Таким образом, скорость газификации стенок канала при течении в нем закрученного потока и выполнении оговоренных выше ограничений определяется формулой $u = \mathrm{const}\,\Phi(L/d)\,d^{-0{,}20}q_*^{0{,}80}$, а критериальная зависимость для теплоотдачи в круглой трубе имеет вид:

$$N = \mathrm{const}\,R_*^{0{,}80}\;\Phi(L/d)$$

где $\Phi(L/d)$ учитывает поправку на длину трубы. При осевом движении газа $V_\varphi / V_z = 0$ и выражение $N(R)$ принимает общеизвестный вид.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЕРЕНОСА ТЕПЛА ФИЛЬТРАЦИЕЙ

А. Б. КАЗАНСКИЙ *(Москва)*

Для описания фильтрации через пористый материал жидкости, переносящей тепло, будем использовать подход, предложенный Е. М. Минским в [1]. Предположим, что фильтрующий материал и пористая порода, через которую фильтруется переносящая тепло жидкость, имеет зернистый характер, а сама фильтрация осуществляется переносом жидкости в струйках между отдельными частицами. Предположим, что длина струек — небольшая, по сравнению со слагающими пористый материал частицами, тогда можно считать, что вдоль струек их форма мало меняется, оставаясь приблизительно прямолинейной. Поперечное сечение каждой индивидуальной струйки S_i естественно может в каждом случае иметь самую разную фигуру. Поэтому, следуя [1, 2], введем эффективный радиус струйки r_i соотношением $S_i = \pi r_i^2$. Таким образом, будем представлять себе индивидуальные проточные поры или пустоты в материале, через который фильтруется жидкость, в виде цилиндров с заданной функцией распределения $f(r)$, причем длина индивидуального цилиндра всегда соизмерима с его радиусом.

Направим ось x прямоугольной системы координат вдоль среднего переноса жидкости, фильтрующейся по пористому материалу. Будем для простоты рассматривать двумерную картину фильтрации, т. е. положим, что вдоль направления оси y отсутствуют какие-либо средние переносы массы жидкости и тепла. Здесь же примем условие, учитывая небольшую длину рассматриваемых струек, что в любой точке фильтрующей среды при помещении в нее начала координат O нашей системы скорость жидкости в струйке, проходящей через эту точку, не имеет составляющей в сторону отрицательных значений x.

Пусть луч n, выходящий из начала координат в полупространство $x > 0$, совпадает с осью индивидуального цилиндра. Обозначим через φ угол между лучом n и его проекцией на плоскость xy. Согласно сформулированному выше условию, $-\frac{1}{2}\pi < \varphi < \frac{1}{2}\pi$. Обозначим через ψ угол в плоскости xy между проекцией на нее луча n и осью x. Согласно определению, этот угол находится в пределах $-\frac{1}{2}\pi < \psi < \frac{1}{2}\pi$. Углы φ и ψ, рассматриваемые как случайные и независимые величины, определяют случайное положение в полупространстве $x > 0$ луча n. Обозначим через $f_1(\varphi)$ и $f_2(\psi)$ функции распределения направлений луча n по углам φ и ψ, где

$$\int\limits_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} f_1(\varphi)\,d\varphi = 1, \qquad \int\limits_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} f_2(\psi)\,d\psi = 1$$

Вероятность того, что фиксированная точка находится внутри индивидуальной струйки, равна пористости среды $m = N / N_0$, где N — объем проточных пор, приходящийся на общий объем N_0 фильтрующей среды.

Будем считать рассматриваемый пористый материал однородным и изотропным, т. е. примем, что перечисленные выше его статистические характеристики $f(r)$, $f_1(\varphi)$, $f_2(\psi)$, m, описывающие его фильтрационные свойства, одинаковы для всего объема, заполненного фильтрующим пористым материалом. Для самого потока фильтрующейся жидкости примем условие о его стационарности, т. е. примем, что величина скорости в каждой индивидуальной струйке неизменна во времени. Обозначим через $-\partial p / \partial x$ составляющую градиента давления в направлении среднего переноса жидкости. Тогда, используя высказанное в [1, 2] предложение описывать течение жидкости в индивидуальной струйке формулой Пуазейля, напишем выражение для потока через поперечное сечение индивидуального цилиндра в виде

$$\pi r_i^2 \rho u_i = -\pi \frac{r_i^4 \rho}{\alpha\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \cos\varphi \cos\psi \tag{1}$$

