Тогда решение уравнения (2.6) может быть записано в виде

$$C(x, y, z, t) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 \varphi_1\varphi_2\varphi_3}} \exp\left[-\frac{(x-u_0t\,|\,m)^2}{2\varphi_1} - \frac{y^2}{2\varphi_2} - \frac{z^2}{2\varphi_3}\right] \qquad (2.8)$$

Перейдем к вычислению φ_i. Аппроксимируя корреляционные функции выражениями

$$U(t_1, t_2) = \frac{8}{15}\zeta_0^2\frac{u_0^2}{m^2}\exp\left[-\frac{|t_1-t_2|}{\tau}\right]$$

$$V(t_1, t_2) = \frac{1}{15}\zeta_0^2\frac{u_0^2}{m^2}\exp\left[-\frac{|t_1-t_2|}{\tau}\right] = W(t_1, t_2) \qquad (2.9)$$

и вычислив интегралы (2.5), найдем

$$\varphi_1(t) = {}^{16}/_{15}\zeta_0^2u_0^2m^{-2}\tau^2[t\,/\,\tau - 1 + e^{-t/\tau}], \qquad \varphi_2(t) = \varphi_3(t) = {}^{1}/_{8}\varphi_1(t) \qquad (2.10)$$

Дифференцируя (2.10), выпишем коэффициенты b_i

$$b_1(t) = {}^{16}/_{15}\zeta_0^2u_0^2\,/\,m^{-2}\tau(1 - e^{-t/\tau}), \qquad b_2(t) = b_3(t) = {}^{2}/_{15}\zeta_0^2u_0^2m^{-2}\tau(1 - e^{-t/\tau}) \qquad (2.11)$$

Если $t \ll \tau$, то из (2.12) следуют формулы

$$b_1(t) = {}^{16}/_{15}\zeta_0^2u_0^2m^{-2}t, \qquad b_2(t) = b_3(t) = {}^{2}/_{15}\zeta_0^2u_0^2m^{-2}t \qquad (2.12)$$

Напротив, для больших $t \gg \tau$ коэффициенты b_i не зависят от t

$$b_1 = {}^{16}/_{15}\zeta_0^2u_0^2m^{-2}\tau, \qquad b_2 = b_3 = {}^{2}/_{15}\zeta_0^2u_0^2m^{-2}\tau \qquad (2.13)$$

Зависимость φ_i от параметра τ открывает возможность при определенных условиях, интерпретируя натурные замеры $C(r, t)$ при помощи описанной выше теории, находить τ, а через него и радиус корреляции проницаемости $a \sim \tau u_0\,/\,m$.

Аналогично может быть проанализирован важный вариант задачи, когда рассеяние потока происходит на совокупности неоднородностей разных масштабов, некоррелированных между собой. И в этом случае, интерпретируя $C(r, t)$ соответствующим образом, можно получить важные сведения о величинах масштабов, распределении дисперсии по масштабам и т. д.

Очевидно, что для совместного учета дисперсионных эффектов, обусловленных рассеянием на микро- и макронеоднородностях, в уравнении (2.6) к коэффициентам $b_i(t)$ следует добавить постоянные b_i^* — коэффициенты конвективной дисперсии. При малых t из (2.12) следует, что именно b_i^* будут определять процесс рассеяния. Напротив, при достаточно больших ζ_0, τ и t коэффициент b_i может оказаться значительно больше, чем b_i^*.

Поступило 29 XII 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Scheidegger A. E. Statistical hydrodynamics in porous media. J. Appl. Phys., 1954, vol. 25, No. 8.
2. Saffman P. G. A theory of dispersion in a porous medium. J. Fluid Mech., 1959, vol. 6, No. 3.
3. Николаевский В. Н. Конвективная диффузия в пористых средах. ПММ, 1959, т. 23, вып. 6.
4. Шестаков В. М. Основы гидрогеологических расчетов при фильтрации из хранилищ промышленных стоков. ВОДГЕО. Научн. сообщ. лаборатории водного хозяйства. М. 1961.
5. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. Физматгиз, 1961.

Хроника

О присуждении премии имени С. А. Чаплыгина в 1967 году. По представлению экспертной комиссии и Отделения механики и процессов управления Президиум Академии наук СССР постановил:

Присудить премию имени С. А. Чаплыгина 1967 года в размере 1000 рублей кандидату физико-математических наук **КУЛИКОВСКОМУ АНДРЕЮ ГЕННАДЬЕВИЧУ** (Математический институт им. В. А. Стеклова АН СССР) за работы «Об устойчивости однородных состояний» и «Об устойчивости течения Пуазейля и некоторых других плоско-параллельных течений в плоской трубе большой, но конечной длины при больших числах Рейнольдса».