

## РАЗРУШЕНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ ИЗ МАТЕРИАЛА СЛОЖНОГО ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА В ВЫСОКОЭНТАЛЬПИЙНОМ ПОТОКЕ ВОЗДУХА

В. М. ОВСЯННИКОВ

(Москва)

Приводится численное решение задачи разрушения в высокоэнтальпийном потоке воздуха осесимметричного тела вращения, представляющего собой пластин сложного химического состава. Система уравнений ламинарного многокомпонентного пограничного слоя в частных производных решалась методом прогонки. Использование экспериментального кинетического условия разрушения вместо кривой упругости пара, применяющейся обычно для однокомпонентных сублимирующих материалов, позволяет рассчитывать по одной методике как коксующиеся, так и некоксующиеся материалы сложного состава. Вычисляется состав продуктов горения материалов, состоящих из химических элементов H, C, N, O. В качестве примера представлены результаты расчета разрушения сферы из материала, близкого по свойствам к текстолиту.

§ 1. Основная система уравнений и граничные условия. Уравнения ламинарного многокомпонентного пограничного слоя для случая обтекания осесимметричного тела вращения смесью газов, состоящей из  $N$  химических компонент, при пренебрежении термодиффузией и химическими реакциями внутри слоя записываются так [1, 2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\rho u r_1) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v r_1) &= 0 \\ \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} &= -\frac{dp}{dx} + \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \rho c_p \left( u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) &= u \frac{dp}{dx} + \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) - \sum_{i=1}^N c_{pi} I_i \frac{\partial T}{\partial y} \quad (1.1) \\ \rho u \frac{\partial C_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial C_i}{\partial y} &= -\frac{\partial}{\partial y} I_i \quad (i=1, \dots, N-1) \\ \sum_{i=1}^N C_i &= 1, \quad p = \frac{\rho R T}{m} \quad \left( I_i = -\rho D_i \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) \quad (i=1, \dots, N) \end{aligned}$$

Здесь  $x$  и  $y$  — координаты, направленные вдоль поверхности тела и по нормали к ней;  $u$  и  $v$  — составляющие скорости в направлении этих координат;  $r_1$  — расстояние до оси симметрии тела;  $p$ ,  $\rho$ ,  $T$ ,  $\mu$ ,  $c_p$ ,  $\lambda$  и  $m$  — давление, плотность, температура, вязкость, теплоемкость, теплопроводность и молекулярный вес газа;  $C_i$ ,  $c_{pi}$ ,  $I_i$  и  $D_i$  — массовая концентрация, теплоемкость, диффузионный поток и эффективный коэффициент диффузии  $i$ -й компоненты. Эффективные коэффициенты диффузии определяются в работе [3] и вычисляются в § 3 данной статьи.

Будем считать поверхность тела идеально каталитической, т. е. смесь газа на поверхности находится в химическом равновесии. Если на поверхности тела присутствуют  $N'$  компонент, состоящих из  $r$  химических элементов, то между ними могут происходить  $q = N' - r$  независимых химических реакций. В качестве таких реакций выберем реакции образования

компонент  $A_i$  с номерами  $i$  ( $r+1 \leq i \leq N'$ ) из компонент  $A_l$  с номерами  $l$  ( $1 \leq l \leq r$ )

$$A_i = v_{i1}A_1 + \dots + v_{ri}A_r \quad (i=r+1, \dots, r+q)$$

Уравнения равновесия этих реакций надо включить в систему граничных условий на поверхности. При квазистационарной скорости разрушения граничные условия запишутся в виде [2]

при  $x \rightarrow \infty$

$$u \rightarrow u_e(x), \quad T \rightarrow T_e(x), \quad C_i \rightarrow C_{ie} \quad (i=1, \dots, N-1) \quad (1.2)$$

при  $x = 0$

$$u = 0, \quad \rho v = \rho_l D, \quad C_1 + \dots + C_N = 1$$

$$\sum_{k=1}^N (\rho v C_k + I_k) m_{lk} - \rho v C_l^* = 0 \quad (l=1, \dots, r-1) \quad \left( C_l^* = \sum_{k=1}^N m_{lk} C_k^{(1)} \right) \quad (1.3)$$

$$\frac{p_i}{p_1^{v_{i1}} \dots p_r^{v_{ri}}} = K_{pi} \quad (i=r+1, \dots, r+q) \quad (K_{pi} = 10^{a_i + b_i/T_w})$$

$$C_i = 0 \quad (i=r+q+1, \dots, N)$$

$$\lg(D^2/a) = \psi(T_w) \quad (1.4)$$

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y} - \sum_{k=1}^N h_k I_k = \rho v (\delta + H_w - H_{-\infty}) + \rho v (h - h^{(1)}) + \varepsilon \cdot \sigma_r T_w^4 \quad (1.5)$$

$$(\delta = h^{(1)} - H_w)$$

Здесь  $m_{lk}$  — весовая доля  $l$ -го элемента в  $k$ -й компоненте;  $C_l^*$  — концентрация химического элемента  $l$  в материале тела;  $C_k^{(1)}$  — массовая концентрация  $k$ -й компоненты во вдуваемых газах;  $h_w$  — энтальпия смеси на поверхности тела;  $p_i$  и  $h_i$  — парциальное давление и энтальпия  $i$ -й компоненты;  $H_w$  — энтальпия материала, нагретого до температуры поверхности;  $H_{-\infty}$  — энтальпия непрогретого материала;  $h^{(1)}$  — энтальпия вдуваемых газов;  $\delta$  — теплота испарения материала;  $\varepsilon$  — степень черноты поверхности;  $\sigma_r$  — постоянная Стефана — Больцмана;  $K_{pi}$  — константа равновесия;  $\rho_l$  и  $a$  — плотность и температуропроводность материала. Индекс  $w$  у некоторых параметров на стенке здесь и в дальнейшем опущен.