где ρ и μ — плотность и вязкость жидкости; u_i — ее средняя в сечении индивидуального цилиндра скорость; α — коэффициент, определяемый формой поперечного сечения струйки. Выражение математического ожидания потока жидкости через поперечное сечение индивидуальной струйки, переносимого через фиксированную точку O в направлении $x > 0$, запишется тогда в виде

$$\langle \pi r^2 \rho u \rangle = -\frac{\pi m \rho}{\alpha\mu}\left\langle \frac{\partial p}{\partial x}\right\rangle \int\limits_0^\infty f(r) r^4\, dr F_1 F_2 \tag{2}$$

Здесь и в дальнейшем символ $\langle\ \rangle$ означает средние величины. Среднее значение величины $\partial p / \partial x$ для фиксированной точки, совпадающей с началом координат O, производится осреднением по всем порам, пересекаемым осью y. В формуле (2) введены обозначения

$$F_1 = \int\limits_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} f_1(\varphi)\cos^2\varphi\, d\varphi, \qquad F_2 = \int\limits_{-\frac{1}{2}\pi}^{\frac{1}{2}\pi} f_2(\psi)\cos^2\psi\, d\psi$$

Отметим, что, согласно сформулированному выше условию, всегда справедливо неравенство $u_i > 0$, и, следовательно $(-\partial p / \partial x) > 0$. Это соответствует представлению о зернистой структуре пористого материала. Обратное неравенство было бы возможно при зигзагообразной форме индивидуальных струек.

Величина

$$\langle \pi r^2 \rho u \rangle \left[\pi \int\limits_0^\infty f(r) r^2\, dr\right]^{-1}$$

определяет среднее значение потока жидкости в фиксированной точке O в направлении $x > 0$ через единичную площадку в его поперечном сечении. Отсюда получим для средней фильтрационной скорости жидкости в сечении, перпендикулярном оси x, формулу типа соотношения Дарси

$$\langle u \rangle = -\frac{m}{\alpha\mu}\frac{\partial p}{\partial x} F_1 F_2 F_3, \qquad F_3 = \int\limits_0^\infty f(r) r^4\, dr \left[\int\limits_0^\infty f(r) r^2\, dr\right]^{-1} \tag{3}$$

Соотношение, аналогичное (3), было получено в [1, 2] для модели, состоящей из параллельных трубочек. Поэтому формулу (3) можно рассматривать как уточнение формулы Минского путем учета распределения индивидуальных струек по разным направлениям в пространстве.

Рассмотрим теперь более подробно картину переноса тепла жидкостью, фильтрующейся через пористый материал.

Обозначим через T_i некоторую среднюю в поперечном сечении индивидуальной струйки температуру жидкости (она же в данном случае есть температура стенки индивидуального цилиндра). Будем представлять ее состоящей из двух частей: $T_i = \langle T \rangle + T'$, где $\langle T \rangle$ — среднее значение температуры, полученное усреднением по струйкам всех радиусов и направлений, а T' — пульсационная часть температуры, меняющаяся от струйки к струйке. Принимая во внимание двумерность фильтрационной картины (вдоль направления y величина $\langle T \rangle$ не меняется), ансамбль струек, по которым определяется в фиксированной точке величина $\langle T \rangle$, определяется как совокупность индивидуальных струек, пересекающих ось y при совмещении начала координат с интересующей нас точкой в плоскости xz. Примем для температуры то же предположение, что и для $\partial p / \partial x$, а именно, в формулах для средних величин будем пренебрегать слагаемыми, содержащими T'. В случае, если фиксируемая точка находится не внутри какой-либо струйки, а в материале твердого скелета пористой среды, температуру в этой точке будем принимать равной величине $\langle T \rangle$.

