ние проекции той же силы, действующей по потоку при $\beta_1 > 90°$, приводят к снижению коэффициента потерь энергии.

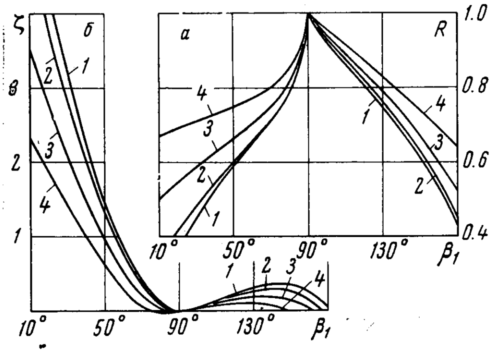
При $L > 3$ значения R и ζ мало отличаются от тех же величин при $L = \infty$ (на ЭВМ вместо $L = \infty$ принималось $L = 1000$), и можно пользоваться более простыми формулами В. Т. Митрохина. Если круговая решетка состоит из профилей, отличных от дуги окружности, то потери в ней можно приближенно определить, заменив профиль дугой окружности, радиус которой

$$L = \frac{(r_2 / r_1)^2 - 1}{2 (r_2 / r_1) \cos \beta_2} \qquad (3.10)$$

Для многих центростремительных круговых решеток $L < 2$ (например, решетка рабочего колеса радиальной гидротурбины привода горных машин при $r_2 / r_1 = 0.42$ и $\beta_2 = 150°$ имеет $L = 1.16$). Расчет коэффициента потерь энергии для таких решеток следует производить с учетом кривизны профиля.

Наибольший угловой шаг решетки φ_{max}, при котором возможно безотрывное обтекание, определяется из (1.9) и (3.3.2), (3.4) при $R = 1$

$$\varphi_{max} = (U + 1/2L)^{-1} \qquad (3.11)$$



Фиг. 2

Зависимость радиуса выравнивания потока *а* и коэффициента потерь энергии *б* от β_1 и L при $U = 1$ и $\varphi = \frac{1}{4}\pi$: *1* — $L = \infty$, *2* — $L = 3$, *3* — $L = 1$, *4* — $L = 0{,}5$

Тогда число лопаток, соответствующее этому шагу z_{min}, учитывая, что $U = \operatorname{ctg} \alpha_1$ при $\beta_1 = 90°$, определяется по формуле

$$z_{min} = 2\pi (\operatorname{stg} \alpha_1 + 1/2L) \qquad (3.12)$$

В случае, если $z < z_{min}$, радиус выравнивания потока при $\beta_1 = 90°$ находится из уравнения

$$\left[1 + \frac{\varphi (1 + R^2)}{2m} + U\varphi \frac{m^2}{4L^2}\right]^2 - \frac{m^2\varphi}{L^2}\left(\frac{1}{m} + U\right) = 0 \qquad (3.13)$$

Поступило 19 VI 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Митрохин В. Т. К задаче выравнивания плоского течения несжимаемой жидкости через вращающуюся решетку радиальных пластин. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1960, № 5.
2. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика, ч. I. Физматгиз, 1963.

О НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ ТЕЛА ПОД ТВЕРДОЙ СТЕНКОЙ И СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

А. Н. ШЕБАЛОВ

(Ленинград)

В последнее время появился ряд работ В. С. Сабанеева [1, 2], Айзенберга [3], Гавелока [4], в которых рассматривается движение эллипсоида вращения в присутствии твердой стенки. В работе Э. Д. Блоха и А. С. Гиневского [5] рассматривается задача о движении системы тел в идеальной жидкости и, в частности, под твердой поверхностью и свободной поверхностью жидкости, когда на ней выполняется условие $\partial\varphi / \partial x = 0$. Ниже, используя метод академика Кочина [5], разработанный им для решения волновых задач, строится решение задачи о неустановившемся движении тела произвольной формы под твердой стенкой и свободной поверхностью, когда на ней выполняется условие $\partial\varphi / \partial x = 0$.