Уравнение (1.4) определяет кинетику разрушения и связывает линейную скорость разрушения  $D$  с температурой поверхности  $T_w$ . Для полимеров, разрушающихся по реакции деструкции, кинетическое уравнение (1.4) может быть получено аналитически. Для сложных пластиков, разрушающихся по более сложной схеме, кинетическое уравнение такого вида получается аппроксимацией результатов измерений  $D$  и  $T_w$  в аэродинамических установках.

В этом случае функция  $\psi$  может зависеть также от давления, размеров и формы тела и химических свойств набегающего потока, поэтому измерения  $D$  и  $T_w$  желательно провести в условиях близких к тем для которых будет проводиться численное решение задачи. Ошибки в определении функции  $\psi$ , возникшие за счет несовершенства измерительной техники и ввиду неточного воспроизведения всех условий задачи в аэродинамических установках, при численном решении задачи приводят к неправильному значению температуры поверхности и при больших значениях энтальпии торможения набегающего потока мало влияют на скорость разрушения.

Введем в рассмотрение энергию диссоциации единицы массы компоненты  $Q_k \leq 0$ . Уравнение сохранения энергии на поверхности можно представить в виде

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial y} - \sum_{k=1}^N [\rho v (C_k - C_k^{(1)}) + I_k] Q_k = \rho v (\delta + H_w - H_{-\infty}) + \varepsilon \sigma_r T_w^4 \quad (1.6)$$

Введем безразмерные функции и параболические координаты [4]

$$\eta = \left( \frac{u_e}{\rho_w \mu_w x_*} \right)^{1/2} \int_0^y \rho dy, \quad \xi = \xi(x), \quad x_* = \frac{t}{r^2 u_e \rho_e \mu_e} \int_0^x r^2 u_e \rho_e \mu_e dx$$

$$\rho v = - \sqrt{\rho_w \mu_w u_e x_*} \left[ f(\xi, \eta) \frac{t}{2x_*} + f'_\eta \frac{d\eta}{dx} + f'_\xi \frac{d\xi}{dx} - \frac{f(\xi, \eta)}{2l_e} \frac{dl_e}{dx} \right] \quad (1.7)$$

$$\theta = T / T_e(x), \quad f'_\eta = u / u_e(x), \quad l_e = \rho_e \mu_e / \rho_w \mu_w$$

где  $t$  — пока не определенный коэффициент,  $\xi$  — произвольная функция координаты  $x$ . Преобразуем (1.1), (1.2) — (1.4), (1.6) к безразмерному виду

$$(lf_{\eta\eta})'_\eta + \frac{t}{2} ff_{\eta\eta}'' - \frac{\alpha}{2l_e} \frac{dl_e}{d\xi} ff_{\eta\eta}'' + \beta \left[ \frac{m_e}{m} \theta - (f'_\eta)^2 \right] = \alpha (f'_\eta f'_{\xi\eta}'' - f'_\xi f_{\eta\eta}'')$$

$$\left( \frac{lc_p}{\sigma} \theta_{\eta'} \right)'_\eta + \frac{t}{2} c_p f \theta_{\eta'} - c_p \frac{\alpha}{2l_e} \frac{dl_e}{d\xi} f \theta_{\eta'} + \frac{u_e^2}{AT_e} l (f_{\eta\eta}'')^2 -$$

$$- f'_\eta \theta \left( c_p \frac{\alpha}{T_e} \frac{dT_e}{d\xi} + \frac{m_e}{m} \beta \frac{u_e^2}{AT_e} \right) + l \theta_{\eta'} \sum_{i=1}^N \frac{c_{pi}}{S_i} C_{in}' = c_p \alpha (f'_\eta \theta'_{\xi'} - f'_\xi \theta_{\eta'}) \quad (1.8)$$

$$\left( \frac{l}{S_i} C_{in}' \right)'_\eta + \frac{t}{2} f C_{in}' - \frac{\alpha}{2l_e} \frac{dl_e}{d\xi} f C_{in}' = \alpha (C_{i\xi}' f'_\eta - C_{in}' f'_\xi) \quad (i=1, \dots, N-1)$$

$$C_1 + \dots + C_N = 1$$

при  $\eta \rightarrow \infty$

$$f'_\eta \rightarrow 1, \quad \theta \rightarrow 1, \quad C_i \rightarrow C_{ie} \quad (i=1, \dots, N-1) \quad (1.9)$$