При наличии ощутимой скорости среднего переноса естественно принять условие

$$Q_x = c\rho \langle u \rangle \langle T \rangle \gg \lambda \partial \langle T \rangle / \partial x$$

где c и ρ — теплоемкость и плотность жидкости, λ — ее коэффициент теплопроводности. Следовательно, в этом случае можно считать, что в направлении x тепло переносится только потоком Q_x, связанным с переносом самой жидкости. Однако, особый интерес, в частности для гидрогеологии и вулканологии представляет случай, когда требуется оценить поток тепла, переносимый фильтрацией в направлении, перпендикулярном среднему переносу жидкости, т. е. при наличии среднего переноса жидкости вдоль горизонтального пласта требуется определить поток тепла в вертикальном направлении, которое будем считать совпадающим с осью z.

Рассмотрим наиболее распространенный случай, когда вертикальный поток тепла (в направлении z) за счет теплопроводности в твердом скелете пористой среды пренебрежимо мал по сравнению с фильтрационным потоком Q_z. Разделим в некотором выделенном объеме все индивидуальные струйки на два класса. Будем рассматривать отдельно все струйки, направленные в сторону $z > 0$, и отдельно все струйки, направленные в сторону $z < 0$. Очевидно, что суммарный поток массы, переносимый через плоскость xy струйками обеих классов, равен нулю. Однако при наличии составляющей градиента температуры вдоль оси z суммарный поток тепла, переносимый жидкостью вдоль z, будет отличен от нуля.

Если, например, $\langle T\rangle$ убывает в сторону $z > 0$, то это означает что средняя температура жидкости, переносимой струйками в сторону $z > 0$, которую обозначим через T^+, превышает среднюю температуру жидкости, переносимой струйками в сторону $z < 0$, и обозначаемую в дальнейшем через T^-. Суммарный поток тепла Q_z вдоль оси z пропорционален, таким образом, величине $T^+ - T^-$.

При этом в каждой фиксированной точке $|T^+ - T^-| \ll \langle T\rangle$; по этой причине под $\langle T\rangle$ будем в дальнейшем подразумевать величину $\langle T\rangle = {}^1/_2(T^+ + T^-)$.

Напишем, аналогично (3), выражения для средних потоков тепла Q^+ и Q^-, переносимых жидкостью в фиксированной точке O, соответственно в сторону $z > 0$ и в сторону $z < 0$, приняв во внимание, что проекция величины (1) на направление оси z равна

$$-\pi\frac{r^4\rho}{\alpha\mu}\frac{\partial p}{\partial x}\cos\varphi\cos\left(\frac{\pi}{2}-|\varphi|\right)\cos\psi$$

$$Q^+ = \frac{mc\rho}{\alpha\mu}\left|\frac{\partial p}{\partial x}\right| T^+F_3F_4F_5 \tag{4}$$

$$Q^- = \frac{mc\rho}{\alpha\mu}\left|\frac{\partial p}{\partial x}\right| T^-F_3F_5F_6 \tag{5}$$

$$F_4 = \int\limits_0^{1/2\pi} f_1(\varphi)\cos\varphi\cos({}^1/_2\pi-\varphi)\,d\varphi, \qquad F_5 = \int\limits_{-1/2\pi}^{1/2\pi} f_2(\psi)\cos\psi\,d\psi$$

$$F_6 = \int\limits_{-1/2\pi}^{0} f_1(\varphi)\cos\varphi\cos({}^1/_2\pi-|\varphi|)\,d\varphi$$

Согласно сказанному, $Q_z = |Q^+| - |Q^-|$, или, используя (3), получим

$$Q_z = c\rho\langle u\rangle\beta\,(T^+ - T^-)\quad(\beta = [F_1F_2]^{-1}F_4F_5;\ \ \beta = 4/\pi^2 \text{ при } f_1 = f_2 = 1/\pi) \tag{6}$$