Задача о движении тела под твердой стенкой эквивалентна задаче о движении тела под свободной поверхностью при числе Фруда $F \to 0$, ($F = v(t) / \sqrt{gL}$; g — ускорение силы тяжести, а L — характерная длина тела). Аналогично задача о движении тела под свободной поверхностью, когда на ней выполняется условие $\partial\varphi / \partial x = 0$, эквивалентна задаче о движении тела под свободной поверхностью с очень большими скоростями, т. е. при $F \to \infty$.

1. Рассмотрим неустановившееся движение тела произвольной формы под твердой стенкой. Расположим начало координат на твердой стенке, ось x направим по направлению движения тела, ось y — вправо, а ось z — вверх.

Обозначим через $\varphi(x, y, z, t)$ потенциал вызванных скоростей в абсолютном движении. Тогда задача по нахождению функции $\varphi(x, y, z, t)$ сведется к уравнению

$$\Delta\varphi = 0 \tag{1.1}$$

при следующих граничных и начальных условиях:

$$\partial\varphi / \partial z = 0 \quad \text{при} \quad z = 0 \qquad \text{на твердой поверхности} \tag{1.2}$$

$$\partial\varphi / \partial n = v(t) \cos(n, x) \qquad \text{на поверхности тела} \tag{1.3}$$

$$\operatorname{grad}\varphi \to 0 \qquad \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \to \infty \qquad \text{на бесконечности} \tag{1.4}$$

В качестве начальных условий примем, что тело начинает свое движение из состояния покоя, т. е. при

$$v(0) = 0, \qquad \partial\varphi / \partial t = 0, \qquad \varphi = 0 \quad \text{при } t = 0 \tag{1.5}$$

Окружим движущееся под твердой поверхностью тело поверхностями S_1 и S_∞.

Возьмем произвольную точку $P(x, y, z)$, лежащую вне S_1 и внутри S_∞. Тогда потенциал скорости в этой точке согласно формулы Грина можно представить в следующем виде

$$\varphi(x, y, z, t) = \varphi_1(x, y, z, t) + \varphi_2(x, y, z, t) \tag{1.6}$$

$$\varphi_1 = -\frac{1}{4\pi}\int\limits_{S_1}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial\varphi}{\partial n}\frac{1}{r}\right)dS, \qquad \varphi_2 = \frac{1}{4\pi}\int\limits_{S_\infty}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial}{\partial n}\frac{1}{r}\right)dS$$

$$\left(r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}\right) \tag{1.7}$$

Функция φ_1, есть гармоническая во всем пространстве вне S_1, а φ_2 — гармоническая функция внутри S_∞. Ясно, что при сужении S_1 до S поверхности тела, значение φ_1 в точке $P(x, y, z)$ не изменяется и, при расширении S_∞ значение φ_2 в точке $P(x, y, z)$ также не изменяется. При этом поверхность S_∞ можно распространить на все нижнее полупространство.

Построим теперь функцию φ_2 другим способом. Заметим, что функция φ_1, определенная равенством (1.7), представлена в виде суммы потенциала простого слоя и потенциала двойного слоя или, иначе говоря, в виде непрерывного распределения источников и диполей.

Пусть в точке $Q(\xi, \eta, \zeta)$ нижнего полупространства находится источник. Образуем новую функцию, которая была гармонической в нижнем полупространстве

$$q(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t) = \frac{1}{r} + q_1(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t) \tag{1.8}$$

Функция $q(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t)$ должна удовлетворять граничным условиям

$$\partial q / \partial z = 0 \quad \text{при } z = 0$$

и производные $\partial q / \partial x$, $\partial q / \partial y$, $\partial q / \partial z$ ограничены в бесконечно удаленной части нижнего полупространства. Ясно, что функция q дает решение задачи о движении источника под твердой стенкой. Составим функцию

$$\varphi(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t) = -\frac{1}{4\pi}\int\limits_S\left(q\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial q}{\partial n}\right)dS =$$

$$= -\frac{1}{4\pi}\int\limits_S\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial}{\partial n}\frac{1}{r}\right)dS - \frac{1}{4\pi}\int\limits_S\left(q_1\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial q_1}{\partial n}\right)dS \tag{1.9}$$