при  $\eta = 0$

$$f'_\eta = 0, \quad -(\mu_w \rho_w u_e / x_*)^{1/2} \zeta = \rho_1 D \quad (1.10)$$

$$\sum_{k=1}^N m_{lk} \left( \zeta C_k + \frac{C_{k\eta}'}{S_k} - C_i^* \zeta = 0 \quad (l=1, \dots, r-1), \quad \sum_{k=1}^N C_k = 1 \quad (1.11)$$

$$C_i = m_i \left( \prod_{l=1}^r m_l^{v_{li}} \right)^{-1} 10^{a_i + b_i/T} (mp)^{\omega_i} \prod_{l=1}^r C_l^{v_{li}} \quad (i=r+1, \dots, r+q) \quad (1.12)$$

$$\omega_i = v_{1i} + \dots + v_{ri} - 1$$

$$C_i = 0 \quad (i=r+q+1, \dots, N) \quad (1.13)$$

$$\frac{c_p}{\sigma} \theta_{\eta'} + \frac{1}{T_e} \sum_{k=1}^N Q_k \left[ \zeta (C_k - C_k^{(1)}) + \frac{C_{k\eta}'}{S_k} \right] + \frac{\zeta}{T_e} (\delta + H_w - H_\infty) =$$

$$= \frac{\varepsilon \sigma_r T_w^4}{T_e} \left( \frac{x_*}{u_e \rho_w \mu_w} \right)^{1/2} \quad (1.14)$$

$$\lg \left( \frac{\zeta^2}{a \rho_1^2} \frac{\rho_w \mu_w u_e}{x_*} \right) = \psi(T_w) \quad (1.15)$$

Здесь  $A$  — коэффициент перевода механических единиц в тепловые.

$$\alpha = x_* \frac{d\xi}{dx}, \quad \beta = \frac{x_*}{u_e} \frac{du_e}{dx}, \quad l = \frac{\rho \mu}{\rho_w \mu_w} \quad (1.16)$$

$$\zeta = \frac{t}{2} f - \frac{\alpha}{2l_e} \frac{dl_e}{d\xi} f + \alpha f'_\xi \quad (1.17)$$

§ 2. Численное интегрирование уравнений многокомпонентного пограничного слоя. Решение системы (1.8) — (1.17) производилось по неявной четырехточечной двухслойной разностной схеме с точностью аппроксимации  $O(\Delta\xi^2) + O(\Delta\eta^4)$ , предложенной И. В. Петуховым [4] и предназначенной для интегрирования уравнений вида

$$M_{\eta'} = K + \alpha P \quad (2.1)$$

$$M = m_0 + m_1 u_1 + m_2 u_2 + m_3 u_3, \quad K = k_0 + k_1 u_1 + k_2 u_2 + k_3 u_3$$

$$P = p_2 u_2 \xi' + p_3 u_3 \xi', \quad u_1 = u_{2\eta'}, \quad u_2 = u_{3\eta'}$$

Будем считать в системе (1.8) коэффициент  $l$  равным двум и представим ее в виде (2.1), определив коэффициенты следующим образом: для уравнения движения

$$k_0 = -\beta \left( \frac{m_e}{m} \theta + f_{\eta'} \right), \quad k_1 = -f \left( 1 - \frac{\alpha}{2l_e} \frac{dl_e}{d\xi} \right), \quad k_2 = \beta (1 + f_{\eta'}) \quad (2.2)$$

$$m_1 = l, \quad p_2 = f_{\eta'}, \quad p_3 = -f_{\eta\eta''}$$

для уравнения притока тепла

$$k_0 = -\frac{u_e^2}{AT_e} l (f_{\eta\eta''})^2 + \theta f_{\eta'} \left( c_p \frac{\alpha}{T_e} \frac{dT_e}{d\xi} + \beta \frac{u_e^2}{AT_e} \frac{m_e}{m} \right) \quad (2.3)$$

$$k_1 = -c_p f \left( 1 - \frac{\alpha}{2l_e} \frac{dl_e}{d\xi} \right) - l \sum_{i=1}^N \frac{c_{pi}}{S_i} C_{i\eta'} - c_p \alpha f_{\xi'}, \quad k_2 = 0$$

$$m_1 = l c_p / \sigma, \quad p_2 = c_p f_{\eta'}, \quad p_3 = 0$$

для уравнений диффузии ( $i = 1, \dots, N-1$ )

$$k_0 = 0, \quad k_1 = -f \left( 1 - \frac{\alpha}{2l_e} \frac{dl_e}{d\xi} \right) - \alpha f_{\xi'}, \quad k_2 = 0 \quad (2.4)$$

$$m_1 = l / S_i, \quad p_2 = f_{\eta'}, \quad p_3 = 0$$

для всех уравнений

$$k_3 = m_0 = m_2 = m_3 = 0 \quad (2.5)$$

Порядок решения системы (2.1) — (2.5) с граничными условиями (1.9) — (1.15) следующий (см. [5]):

1°. Методом прогонки по схеме И. В. Петухова для значений на середине полосы шириной  $2\Delta\xi$  интегрируются поочередно все  $N+1$  дифференциальных уравнений при заданном составе  $\hat{C}_{iw}$ , температуре  $\theta_w$  и функции тока  $\hat{f}_w$  на поверхности. Итерации проводятся до тех пор, пока максимальная поправка профилей всех неизвестных функций  $u_j$  не станет меньше принятой точности ( $10^{-2} - 10^{-5}$ ).