Итак, пусть $T^+ > T^-$ и, следовательно, $|Q^+| > |Q^-|$. Доля тепла, которую теряет поток Q^+ на единицу высоты z, равная $\partial Q^+/\partial z$, расходуется, с одной стороны, на прогрев твердого скелета пористой среды и, следовательно, при стационарных условиях — на поддержание потока тепла за счет теплопроводности в твердом скелете в сторону $z > 0$; с другой стороны, величина $\partial Q^+/\partial z$ через теплопередачу в твердом скелете пористого материала расходуется на приращение на единицу z встречного потока Q^-, переносимого струйками второго класса в направлении $z < 0$ и равного $|\partial Q^-/\partial z|$. Таким образом, восходящий поток Q^+, перенося тепло в сторону $z > 0$, возвращает часть этого тепла в сторону $z < 0$ в виде нисходящего потока Q^-, а сама величина Q^- при стационарных условиях обусловлена величиной Q^+. Обозначим через $\langle q\rangle$ поток тепла за счет теплопроводности через твердый скелет между струйками класса $z > 0$ и струйками класса $z < 0$, который обеспечивает прирост на единицу z величины Q^-. Этот прирост при стационарных условиях равен $\partial Q^-/\partial z$. Уравнение баланса между $\langle q\rangle$ и $\partial Q^-/\partial z$ при стационарных условиях запишется в виде

$$\langle q\rangle / R^\circ = -\partial Q^- / \partial z \tag{7}$$

где R° — некоторый средний, эффективный радиус струек класса $z < 0$ (а также и класса $z > 0$, если $f_1(\varphi) = f_1(-\varphi)$). Величина R° в формуле (7) играет роль некоторого эмпирического коэффициента. Величина $\langle q\rangle$, в свою очередь, при каждой фиксированной точке определяется величинами $T^+ - T^-$, коэффициентом теплопроводности вещества твердого скелета λ и некоторым масштабом длины l, который можно рассматривать как среднее характерное расстояние между струйками класса $z > 0$ и класса $z < 0$. При условии постоянства во всем объеме, занимаемом пористым телом, фильтрационных параметров a, m, $f(r)$, $f_1(\varphi)$, $f_2(\psi)$ и величины λ масштаб l, который также является параметром твердого скелета пористой среды, можно считать постоянным. Поэтому из соображений размерности выражение для $\langle q\rangle$ напишем в виде

$$\langle q\rangle = \gamma\lambda\,[T^+ - T^-]\,l^{-1} \tag{8}$$

где γ — некоторый безразмерный коэффициент пропорциональности. Вводя обозначение $h = l/\gamma$ и комбинируя (7) и (8), принимая во внимание что

$$|Q^-| = c\rho\langle u\rangle\beta T^-$$

напишем формулу

$$T^+ - T^- = -c\rho\langle u\rangle\beta R^\circ h\lambda^{-1}\partial T^-/\partial z$$

Отсюда, используя (6), получим

$$Q_z = -(c\rho\langle u\rangle\beta)^2 R^\circ h\lambda^{-1}\partial T^-/\partial z \tag{9}$$

Используя выражение для закона сохранения тепла при стационарном режиме

$$\partial Q_x/\partial x + \partial Q_z/\partial z = 0$$

(по условию $Q_y = 0$) и приближенное равенство

$$\partial T^+/\partial z = \partial T^-/\partial z$$

получим из (9) формулу

$$\frac{\partial\langle T\rangle/\partial x}{\partial^2\langle T\rangle/\partial z^2} = \frac{c\rho\langle u\rangle\beta^2}{\lambda}R^\circ h \tag{10}$$

определяющую некоторый характерный масштаб длины в общей картине переноса тепла фильтрующейся жидкостью. При этом можно отметить, что своим видом формула (10) напоминает формулу длины пути перемешивания Кармана для поля скорости в турбулентном потоке. Полученные формулы (9) и (10) могут быть применены для расчета температурных полей и теплопередачи при фильтрации. Их использование, однако, будет облегчено, если удастся найти некоторый независимый способ определения параметров R° и h. Попытаемся с этой целью конкретизировать изложенную выше фильтрационную модель.

Отметим прежде всего, что в реальном фильтрационном потоке температура жидкости в индивидуальных струйках, вообще говоря, отличается от температуры твердого скелета пористой среды. Поэтому при течении в индивидуальных струйках жидкость передает тепло твердому скелету пористого материала через стенки индивидуальных цилиндров или, наоборот, получает тепло от этих стенок в зависимости от знака разности между средней температурой в поперечном сечении рассматриваемой струйки T_i и температурой стенки соответствующего индивидуального цилиндра T_{wi}. При этом как T_i, так и T_{wi}, вообще говоря, изменяются вдоль длины индивидуальной струйки.