Если теперь сопоставить (1.9) с (1.7), то можно видеть, что первый член в (1.9) в точности совпадает со значением для φ_1, а второй член — новое представление функции φ_2, т. е.

$$\varphi_2(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t) = -\frac{1}{4\pi}\int\limits_S \left(q_1 \frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial q_1}{\partial n}\right) dS \tag{1.10}$$

Нетрудно проверить, что функция $q(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t)$, удовлетворяющая граничному условию $\partial q / \partial z = 0$ при $z = 0$ и ограниченная на бесконечности, должна иметь вид

$$q = \frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} \qquad (r_1 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta)^2}) \tag{1.11}$$

Итак, в рассматриваемом случае

$$q_1 = \frac{1}{r_1} = \frac{1}{2\pi}\int\limits_0^\infty \int\limits_{-\pi}^{\pi} e^{k[z+\zeta+i(x-\xi)\cos\theta + i(y-\eta)\sin\theta]}\, d\theta\, dk \tag{1.12}$$

Запишем теперь в явном виде выражение для φ_2, учитывая, что

$$\frac{\partial q_1}{\partial n} = \frac{\partial q_1}{\partial \xi}\cos(n, \xi) + \frac{\partial q_1}{\partial \eta}\cos(n, \eta) + \frac{\partial q_1}{\partial \zeta}\cos(n, \zeta)$$

Тогда

$$\varphi_2(x, y, z, \xi, \eta, \zeta, t) = -\frac{1}{4\pi}\int\limits_S \left(q_1 \frac{\partial\varphi}{\varphi n} - \varphi\frac{\partial q_1}{\partial n}\right) dS =$$

$$= -\frac{1}{8\pi^2}\int\limits_0^\infty \int\limits_{-\pi}^{\pi} e^{k[z+i(x\cos\theta + y\sin\theta)]}\, \overline{H}(k, \theta, t)\, d\theta\, dk \tag{1.13}$$

Здесь $\overline{H}(k, \theta, t)$ функция Кочина [5]

$$H(k, \theta, t) = \int\limits_S e^{k[\zeta - i(\xi\cos\theta + \eta\sin\theta)]} \left\{\frac{\partial\varphi}{\partial n} - k\varphi\,[-i\cos\theta\cos(n, \xi) - \right.$$

$$\left. - i\sin\theta\cos(n, \eta) + \cos(n, \zeta)]\right\} dS$$

Определим силы, действующие со стороны жидкости на движущееся тело произвольной формы с переменной скоростью $v(t)$.

Обозначим через R главный вектор гидродинамических сил. Тогда

$$\mathbf{R} = -\int\limits_S (p - p_0)\,\bar{n}\, dS \tag{1.14}$$

где избыточное давление $p - p_0$ определяется интегралом Лагранжа

$$p - p_0 = -\rho\partial\varphi / \partial t - {}^1/_2\rho v^2(t) - \rho g z \tag{1.15}$$

Подставляя (1.15) в (1.14), получим

$$\mathbf{R} = \rho\int\limits_S \frac{\partial\varphi}{\partial t}\,\mathbf{n}\, dS + \frac{\rho}{2}\int\limits_S v^2(t)\, n\, dS + \rho g\int\limits_S z n\, dS \tag{1.16}$$

Обозначим через $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$, $\mathbf{k}$ единичные орты, направленные вдоль осей x, y и z. Тогда

$$\int\limits_S z\mathbf{n}\, dS = V\mathbf{k}$$

где V — объем, заключенный внутри поверхности S. Так как $v_n = 0$ на S, то второй интегральный член в (1.16) можно записать в виде

$$\mathbf{j} = \frac{\rho}{2}\int\limits_S [v^2(t)\,\mathbf{n} - v_n v(t)]\, dS$$

После ряда известных преобразований [5] выражение для J можно привести к виду

$$j = \rho \int\limits_S \left[\nabla\varphi_2 \times (\mathbf{n} \times \nabla\varphi_1) - \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} \nabla\varphi_2 \right] dS \tag{1.17}$$

где φ_2 определяется выражением (1.13). Ради простоты вычислений положим

$$\varphi_1 = \int\limits_S \frac{\sigma}{r} dS \tag{1.18}$$

где σ дает закон распределения источников по поверхности тела S.

