 x_0}{\pi} \int_0^x |f_n(s)| ds \quad (|K(x, s)| \leq K_0) \quad (3.4)$$

Величина $\varepsilon_n'(x) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$, поэтому $f_n(x)$ также стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$, и, переходя к пределу в неравенстве (3.4), получаем, что $|\varphi(x) - \psi_n(x)| \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$. В доказательстве использовалась непрерывность $\varphi_n(x)$. Однако для $\varphi_n(x)$ можно допустить разрыв вида $1/\sqrt{x}$ при $x=0$ (который появляется, если $f(0) \neq 0$). Легко видеть, что особенность такого типа на сходимость не влияет.

§ 4. Движение профиля с постоянной скоростью. Пусть в некоторый момент времени тонкий слабоизогнутый профиль мгновенно приобретает скорость c_0 и далее продолжает движение с этой скоростью. Для простоты ограничимся рассмотрением движения плоской пластинки единичной длины с малым углом атаки β . При этом $f_1(x) = -\pi c_0 \beta$ и в первом приближении ($n=1, y_0 = f(x)$) решением уравнения (1.2) будет функция

$$\varphi(x) = -\frac{c_0 \beta}{\sqrt{x(1+x)}} \quad (4.1)$$

а соответствующее выражение для подъемной силы, определенное по формуле (1.1), равно:

$$Y = \pi r c_0^2 \beta \left[1 - \frac{\Pi(\varphi, n, k)}{\pi \sqrt{1+x}} \right]$$

$$(\varphi = 1/2 \pi, \quad n = x, \quad k^2 = x/(1+x))$$

Здесь Π — эллиптический интеграл третьего рода. Величина $\pi r c_0^2 \beta$ — подъемная сила установившегося движения.

Для нахождения решения уравнения (1.2) с более высокой степенью точности система (2.1) была проинтегрирована численно. В результате расчетов для $\varphi(x)$ при

$f_1(x) \equiv 1$ получено выражение

$$\varphi(x) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \Psi(x) \right) \quad (4.2)$$

Значения $\Psi(x)$ ($n = 20$) приведены в таблице.

При определении подъемной силы было использовано представление в виде ряда следующего интеграла:

$$\int_0^x \frac{\varphi(s) ds}{\sqrt{(2a+x-s)(x-s)}} = \frac{1}{\sqrt{2a+x}} \left[y_0 + \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{(2k-1)!!}{(2k)!!} \frac{y_k}{(2a+x)^k} \right] \quad (4.3)$$

Таким образом, для определения гидродинамических сил нет необходимости вычислять $\varphi(x)$; достаточно иметь решение системы (2.1). На фиг. 1 даются графики значений подъемной силы $Y(x)/\pi r c_0^2 \beta$ и плотности распределения вихрей $\varphi(x)/[-c_0 \beta]$ (пунктиром приведены кривые, соответствующие первому приближению, сплошной линией — значения, соответствующие численному решению при $n = 20$, кружочками — результаты Вагнера [4]). Как видно из графиков, первое приближение дает неплохие результаты: погрешность $Y(x)$ составляет менее 5%. Точность результатов Вагнера — около 0,5%.

§ 5. Нестационарные колебания пластинки.

Пусть теперь пластинка единичной длины движется по закону $c = c_0 \sqrt{x/(1+x)}$, т. е. в начальный момент разгон с постоянным ускорением с последующим переходом в установившееся движение со скоростью c_0 . Тогда $f_1(x) = -\pi c_0 \beta \sqrt{x/(1+x)}$, и в первом приближении решением уравнения (1.2) будет функция

$$\varphi_1(x) = -\pi c_0 \beta / 2\sqrt{(1+x)^3} \quad (5.1)$$

Наложим на это движение малые гармонические колебания

$$v = A_0 \sin \omega x \quad (A_0^2 \ll 1)$$

В силу линейности уравнения (1.2) плотность распределения вихрей равна $\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$, где φ_2 — решение уравнения (1.2) для $\Delta f_1 = A_0 \sin \omega x$. Если известно

Значения $\Psi(x)$

x	$\Psi(x)$	x	$\Psi(x)$	x	$\Psi(x)$	x	$\Psi(x)$	x	$\Psi(x)$
0.00	0.0000	0.08	0.1376	0.80	0.3454	3.0	0.3719	6.0	0.3159
0.01	0.0498	0.10	0.1529	1.0	0.3623	3.5	0.3626	7.0	0.3003
0.02	0.0702	0.20	0.2095	1.5	0.3818	4.0	0.3530	8.0	0.2863
0.04	0.0986	0.40	0.2781	2.0	0.3846	4.5	0.3433	9.0	0.2739
0.06	0.1200	0.60	0.3192	2.5	0.3797	5.0	0.3335	10.0	0.2630