В результате определяются значения производных  $(f_{\eta\eta''})_w$ ,  $(\theta_{\eta'})_w$ ,  $(C_{i\eta'})_w$ , соответствующие принятым  $f_w$ ,  $\theta_w$ ,  $C_{iw}$ .

2°. По формулам

$$u_j^+ = 2\hat{u}_j + u_j^-$$

находятся значения  $C_{iw}^+$ ,  $(C_{i\eta'})_w^+$ ,  $\theta_w^+$ ,  $(\theta_{\eta'})_w^+$  в следующем узле на поверхности тела и определяются коэффициенты: (2.6)

$$\beta_0^+ = (\theta_{\eta'})_w^+ / (1 - \theta_w^+), \quad \beta_i^+ = (C_{i\eta'})_w^+ / (C_{ie} - C_{iw}^+) \quad (i=1, \dots, N)$$

3°. Находим новый состав газов  $C_{iw}^+$  в следующем узле на поверхности тела из решения нелинейной системы  $r$  уравнений:

$$\sum_{i=1}^N C_{iw} = 1, \quad \sum_{k=1}^N m_{lk} \left[ \zeta C_k + \frac{\beta_k}{S_k} (C_{ke} - C_k) \right] - C_i^* \zeta = 0 \quad (l=1, \dots, r-1) \quad (2.7)$$

$$C_i = \exp \left\{ \ln \left[ m_i \left( \prod_{l=1}^r m_l^{v_{li}} \right)^{-1} \right] + \frac{a_i + b_i/T}{0.43429} + \left( \sum_{l=1}^r v_{li} - 1 \right) \ln(mp) + \sum_{l=1}^r v_{li} \ln C_l \right\} \quad (i=r+1, \dots, r+q)$$

$$C_i = 0 \quad (i=r+q+1, \dots, N)$$

Система уравнений (2.7) получена подстановкой соотношений для  $\beta_i^+$  из (2.6) в уравнения сохранения элементов на поверхности (1.11).

4°. Новые значения температуры  $T_w^+$  и вдува  $\zeta^+$  определяются из уравнения сохранения энергии на поверхности с учетом (2.6) и (1.15)

$$\frac{c_p}{\sigma} \beta_{\theta^+} (1 - \theta_w^+) + \frac{1}{T_e} \left[ \zeta^+ \sum_{k=1}^N Q_k (C_k^+ - C_k^{(1)}) + \sum_{k=1}^N Q_k \frac{C_{ke} - C_k^+}{S_k} \beta_k^+ + \zeta^+ (\delta + H_w - H_{-\infty}) \right] - \left( \frac{x_*}{u_e \rho_w \mu_w} \right)^{1/2} \frac{\varepsilon \sigma_r (T_w^+)^4}{T_e} = 0, \quad \zeta^+ = -\rho_1 \left( \frac{x_* a}{u_e \rho_w \mu_w} 10^{\Psi(T_w^+)} \right)^{1/2} \quad (2.8)$$

При расчете критической точки полезно вводить демпфирование температуры  $T_w = T_w' + s(T_w - T_w')$ , найденной из (2.8). Здесь через  $T_w'$  обозначено старое значение температуры поверхности;  $s = 0.4-0.6$ .

5°. Далее определяется значение функции тока на поверхности в середине полосы  $f_w^+$ , соответствующее новому значению вдува  $\zeta^+$ . В формулу (1.17), связывающую  $f_w$  и  $\zeta$ , входит производная  $f_{\xi}^+$ , которая может определяться с точностью  $(\Delta \xi)^2$  только на середине полосы.

Поэтому запишем уравнение (1.17), разрешенное относительно  $f_{\xi}^+$ , в левом и в правом узлах сетки на поверхности и заменим

$$\frac{f_{\xi}^{\prime+} + f_{\xi}^{\prime-}}{2} = \frac{f^+ - f^-}{\Delta \xi} + O(\Delta \xi^2)$$

Подставим  $2f^+ - f^-$  вместо  $f^+$  и разрешим полученное выражение относительно  $f^+$ , получим

$$f^+ = \frac{\zeta^+ + f^- (2\alpha^+ / \Delta \xi + 1) + (\zeta^- \alpha^+ / \alpha^- - f^- \alpha^+ / \alpha^-)}{2 + \alpha^+ [2 / \Delta \xi - (l_e^{-1} dl_e / d\xi)^+]}$$

$$\theta_w^+ = 1/2(\theta_w^+ + \theta_w^-), \quad C_{iw}^+ = 1/2(C_{iw}^+ + C_{iw}^-) \quad (i=1, \dots, N-1)$$

и переходим к выполнению цикла сначала с п. 1°.