Введем вектор

$$\mathbf{C}(k, \theta, t) = \int\limits_S \left[\nabla e^{kz+ik\omega} \times (\mathbf{n} \times \nabla\varphi_1) - \frac{\partial\varphi_1}{\partial n} \nabla e^{kz+ik\omega} \right] dS$$

тогда

$$\mathbf{J} = -\frac{1}{8\pi^2} \int\limits_0^\infty \int\limits_{-\pi}^{\pi} \overline{H}(k, \theta, t)\, \mathbf{C}(k, \theta, t)\, d\theta\, dk \tag{1.19}$$

Вычисления показывают, что

$$C(k, \theta, t) = -kH(k, \theta, t)\mathbf{E}$$

$$\left(H(k, \theta, t) = 4\pi \int\limits_S e^{k(z+ix\cos\theta+iy\sin\theta)} \sigma\, dS, \quad \mathbf{E} = i\cos\theta\mathbf{i} + i\sin\theta\mathbf{j} + \mathbf{k}\right)$$

Вычислим теперь первый член (1.16). Предположим, что можно представить

$$\sigma = v(t)\sigma_1, \qquad H(k, \theta, t) = v(t)H_1(k, \theta)$$

Тогда

$$\rho \int\limits_S \frac{\partial\varphi}{\partial t} \mathbf{n}\, dS = \frac{dv(t)}{dt} \left[\rho \int\limits_S \left(\int\limits_S \frac{\sigma_1}{r} dS - \frac{1}{8\pi^2} \int\limits_0^\infty \int\limits_{-\pi}^{\pi} e^{k(z+ix\cos\theta+iy\sin\theta)} (\overline{H}_1(k, \theta)\, d\theta\, dk) \right) \right] \mathbf{n}\, dS \tag{1.20}$$

Возвращаясь вновь к формуле (1.16) и учитывая, что $\mathbf{R} = \mathbf{i}R_x + \mathbf{j}R_y + \mathbf{k}R_z$, получим

$$R_x = \frac{dv(t)}{dt} \left[\rho \int\limits_S \left(\int\limits_S \frac{\sigma_1}{r} dS - \right.\right.$$

$$\left.\left. - \frac{1}{8\pi^2} \int\limits_0^\infty \int\limits_{-\pi}^{\pi} e^{k(z+ix\cos\theta+iy\sin\theta)} \overline{H}_1(k, \theta)\, d\theta\, dk \right) \cos(n, x)\, dS \right] \tag{1.21}$$

$$R_z = \gamma V + \frac{\rho}{8\pi^2} \int\limits_0^\infty \int\limits_{-\pi}^{\pi} k\, |H(k, \theta, t)|^2\, d\theta\, dk \tag{1.22}$$

Расчеты показывают, что

$$\int_S e^{k(z+ix\cos\theta+iy\sin\theta)} \cos(n, x)\, dS = H_1(k, \theta)$$

Тогда выражение для R_x можно записать в виде

$$R_x = \frac{dv(t)}{dt} \left[\rho \int\limits_S \int\limits_S \frac{\sigma_1}{r} \cos(n, x)\, dS\, dS - \frac{\rho}{8\pi^2} \int\limits_0^\infty \int\limits_{-\pi}^{\pi} |H_1(k, \theta)|^2\, d\theta\, dk \right] \tag{1.23}$$

Коэффициент в (1.21), стоящий перед ускорением $dv(t)\,/\,dt$ представляет собой присоединенную массу тела произвольной формы при его движении под твердой стенкой.

2. Если тело под свободной поверхностью движется с большими скоростями ($F = v(t) / \sqrt{gL} \to \infty$), то на свободной поверхности должно выполняться граничное условие $\partial\varphi / \partial x = 0$, что эквивалентно предположению о невесомости жидкости.