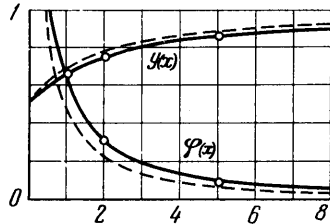
решение $\varphi^*(x)$ уравнения (1.2) для $f_1^*(x) \equiv 1$, то для произвольной функции $f_1(x)$ решение дается интегралом Дюамеля

$$\varphi(x) = f_1(0) \varphi^*(x) + \int_0^x \varphi^*(s) f_1'(x-s) ds \quad (5.2)$$

Таким образом, пользуясь интегралом Дюамеля и выражением (4.2), можем по формулам (1.1) найти подъемную силу при произвольном законе движения профиля. В первом приближении $\varphi_2(x)$ можно определить по формуле Дюамеля при помощи выражения (4.1)

$$\varphi_2(x) = A_0 \omega [\sin \omega x S^\circ(x) + \cos \omega x C^\circ(x)]$$

$$\left(S^\circ(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^x \frac{\sin \omega s ds}{\sqrt{s(1+s)}}, \quad C^\circ(x) = \frac{1}{\pi} \int_0^x \frac{\cos \omega s ds}{\sqrt{s(1+s)}} \right) \quad (5.3)$$



Фиг. 1

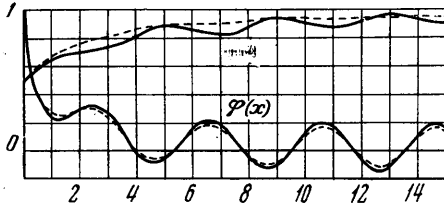
Значение подъемной силы, соответствующее первому приближению, определяется по формуле (1.1) при помощи выражения для $\varphi(x)$. При $x \rightarrow \infty$ функции $S^\circ(x)$ и $C^\circ(x)$ стремятся к своим асимптотическим значениям, и для плотности распределения вихрей получаем выражение

$$\varphi(x) = A_0 \omega \{ \cos \omega(1+x) - \sqrt{2} S(\sqrt{\omega}) \sin \times \\ \times [\omega(1+x) + 1/4\pi] - \sqrt{2} C(\sqrt{\omega}) \cos \times \\ \times [\omega(1+x) + 1/4\pi] \} \quad (5.4)$$

где S и C — интегралы Френеля.

На фиг. 2 даны графики значений подъемной силы и плотности распределения вихрей для случая поперечных колебаний

$$c = c_0 \sqrt{x/(1+x)}, \quad v = a_0 c_0 \beta \sin \omega x \\ (a_0 = 0.1 \quad \omega = 1/2\pi)$$



Фиг. 2

Первое приближение, погрешность которого для $Y(x)$ составляет 7—9%, построено пунктиром, результаты численного интегрирования при $n = 15$ — сплошной линией. На графиках значения подъемной силы без учета эффекта присоединенных масс отнесены к подъемной силе, получающейся по гипотезе стационарности, плотность распределения вихрей — к $[-1/2\pi c_0 \beta]$.

§ 6. Рикошет и неавтономная посадка редана. Рассмотрим плоскую задачу о падении пластинки массы m на поверхность идеальной несжимаемой жидкости. Горизонтальную составляющую скорости пластинки в момент соприкосновения со свободной поверхностью полагаем равной c_0 , вертикальную — v_0 , угол со свободной поверхностью считаем малым и равным β . Глубину погружения задней кромки пластинки обозначим через $h(x)$. Пластинку считаем достаточно длинной и ее движение в жидкости рассматриваем до тех пор, пока верхний край находится над свободной поверхностью. Задачи о рикошете пластинки от свободной поверхности жидкости и о посадке пластинки на свободную поверхность рассматриваются при следующих предположениях:

- 1° горизонтальная составляющая скорости пластинки постоянна;
- 2° угол пластинки со свободной поверхностью не меняется;
- 3° на пластинку действуют сила тяжести и подъемная сила нестационарного глассирования;
- 4° величина смоченной поверхности равна поверхности пластинки под невозмущенным уровнем свободной поверхности жидкости¹.

Кроме того, не будем учитывать гидростатические силы, так как их влияние незначительно. Горизонтальная составляющая скорости пластинки предполагается постоянной, поэтому в качестве независимой переменной принимаем путь, пройденный пластинкой с момента соприкосновения со свободной поверхностью в направлении оси x и заменяем дифференцирование по времени на дифференцирование по пути $d/dt = c_0 d/dx$.