Рассмотрим в общем виде случай нестационарного температурного режима при условии стационарности поля скорости потока жидкости, переносящей тепло фильтрацией через пористый материал (следовательно, нами принято, что изменение температуры потока не влияет на его скорость). Для удобства будем в дальнейшем величины u_i, T_i, T_{wi} отмечать для струек класса $z > 0$ индексом $+$ и писать u_i^+, T_i^+, T_{wi}^+, для струек класса $z < 0$ — индексом $-$ и писать u_i^-, T_i^-, T_{wi}^-. Запишем уравнение баланса тепла в индивидуальном цилиндре сначала для струек класса > 0, и значит, $T_i^+ > T_{wi}^+$ [3]

$$c\rho\pi r_i^2 u_i^+\,|\,\partial T_i/\partial n\,| = c\rho\pi r_i^2\partial T_i^+/\partial t + 2\pi r_i q \quad (\partial/\partial n = 1/\sin\varphi\,\partial/\partial z) \tag{11}$$

Здесь производная по n означает дифференцирование по направлению оси индивидуального цилиндра вдоль луча n, когда начало координат O совмещено с рассматриваемой нами фиксированной точкой, лежащей на оси индивидуального цилиндра; t — время; q — количество тепла, проходящее через стенку индивидуального цилиндра в направлении r_i в единицу времени через единичную площадку. В данном случае при $T_i^+ > T_{wi}^+$, $q > 0$ левая часть уравнения (11) выражает общую потерю тепла в индивидуальном цилиндре на единицу его длины в единицу времени.

Это тепло расходуется, с одной стороны, на увеличение в единицу времени теплосодержания жидкости, заполняющей участок цилиндра единичной длины, и выражается первым слагаемым правой части уравнения (11); с другой стороны, часть этого тепла выходит через стенки индивидуального цилиндра, и его расход в этом направлении в единицу времени выражается вторым слагаемым правой части уравнения (11). Для струек класса $z < 0$, когда $T_i^- < T_{wi}^-$, и следовательно,

$q < 0$, уравнение, аналогичное (11), удобнее переписать в виде

$$-2\pi r_i q = c\rho\pi r_i^2 \partial T_i^- / \partial t + c\rho r_i^2 u_i^- \partial T_i^- / \partial n \tag{12}$$

где величина $-2\pi r_i q$ на этот раз играет роль источника тепла, расходуемого на увеличение теплосодержания $c\rho\pi r_i^2 \partial T_i^- / \partial t$ и на прирост в единицу времени общего потока тепла вдоль оси индивидуального цилиндра ($c\rho r_i^2 u_i^- \partial T_i^- / \partial n$). Примем внутри каждой индивидуальной струйки температуру жидкости и скорость потока удовлетворяющими параболической зависимости этих величин от расстояния r до оси индивидуального цилиндра, что при ламинарном течении представляется естественным. Для этого случая существующая теория, изложенная, например, в [4], дает связь между величинами T_i, T_{wi} и q в виде

$$|T_i - T_{wi}| \approx 0.5\, r_i / \lambda |q| \tag{13}$$

где λ — коэффициент теплопроводности жидкости.

Проекции уравнений (11) и (12) на ось z с использованием соотношения (13) запишутся в виде

$$c\rho\pi r_i^2 u_i^+ \frac{\partial T_i^+}{\partial z} + c\rho\pi r_i^2 \frac{\partial T^+}{\partial t} \sin\varphi = 4\pi\lambda \sin\sqrt{\varphi}(T_{wi}^+ - T_i^+) \tag{14}$$

$$c\rho\pi r_i^2 u_i^- \frac{\partial T_i^-}{\partial z} + c\rho\pi r_i^2 \frac{\partial T_i^-}{\partial t} \sin(-|\varphi|) = 4\pi\lambda \sin(-|\varphi|)(T_{iw}^- - T_i^-) \tag{15}$$