Следовательно, задача о нахождении потенциала вызванных скоростей сведется к решению следующей смешанной краевой задачи — найти решение уравнения Лапласа

$$\Delta\varphi = 0 \tag{2.1}$$

в нижнем полупространстве $z \leqslant 0$ при следующих граничных условиях:

на свободной поверхности при $z = 0$

$$\partial\varphi / \partial x = 0 \tag{2.2}$$

во всех точках нижнего полупространства

$$\operatorname{grad}\varphi \leqslant A = \text{const}, \qquad r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \to \infty \tag{2.3}$$

на поверхности тела

$$\partial\varphi / \partial n = v(t) \cos(n, x) \tag{2.4}$$

В качестве начальных условий можно взять такое, когда в начальный момент времени $t = 0$ тело находится в состоянии покоя, т. е. $v(0) = 0$.

Решение этой задачи можно получить опять методом Кочина [5].

Окружим движущееся тело двумя поверхностями: S_1 и S_∞. Возьмем точку $P(x, y, z)$, лежащую вне S_1 и внутри S_∞. Тогда значение потенциала $\varphi(x, y, z, t)$ по формуле Грина в этой точке можно представить аналогично (1.6) — (1.10).

Функция $q = r^{-1} + q_i$ будет решением задачи о движении источника под свободной поверхностью, когда на ней выполняется условие $\partial\varphi / \partial x = 0$. Следовательно, задача по определению функции q сводится к задаче

$$\Delta q = 0, \qquad \partial p / \partial x = 0 \quad \text{на } z = 0, \qquad \operatorname{grad} q \leqslant A = \text{const}, \qquad r \to \infty \tag{2.5}$$

Легко проверить, что функция $q = r^{-1} - r_1^{-1}$, определенная (1.11), удовлетворяет всем уравнениям системы (2.5). При этом для φ_2 получится выражение (1.13), но с обратным знаком, так как переход от граничного условия $\partial\varphi / \partial z = 0$ на $z = 0$ к $\partial\varphi / \partial x = 0$ на $z = 0$ приводит к смене знака у φ_2.

Силы, действующие на тело со стороны жидкости, определяются по формуле (1.14).

После ряда уже известных преобразований для **R** получим выражение аналогичное (1.23), причем во втором члене изменится знак плюс на минус.

Подъемная сила будет равна

$$R_z = \gamma V - \frac{\rho}{8\pi^2} \int_0^\infty \int_{-\pi}^{\pi} k \, | H(k, \theta, t) |^2 \, d\theta \, dk \tag{2.6}$$

Отметим, что выражение (2.6) можно получить из работы Н. Е. Кочина [5], если в выражении для Rz этой работы положить $\nu = g / v^2$ равным нулю, ибо случай $\nu = 0$ эквивалентен $F \to \infty$.

Сопоставление формул R_x и R_z для случая движения тела под твердой стенкой (граничное условие на стенке $\partial\varphi / \partial z = 0$) (1.21), (1.22), а также (2.6) для случая движения тела под свободной поверхностью, когда весомостью жидкости можно пренебречь, показывает, что они имеют одинаковую структуру и отличаются друг от друга только знаками перед вторыми слагаемыми. Это обстоятельство значительно облегчает создание единой методики расчета гидродинамических характеристик движущегося тела как под твердой стенкой, так и под свободной поверхностью, когда на ней выполняется условие $\partial\varphi / \partial x = 0$.

3. Приведем несколько примеров вычисления силы R_z и присоединенной массы λ_x для тел простейших форм. В качестве первого примера вычислим R_z и λ_x для сферы радиуса r_0 при ее движении под твердой поверхностью на глубине h.