Считается, что решение на характеристике  $\xi^+$  найдено, если новое значение температуры  $\theta_w$ , полученное из уравнения сохранения энергии на поверхности (2.8), отличается от старого меньше, чем на заданную величину (обычно от 0.01 до 0.0001). Линейная скорость разрушения тела в правом узле полосы

$$D^+ = - \frac{\zeta^+}{\rho_1} \left( \frac{u_e \rho_w \mu_w}{x_*} \right)^{1/2}$$

§ 3. Определение коэффициентов переноса смеси и параметров течения на внешней границе пограничного слоя. Вычисление коэффициентов вязкости и теплопроводности смеси производилось по приближенным формулам кинетической теории со степенной зависимостью от температуры [3]

$$\mu = \mu_k(T_0) \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0.65} \Phi_\mu(C_i), \quad \Phi_\mu(C_i) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{m_i}{m_k}\right)^{1/2} \kappa_{ki}^2 C_i \left(\sum_{j=1}^N G_{ij} C_j\right)^{-1}$$

$$\lambda = \lambda_k(T_0) \left(\frac{T}{T_0}\right)^{0.65} \Phi_\lambda(C_i) \quad (3.1)$$

$$\Phi_\lambda(C_i) = \sum_{i=1}^N \left(\frac{m_k}{m_i}\right)^{1/2} \kappa_{ki}^2 E_{ik} C_i \left(1.065 \sum_{j=1}^N G_{ij} C_j - 0.065 C_i\right)^{-1}$$

$$E_{ik} = \frac{0.115R + 0.354c_{pi}}{0.115R + 0.354c_{pk}}$$

Здесь  $\mu_k(T_0)$  и  $\lambda_k(T_0)$  — коэффициенты вязкости и теплопроводности  $k$ -й компоненты при некоторой температуре  $T_0$ .

Подсчет коэффициентов  $G_{ij}$  и  $\kappa_{ki}$  производился при 2000° К с использованием потенциальной функции межмолекулярного взаимодействия Леннарда — Джонса (6—12), значения параметров  $\sigma_i$  и  $\epsilon_i/k$  для которой брались из работы [7]. Для определения эффективных чисел Шмидта  $S_i$  использовались соотношения Стефана — Максвелла, которые в приближении теории пограничного слоя при пренебрежении термодиффузией записываются так:

$$\frac{\partial x_i}{\partial y} = \sum_{k=1}^N \frac{x_i x_k}{D_{ik}} \left(\frac{I_k}{\rho_k} - \frac{I_i}{\rho_i}\right) \quad (i=1, \dots, N-1) \quad (3.2)$$

и тождество

$$I_1 + \dots + I_N = 0 \quad (3.3)$$

Выразив в системе (3.2), (3.3) молярные концентрации  $x_i$  через массовые  $C_i$  и подставив выражения для потоков

$$I_i = -\frac{\mu}{S_i} \frac{\partial \eta}{\partial y} C_{i\eta}'$$

получим систему  $N$  уравнений, линейных относительно  $S_i^{-1}$

$$\frac{\rho(mC_{i\eta}' + C_i m_{\eta}')}{\mu m^2} = \sum_{k=1}^N \frac{1}{D_{ik} m_k} \left(\frac{C_k C_{i\eta}'}{S_i} - \frac{C_i C_{k\eta}'}{S_k}\right) \quad (i=1, \dots, N-1) \quad (3.4)$$

$$\frac{C_{1\eta}'}{S_1} + \dots + \frac{C_{N\eta}'}{S_N} = 0$$

Бинарные коэффициенты диффузии  $D_{ij}$ , входящие в уравнения (3.4), вычисляются по формуле из монографии [7]

$$D_{ij} = 1.05 \cdot 10^{-4} \frac{T^{3/2}}{p \sqrt{2}} A_{ij}, \quad A_{ij} = \left(\frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j}\right)^{1/2} \frac{100}{(\sigma_i + \sigma_j)^2 \Omega^{(11)*}(T_{ij}^*)}$$

Коэффициенты  $A_{ij}$  слабо зависят от температуры, их значения брались из работы [3].

Скорость, температура и плотность на внешней границе пограничного слоя считаются по формулам изэнтропического течения с эффективным показателем адиабаты  $\kappa$

$$u_e = 2i_0 A \left[ 1 - \left( \frac{p_e}{n} \right)^{(\kappa-1)/\kappa} \right]^{1/2}, \quad \rho_e = \rho_{e0} \left( \frac{p_e}{n} \right)^{1/\kappa}, \quad T_e = T_{e0} \left( \frac{p_e}{p_{e0}} \right)^{(\kappa-1)/\kappa}$$

Индексом 0 отмечены значения параметров заторможенного потока. Предположим, что состав воздуха на внешней границе пограничного слоя постоянен вдоль образующей и равен равновесному составу при температуре и давлении торможения.

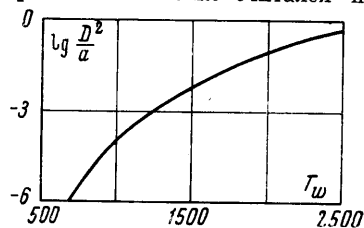
§ 4. Состав газов на поверхности тела, состоящего из элементов Н, С, N, О, разрушающегося в потоке воздуха. Для решения вопроса, какие компоненты образуются на поверхности тела, состоящего из элементов Н, С, N, О, разрушающегося в высокоэнthalпийном потоке воздуха, предположим, что там могут присутствовать следующие компоненты: Н, Н<sub>2</sub>, С, С<sub>2</sub>, С<sub>3</sub>, N, N<sub>2</sub>, О, О<sub>2</sub>, ON, OH, Н<sub>2</sub>О, СО, СО<sub>2</sub>, СН<sub>4</sub>, CN, С<sub>2</sub>Н<sub>2</sub>, HCN, С<sub>2</sub>Н<sub>4</sub>, NH<sub>3</sub>.