Пользуясь предположениями 1°—4° и соотношениями (1.1), (1.2), приходим к следующей системе интегро-дифференциальных уравнений, описывающих движение пластинки²:

$$m c_0^2 \frac{d^2 h}{dx^2} = Y(x) - mg, \quad -2\pi a v_2 = \int_0^x \varphi(s) \left(\frac{2a+x-s}{x-s} \right)^{1/2} ds \quad (6.1)$$

с начальными условиями

$$x = 0, \quad h(0) = 0, \quad h'(0) = -v_0 / c_0$$

Система определяющих параметров задачи, а именно, c_0 , v_0 , β , m , ρ , g допускает три безразмерные комбинации

$$\alpha = \frac{v_0}{c_0}, \quad \beta, \quad \gamma = \frac{c_0}{\sqrt{(m/\rho)^{1/2} g}}, \quad (6.2)$$

которые и определяют движение пластинки. Введем безразмерные переменные

$$x = \bar{x} \sqrt{m/\rho}, \quad h = \bar{h} \sqrt{m/\rho}, \quad v = \bar{v} c_0, \quad \varphi = \bar{\varphi} \pi c_0$$

¹ Подпор жидкости не учитывается.

² Значения подъемной силы $Y(x)$ и массы m отнесены к единице ширины пластинки

и заменим интегральное уравнение (1.2) системой обыкновенных дифференциальных уравнений (2.1). Интегральный член $Y(x)$, учитывающий плотность распределения вихрей, представим в форме (4.3). Это дает возможность свести систему интегродифференциальных уравнений (6.1) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений (черточки над безразмерными переменными опускаем)

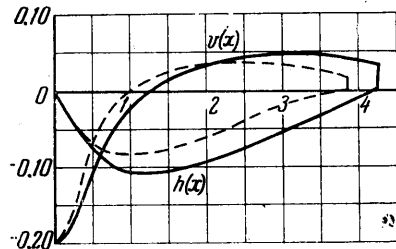
$$\begin{aligned} h' &= v, \\ v' &= -\frac{2\lambda h}{1 + \lambda h^2} (\beta - v) [\delta + 2(\beta - v)] - \frac{1}{\gamma^2 (1 + \lambda h^2)}, \\ y_1' &= \frac{1}{2} y_0 + x y_0', \quad y_2' = \frac{1}{2} y_1 + x y_1', \dots \\ \lambda &= \frac{\pi}{8\beta^2}, \quad y_0 = \frac{h(\beta - v)}{\beta \sqrt{2a + x}} + \sum_{k=1}^{k=\infty} C_k \frac{y_k}{(2a + x)^k} \\ \delta &= \frac{1}{\sqrt{2a + x}} \left[y_0 + \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{(2k - 1)!!}{(2k)!!} \frac{y_k}{(2a + x)^k} \right] \end{aligned} \quad (6.3)$$

с начальными условиями

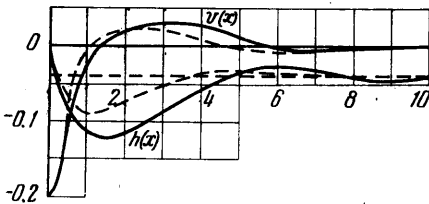
$$x = 0, \quad h(0) = 0, \quad v(0) = -\alpha, \quad y_1(0) = \dots = y_n(0) = \dots = 0$$

При решении системы (6.3) для заданных значений α , β и γ возможны два случая: либо α , β , γ таковы, что произойдет рикошет пластинки от свободной поверхности жидкости, либо после приведения, совершив несколько колебаний, движение пластинки перейдет в режим стационарного глиссирования с глубиной погружения задней кромки, равной $2/\lambda\gamma^2$. На фиг. 3 приведены результаты численного интегрирования системы (6.3) для случая $\alpha = 0.2$, $\beta = 0.1$, $\gamma = 6$.

Безразмерные значения глубины погружения задней кромки пластинки $h(x)$ и вертикальной составляющей скорости $v(x)$ даны в зависимости от пути, пройденного пластинкой с момента соприкосновения со свободной поверхностью. Пунктиром приведены значения $h(x)$ и $v(x)$ при расчете движения пластинки без учета вихрей, сбегаящих с задней кромки. Как видно из графиков, учет вихрей существенно влияет на характер движения. При погружении наличие вихрей приводит к уменьшению подъемной силы и увеличению $h(x)$. При всплытии их влияние сводится к некоторому увеличению подъемной силы, особенно существенному при выходе пластинки на свободную поверхность жидкости. Однако суммарный эффект приводит к тому, что траектория задней кромки пластинки лежит значительно ниже, чем при отсутствии вихрей. На фиг. 4 приведены результаты посадки редана с переходом в глиссирование для $\alpha = 0.2$, $\beta = 0.1$, $\gamma = 4$. Как и в предыдущем случае, результаты численного интегрирования системы (6.3) даны сплошной линией, расчеты без учета вихрей — пунктиром. Совершив несколько колебаний, функции $h(x)$ и $v(x)$ приближаются к своим асимптотическим значениям.