Функция Н. Е. Кочина для сферы имеет вид [5]

$$H(k, \theta, t) = 2\pi i k v(t) r_0^3 \cos\theta e^{-kh} \tag{3.1}$$

Подставляя (3.1) в (1.22), после несложных вычислений получим

$$R_z = {}^4/_3 \gamma\pi r_0^3 + {}^3/_{16} \pi\rho v^2(t) r_0^6 / h^4 \tag{3.2}$$

Определим теперь присоединенную массу сферы по (1.23) при ее движении вдоль твердой стенки. Заметим, что первый интегральный член в (1.23) дает присоединенную массу сферы при ее движении в безграничной жидкости, т. е.

$$\rho \int\limits_S \int\limits_S \frac{\sigma_1}{r} \cos(n, x)\, dS\, dS = \lambda_{x\infty} = \frac{2}{3} \pi\rho r_0^3$$

Второй интегральный член (1.23), где $H_1(k, \theta) = 2\pi i k r_0^3 \cos\theta e^{-kh}$, равен

$$\lambda_{xh} = -\frac{\rho}{8\pi^2} \int\limits_0^\infty \int\limits_{-\pi}^{\pi} |H_1(k, \theta)|^2\, d\theta\, dk = \frac{\rho\pi r_0^6}{8h^3}$$

Следовательно,

$$\lambda_x = \lambda_{x\infty} + \lambda_{xh} = {}^2/_3\pi\rho r_0^3 [1 + {}^3/_2 (r_0 / 2h)^3] \tag{3.3}$$

Коэффициент присоединенной массы сферы при ее движении вдоль твердой по верхности будет определяться равенством

$$\mu_x = \frac{\lambda_x}{{}^4/_3\pi\rho r_0^3} = \frac{1}{2}\left[1 + \frac{3}{2}\left(\frac{r_0}{2h}\right)^3\right] \tag{3.4}$$

Если сфера движется под свободной поверхностью, когда на ней выполняется условие $\partial\varphi / \partial x = 0$ при $z = 0$, то сила R_z будет равна

$$R_z = {}^4/_3\gamma\pi r_0^3 - {}^3/_{16}\pi\rho v^2(t) r_0^6 / h^4 \tag{3.5}$$

Коэффициент присоединенной массы сферы при движении ее под свободной поверхностью, согласно (2.9), будет

$$\mu_x = {}^1/_2[1 - {}^3/_2 (r_0 / 2h)^3] \tag{3.6}$$

Укажем для сравнения формулу, данную для этого случая Э. Д. Блохом и А. С. Гиневским

$$\mu_x = {}^1/_2 [1 - {}^1/_8 (r / h)^3][1 + {}^1/_{16} (r / h)^3]^{-1} \tag{3.7}$$

Расчеты значений μ_x по формулам (3.6) и (3.7) показывают их полную идентичность.

В качестве второго примера рассмотрим нестационарное движение трехосного эллипсоида с полуосями a, b и c под твердой стенкой на глубине h. Функция Н. Е. Кочина для этого случая будет [5]

$$H(k, \theta, t) = v(t) H_1(k, \theta) = \frac{4\sqrt{2}v(t)\pi^{3/2} i \cos\theta abc e^{-kh}}{(2 - \alpha_0)\vartheta^{3/2}} J_{3/2}(k\vartheta) \tag{3.8}$$

$$(\nu = \sqrt{a^2\cos^2\theta + b^2\sin^2\theta - c^2})$$

Вычислим коэффициент присоединенной массы эллипсоида при его движении под твердой стенкой. Присоединенная масса эллипсоида вращения при его движении в безграничной жидкости

$$\lambda_{x\infty} = \frac{4}{3}\pi\rho abc \frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0} \tag{3.9}$$

$$\alpha_0 = abc \int\limits_0^\infty \frac{d\lambda}{(a^2 + \lambda)\Delta(\lambda)}, \qquad \Delta(\lambda) = \sqrt{(a^2 + \lambda)(b^2 + \lambda)(c^2 + \lambda)}$$

Следовательно, согласно (1.23), коэффициент присоединенной массы эллипсоида при движении вдоль стенки будет

$$\mu_x = \frac{\lambda_x}{{}^4/_3\pi\rho abc} = \frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0} - 3abc \int\limits_0^\infty \int\limits_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{-2kh}\cos^2\theta J_{3/2}{}^2(k\vartheta)}{k(2 - \alpha_0)\vartheta^3/_2} d\theta dk \tag{3.10}$$

Если в последнем выражении сменить знак у второго интегрального члена на обратный, то получим значение коэффициента присоединенной массы трехосного эллипсоида при его движении под свободной поверхностью, когда на ней выполняется условие $\partial\varphi / \partial x = 0$.