Для определения химического состава газов на поверхности тела при заданных температуре поверхности и вдуве необходимо иметь аналитическое решение уравнений диффузии. Тогда состав газов на поверхности можно найти из решения уравнений сохранения элементов на поверхности и условий равновесия.

В работе [8] приведено решение уравнения притока тепла в окрестности критической точки для однородного пограничного слоя, полученное аппроксимацией двухсот численных решений. Решались уравнения, записанные в безразмерных переменных, совпадающих в окрестности критической точки с переменными (1.7), если в них положить  $t = 4$ . Уравнения диффузии в окрестности критической точки совпадают с уравнением притока тепла, поэтому, считая эффективные числа Шмидта  $S_i$  для всех компонент равными единице, получим решение уравнений диффузии в виде

$$(C_i n')_w = (C_{ie} - C_{iw}) [0.7638 I_w^{0.4} + 1.34 f_w (1 + 0.4 f_w)] \quad (i = 1, \dots, N) \quad (4.1)$$

Зависимость вязкости газа от температуры вычислялась по степенной формуле с показателем степени 0.65, градиент скорости в критической точке считался по

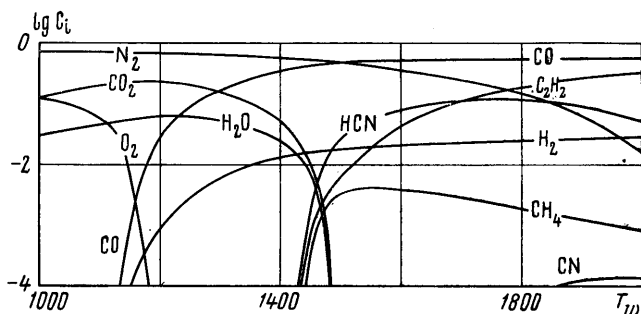


Фиг. 1

формуле, полученной при помощи ньютоновского распределения давления на теле. Коэффициенты констант равновесия  $a_i$  и  $b_i$  определялись по справочнику [9] для диапазона температур от 1000 до 2000° К. Система (1.11) — (1.12), (4.1) при  $t = 4$ ,  $q = N - r$  и  $\xi = f_w$  решалась на электронной вычислительной машине. Был подсчитан состав газов на поверхности в окрестности критической точки сферы радиуса 1 м из материала, близкого по свойствам к текстолиту [5], разрушающегося в потоке диссоциированного воздуха с температурой торможения 6000° К и давлением торможения, равным 1 атм. Химический состав материала был взят следующим:  $C_s^* = 0.61$ ,  $C_o^* = 0.332$ ,  $C_n^* = 0.058$ . Кинетическая кривая для текстолита не исследована, поэтому в приводящихся здесь численных расчетах использовалась зависимость, представленная на фиг. 1, которая качественно верно отражает кинетику разрушения. Результаты расчета представлены на фиг. 2. При низкой температуре поверхности скорость разрушения тела мала, поэтому кислорода, поступающего на поверхность за счет разрушения материала и диффузии из внешнего потока, достаточно для полного сгорания углерода и водорода с образованием углекислого газа и воды. При этом на поверхности еще остается кислород. При повышении температуры поверхности скорость разрушения тела увеличивается, вдув возрастает. В этом случае элементарный состав смеси на поверхности приближается к элементарному составу материала тела, поэтому концентрация азота N<sub>2</sub> падает. Теперь кислорода не остается и вместо СО<sub>2</sub> образуется СО. При высоких температурах на поверхности появляется водород Н<sub>2</sub>, образуются соединения С<sub>2</sub>Н<sub>2</sub>, HCN, СН<sub>4</sub>. Концентрации остальных компонент, возможность образования которых предполагалась при решении задачи, становятся меньше 0.01%.

Расчеты, проведенные для тел с различными размерами из материалов, содержащих элементы Н, С, N, О, в других соотношениях показали, что при давлении порядка одной атмосферы в диапазоне температур от 1000 до 2000° К состав продуктов сгорания остается таким же (N<sub>2</sub>, СО<sub>2</sub>, Н<sub>2</sub>О, О<sub>2</sub> — при низких температурах и СО, N<sub>2</sub>, С<sub>2</sub>Н<sub>2</sub>, HCN, Н<sub>2</sub> — при высоких), однако переход от низкотемпературного горения к высокотемпературному может происходить при других температурах.