Фиг. 3

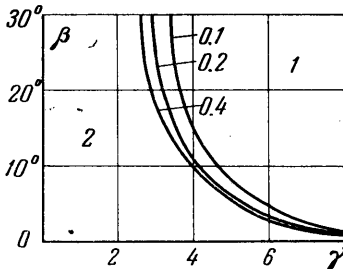


Фиг. 4

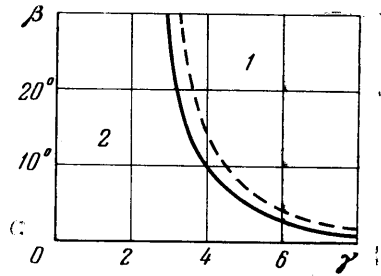
При рассмотрении подобного класса задач наибольший интерес представляет определение границы рикошетирования, т. е. такого соотношения между α , β и γ , которое при всплытии пластинки в момент выхода задней кромки на свободную поверхность дает вертикальную скорость, равную нулю. Зная положение границы рикошетирования, можно в каждом отдельном случае, не решая задачи, определить, произойдет ли плавная посадка пластинки на воду с переходом в глиссирование или будет рикошет. Для определения границы рикошетирования была проведена серия расчетов по численному интегрированию системы (6.3). Результаты расчетов приводятся

¹ Расчеты проводились при $n = 10$. При увеличении порядка системы результаты практически не меняются.

на фиг. 5, где в плоскости β, γ построено семейство кривых, соответствующих различным углам падения пластинки; на кривых указаны значения тангенса угла падения $\alpha = v_0 / c_0$; γ — согласно (6.2). Эти кривые выделяют область 1 — рикошетирования и область 2 — глассирования. Расчеты показывают, что тенденция к рикошету увеличивается при увеличении горизонтальной скорости, при увеличении угла дифферента β , при увеличении угла падения (в рамках линейности) и уменьшении веса



Фиг. 5



Фиг. 6

пластинки. Сравнение границ области 1 рикошетирования для $\alpha = 0.2$ с учетом и без учета вихрей (пунктирная линия) дано на фиг. 6.

НИИ механики МГУ

Поступило 30 VI 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Wagner H. Über Stoss- and Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten. Z. angew. Math. und Mech., 1932, Н. 4, В. 12, s. 193—216.
2. Седов Л. И. Теория нестационарного глассирования и движения профиля со сбегающими вихрями, Тр. ЦАГИ, 1936, вып. 252.
3. Михлин С. Г. Лекции по линейным интегральным уравнениям, Физматгиз, 1959.
4. Wagner H. Über die Entstehung dynam. Auftriebs von Trägflügeln. Z. angew. Math. und Mech., 1925, Н. 1, В. 5, s. 17—35.

О ВЫРАВНИВАНИИ ПЛОСКОГО ТЕЧЕНИЯ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ ЧЕРЕЗ ВРАЩАЮЩУЮСЯ КРУГОВУЮ РЕШЕТКУ ТОНКИХ ИЗОГНУТЫХ ЛОПАТОК С РАДИАЛЬНЫМ НАПРАВЛЕНИЕМ НА ВХОДЕ

Н. Б. ТРЕЙНЕР (Донецк)

Задача о выравнивании двухмерного течения несжимаемой жидкости через плоскую решетку радиальных пластин решена приближенно В. Т. Митрохиным [1].

Ниже приводится приближенное решение той же задачи для решетки тонких изогнутых лопаток, имеющих радиальное направление на входе.

В основу предлагаемого решения положены те же предположки, что и в работе [1]. Из полученных формул для определения радиуса выравнивания потока и потерь энергии, связанных с отрывным обтеканием, формулы В. Т. Митрохина для решетки радиальных пластин вытекают как частный случай.

Обозначения

p — статическое давление	касательной к профилю на входе в решетку
p^* — полное давление	ω — угловая скорость решетки
c — абсолютная скорость	r — радиус
w — относительная скорость	ρ — плотность жидкости
u — окружная скорость	φ — угловой шаг решетки
α — угол между векторами абсолютной и окружной скоростей	z — число профилей
β — угол между векторами относительной и окружной скоростей	θ — текущий угол, определяющий координату точки потока, отсчитываемый от средней линии межлопаточного канала
ε — текущий угол, определяющий координату точки профиля, отсчитываемый против часовой стрелки от	