Сила R_z, испытываемая эллипсоидом вращения при движении под твердой стенкой, будет определяться выражением

$$R_z = \frac{4}{3}\pi\gamma abc - 4\rho v^2(t)\,\pi^3 a^2 b^2 c^2 \int\limits_0^\infty \int\limits_{-\pi}^{\pi} \frac{e^{-2kh}\cos^2\theta J_{3/2}{}^2(k\vartheta)}{(2-\alpha_0)\vartheta^3}\,d\theta\,dk \qquad (3.11)$$

Если изменить знак на обратный во втором интегральном члене (3.11), то получим выражение R_z для случая, когда эллипсоид движется под свободной поверхностью и на ней выполняется условие $\partial\varphi / \partial x = 0$.

Поступило 22 II 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Сабанеев В. С. О движении эллипсоида вращения в жидкости, ограниченной плоской стенкой. Вестник ЛГУ, 1958, № 13. Сер. матем., механ. и астрономии, вып. 3.
2. Сабанеев В. С. Присоединенные массы эллипсоида вращения, движущегося в жидкости, ограниченной плоской стенкой. Вестник ЛГУ № 19. Сер. матем., механ. и астрономии, вып. 4, 1958.
3. Eisenberg R. An Approxtmate Solution for Inoompressible flow about an Ellipsoid near Plane Wall. J. Appl. Mech., 1950, vol. 17, No. 2.
4. Havelock T. Ship vibrations the virtual Inertia of a spheroid in shallow water. Trans. Inst. Naval Archit., 1953, vol. 95. No. 1.
5. Кочин Н. Е. О волновом сопротивлении и подъемной силе погруженных в жидкость тел.— В кн.: Кочин Н. Е., Собр. соч., т. 2, Изд-во АН СССР, 1949.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ПОГРАНИЧНЫМ СЛОЕМ ПУТЕМ ВДУВА НА ПЛОСКОЙ ПЛАСТИНЕ ПРИ ЧИСЛЕ M=2.5

В. Т. ГРИНЬ

(Москва)

Изучение вопросов взаимодействия скачка с пограничным слоем позволило определить критическое отношение давлений в скачке уплотнения, вызывающем отрыв пограничного слоя [1,2]. Увеличение наполненности профиля скоростей в пограничном слое приводит к существенному возрастанию критического отношения давлений. В неопубликованной работе Огородникова Д. А. исследовалась возможность управления пограничным слоем путем отсоса и слива. Изменение показателя степени n турбулентного пограничного слоя достигалось путем слива пристеночной части пограничного слоя через узкую щель. При этом показатель степени n в зависимости от расхода сливаемого воздуха изменялся в широких пределах: от 7 до 50, что позволяло (при числе $M = 2.5$) в 2—2.5 раза повысить значение критического отношения давлений P^* для турбулентного пограничного слоя. Однако такой эффект слива достигался ценой больших потерь расхода воздуха (до 60—70% расхода, проходящего через пограничный слой). Аналогичный эффект достигается при тангенциальном вдуве газа в пограничный слой.

В работе [3] исследовалось влияние вдува на устойчивость пограничного слоя к отрыву на крыловом профиле при дозвуковых скоростях.

Ниже приводятся экспериментальные результаты по влиянию вдува газа в область взаимодействия скачка с турбулентным пограничным слоем.

Исследования проводились в аэродинамической трубе с закрытой рабочей частью. Вдув потока осуществлялся в пограничный слой на стенке рабочей части трубы через плоскую щель. Направление струи вдуваемого воздуха совпадало с направлением набегающего потока. Поле скоростей в пограничном слое определялось при помощи микронасадка, имеющего приемники полного и статического давления. Для измерения статического давления на стенке имелись дренажные отверстия. Для организации скачка уплотнения на пластине устанавливались клинья с различными углами при вершине $\alpha = 10 - 30°$. Отрыв пограничного слоя, возникающий перед клином, фиксировался T-образным насадком. Расход вдуваемого воздуха измерялся мерным соплом.