§ 5. Результаты расчета разрушения сферы. Для решения задачи, сформулированной в §§ 1—3, на языке алгол была написана программа для вычислительной машины. По ней рассчитывалось разрушение сферы радиуса 2 м из материала, близкого по свойствам к текстолиту (см. § 4), в потоке диссоциированного воздуха с температурой торможения 6000° К и давлением торможения 1 атм. Считалось, что в пограничном слое присутствуют компоненты  $N_2$ ,  $H_2$ ,  $HCN$ ,  $CO$ ,  $C_2H_2$ ,  $O$ ,  $N$ ; атомарных



Фиг. 2

компонент  $O$  и  $N$  на поверхности тела нет. Состав воздуха на внешней границе пограничного слоя оказывался при этом равным:

$$C_{eO} = 0.232, \quad C_{eN} = 0.107, \quad C_{eN_2} = 0.661$$

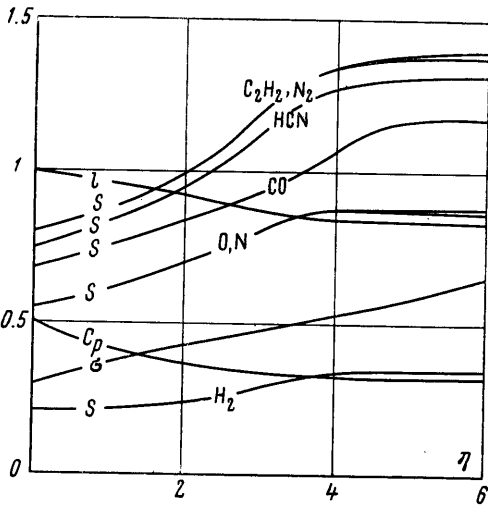
Распределение давления на сфере задавалось аналитической формулой, полученной аппроксимацией численных расчетов О. М. Белоцерковского [10] при числе  $M = 3$ . Эффективный показатель адиабаты  $\kappa$  для указанных условий был принят равным 1.19. Координата  $\xi$  выбиралась как отношение  $x$  к радиусу сферы. Узлы

$\xi, ^\circ$		0	21	38,5	59,5	77
$D, \text{ см/сек}$		0.00675	0.00591	0.00432	0.00229	0.00113
$T, ^\circ \text{K}$		1768	1723	1625	1444	1261
$\zeta$		-0.693	-0.675	-0.637	-0.578	-0.536
$f(\xi, 0)$		-0.692	-0.686	-0.670	-0.648	-0.632
$l_e$		0.733	0.734	0.736	0.738	0.736
$S_{iw}$	$N_2$	0.7792	0.7762	0.7690	0.7559	0.7422
	$H_2$	0.2084	0.2080	0.2071	0.2046	0.2009
	$HCN$	0.7448	0.7380	0.7204	0.6735	0.5213
	$CO$	0.6742	0.6719	0.6667	0.6564	0.6449
	$C_2H_2$	0.7735	0.7727	0.7700	0.7612	0.7498
	$O$	0.5492	0.5472	0.5427	0.5337	0.5236
	$N$	0.5468	0.5448	0.5403	0.5314	0.5213
$C_{iw}$	$N_2$	0.0807	0.0826	0.0883	0.0980	0.1033
	$H_2$	0.0171	0.0170	0.0167	0.0164	0.0163
	$HCN$	0.0910	0.0899	0.0875	0.0815	0.0723
	$CO$	0.5729	0.5729	0.5725	0.5720	0.5720
	$C_2H_2$	0.2383	0.2376	0.2350	0.2322	0.2361
$\beta_i$	$N_2$	0.0976	0.0962	0.0945	0.0914	0.0874
	$H_2$	0.1284	0.1273	0.1258	0.1233	0.1208
	$HCN$	0.0994	0.0938	0.0823	0.0591	0.0240
	$CO$	0.1064	0.1045	0.1022	0.0991	0.0979
	$C_2H_2$	0.0957	0.0960	0.0976	0.0990	0.0994
	$O$	0.1131	0.1111	0.1084	0.1050	0.1031
$N$	0.1130	0.1110	0.1083	0.1049	0.1030	

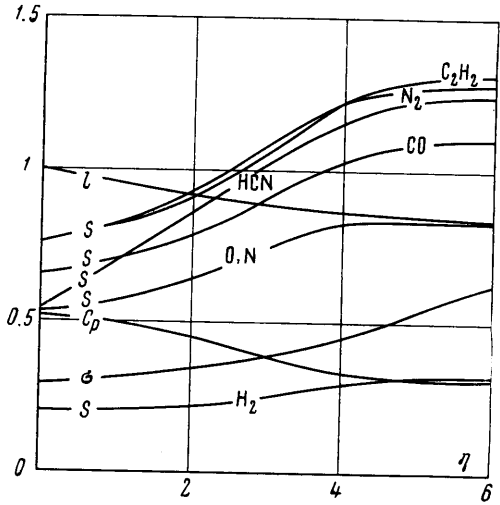


сетки по координате  $\eta$  располагались в точках 0, 0.2, 0.5, 0.9, 1.4, 2.1, 2.8, 3.7, 4.7, 5.9, 7.3, 8.9. Шаг по координате  $\xi$  был постоянным:  $2\Delta\xi = 0.0625$ . Точность итераций для профилей  $u_i$  и определения температуры  $\theta_w$  была равна 0.005. Время счета по образующей сферы до угла  $77^\circ$  на вычислительной машине с быстродействием 20 тыс. операций в секунду составляло 1 ч 20 мин.

Результаты вычислений представлены в таблице. Распределение скорости разрушения по сфере с точностью 12% совпадает с распределением тепловых потоков к неразрушаемой сфере с постоянной температурой поверхности, таким образом, в данном случае эффективную энтальпию материала, определенную как отношение



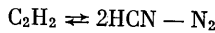
Фиг. 3



Фиг. 4

теплового потока к неразрушаемому телу к массовой скорости разрушения, с достаточной точностью можно считать постоянной для различных точек тела.

Слабое изменение по образующей состава газов на поверхности тела связано с тем, что между компонентами, присутствующими на стенке, может протекать лишь одна химическая реакция, не приводящая к образованию новых компонент



Однако уменьшение на поверхности концентрации HCN на 20% приводит к достаточно большому отрицательному значению производной  $C_{\xi}'$  (HCN), в результате чего при увеличении  $\xi$  коэффициент  $\beta$  (HCN) падает. Как следствие этого, уменьшается эффективное число Шмидта  $S$  (HCN).

Оценим влияние производной  $C_{i\xi}'$  на решение уравнения диффузии. Проинтегрируем уравнение диффузии

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \rho D_i \frac{\partial C_i}{\partial y} \right) = v \text{ grad } C_i$$

по  $y$  от некоторого  $y$  до бесконечности. Разделив обе части равенства на  $\rho D_i$ , получим

$$\frac{\partial C_i}{\partial y} = - \frac{1}{\rho D_i} \int_y^{\infty} v \text{ grad } C_i dy \quad (5.1)$$

Предположим, что эффективный коэффициент диффузии  $D_i$  положителен. Пусть для химической компоненты  $i$  в некоторой области внутри пограничного слоя производные  $C_{ix}'$  и  $C_{iy}'$  отрицательны, а вектор скорости  $V$  имеет положительную составляющую по оси  $x$ . Такой случай имеет место в расчете настоящей работы для компоненты HCN. Наличие отрицательной производной  $C_{ix}'$  дает отрицательный вклад в произведение  $V \text{ grad } C_i$  в формуле (5.1) и приводит к уменьшению по абсолютной величине  $C_{iy}'$  и уменьшению  $\beta_i$ . Анализ остальных случаев взаимного по-

ложения векторов  $\text{grad } C_i$  и  $V$  показывает, что если для компоненты производные  $C_{ix}'$  и  $C_{iy}'$  имеют одинаковый знак, то  $\beta_i$  уменьшается по образующей, а если  $C_{ix}'$  и  $C_{iy}'$  имеют разные знаки, то  $\beta_i$  увеличивается. Этот вывод получен для случая, когда  $u$  (составляющая вектора  $V$  по оси  $x$ ) положительна. В зоне, близкой к отрыву,  $u$  может быть отрицательна, и там такой анализ не применим.

Заметим, что поведение величины  $\beta_i$  по образующей зависит также от изменения вдува вдоль поверхности тела и распределения скорости на внешней границе пограничного слоя, одинаковых для всех компонент, и от диффузионных свойств, которые для каждой компоненты различны.

На фиг. 3 и 4 приведены вычисленные профили поперек пограничного слоя коэффициента  $l$ , теплоемкости смеси  $c_p$ , числа Прандтля  $\sigma$  и эффективных чисел Шмидта  $S$  для различных химических компонент соответственно в критической точке и для угла  $77^\circ$  на сфере.

Эффективные числа Шмидта вычислялись при  $\eta \leq 4.7$ , а при больших значениях координаты  $\eta$  принимались постоянными. Ввиду того что при  $\eta > 4.7$  диффузионные процессы прекращаются и состав смеси равен составу внешнего потока, на решении это не сказывается.

Автор выражает благодарность Г. А. Тирскому — за руководство работой и Э. А. Гершбейну — за обсуждение схемы решения.

Поступило 23 III 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. Физматгиз, 1962.
2. Тирский Г. А. Условия на поверхностях сильного разрыва в многокомпонентных смесях. ПММ, 1961, т. 25, вып. 2.
3. Тирский Г. А. Анализ химического состава ламинарного многокомпонентного пограничного слоя на поверхности горящих пластиков. Космические исследования, 1964, т. 2, № 4.
4. Петухов И. В. Численный расчет двумерных течений в пограничном слое. Сб. «Численные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений и квадратурные формулы». Изд-во «Наука», 1964.
5. Акфимов Н. А. Ламинарный пограничный слой на химически активной поверхности. Изв. АН СССР. Отд. техн. н., Механика и машиностроение, 1962, № 3.
6. Тирский Г. А. Сублимация тупого тела в окрестности критической точки в плоском и осесимметричном потоке смеси газов. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 5.
7. Гиршфельдер Дж., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. Изд. иностр. лит., 1961.
8. Тирский Г. А. Определение тепловых потоков в окрестности критической точки двойкой кривизны при обтекании тела диссоциирующим газом произвольного химического состава. ПМТФ, 1965, № 1.
9. Термодинамические свойства индивидуальных веществ. Справочник, т. II (под ред. акад. В. П. Глушко), Изд-во АН СССР, 1962.
10. Белоцерковский О. М. Расчет обтекания осесимметричных тел с отошедшей ударной волной. ВЦ АН СССР, 1961.