Заменяя в этих уравнениях $\pi r_i^2 \rho u_i$ на величины, содержащие $\partial p / \partial x$, по формуле (1) и умножая правую и левую части уравнения (14) на $\sin\varphi$, а уравнения (15) — на $\sin(-|\varphi|)$, получим

$$-c\pi \frac{r_i^4 \rho}{\alpha\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T_i^+}{\partial z} \cos\varphi \sin\varphi \cos\psi + c\rho\pi r_i^2 \frac{\partial T_i^+}{\partial t} \sin^2\varphi = 4\pi\lambda \sin^2\varphi (\overset{+}{T}_{wi} - T_i^+) \tag{16}$$

$$-c\pi \frac{r_i^4 \rho}{\alpha\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \frac{\partial T_i^-}{\partial z} \cos\varphi \sin(-|\varphi|)\cos\psi + c\rho\pi r_i^2 \frac{\partial T_i^-}{\partial t} \sin^2(-|\varphi|) =$$

$$= 4\pi\lambda \sin^2(-|\varphi|)(T_{iw}^- - T_i^-) \tag{17}$$

Проинтегрируем оба уравнения по r от 0 до ∞ и по ψ от $-\frac{1}{2}\pi$ до $\frac{1}{2}\pi$. Уравнение (16) проинтегрируем по φ от 0 до $\frac{1}{2}\pi$ и уравнение (17) по φ от $-\frac{1}{2}\pi$ до 0.

Разделив обе части уравнений (16) и (17) на величину

$$\int\limits_0^\infty f(r) r^2\, dr = \frac{\langle S \rangle}{\pi} = B$$

где $\langle S \rangle$ — некоторая средняя для данного пористого материала площадь поперечного сечения индивидуальной струйки, запишем (16) и (17) в виде

$$\frac{\partial |Q^+|}{\partial z} + c\rho m F_7 \frac{\partial T^+}{\partial t} = \frac{4\lambda m}{B} F_7 (T_w^+ - T^+) \tag{18}$$

$$\frac{\partial |Q^-|}{\partial z} + c\rho m F_8 \frac{\partial T^-}{\partial t} = \frac{4\lambda m}{B} F_8 (T_w^- - T^-) \tag{19}$$

$$F_7 = \int\limits_0^{\frac{1}{2}\pi} f_1(\varphi) \sin^2\varphi\, d\varphi, \qquad F_8 = \int\limits_{-\frac{1}{2}\pi}^{0} f_1(\varphi) \sin^2(-|\varphi|)\, d\varphi$$

Складывая (18) и (19) при условии $f_1(\varphi) = f_1(-\varphi)$ и принимая приближенное равенство $\partial T^+ / \partial z \approx \partial T^- / \partial z \approx \partial \langle T \rangle / \partial z$, получим

$$2c\rho \langle u \rangle \beta \frac{\partial \langle T \rangle}{\partial z} + \frac{m}{\langle u \rangle \beta} F_7 \frac{\partial Q_z}{\partial t} = \frac{4\lambda m}{B} F_7 \{-(T^+ - T^-) + (T_w^+ - T_w^-)\} \tag{20}$$

где, по определению, $T^+ - T^- > T_w^+ - T_w^-$. В связи с этим рассмотрим подробнее вопрос о том, из чего складывается в общей сложности средний перепад температур $T^+ - T^-$ между струйками класса $z > 0$ и струйками класса $z < 0$.

Как следует из вышесказанного, он складывается из трех частей

$$T^+ - T^- = (T^+ - T_w^+) + (T_w^- - T^-) + (T_w^+ - T_w^-)$$

Здесь $T^+ - T_w^+$ — математическое ожидание разности температур для струек класса $z > 0$ между средней в поперечном сечении струйки температурой жидкости и температурой ее стенки. Эта величина определена для некоторой фиксированной точки O фильтрующей среды. При этом поперечные сечения индивидуальных струек, в которых берутся разности $T_i^+ - T_{wi}^+$, выбираются так, чтобы эти сечения проходили через точку O. Величина $T_w^- - T^-$, полученная аналогичным осреднением по струйкам класса $z < 0$,— разность между температурой стенки и средней в поперечном сечении струйки температурой жидкости.

Далее, $T_w^+ - T_w^-$ — осредненная аналогичным образом разность между температурой стенок струек класса $z > 0$ и струек класса $z < 0$. Если считать долю величины $\partial Q^+ / \partial z$, затрачиваемой на поддержание вертикального потока тепла теплопроводностью в твердом скелете, малой, по сравнению с величиной $\langle q \rangle$, и если поле температур достаточно медленно меняется во времени, то естественно написать приближенное равенство (в соответствии с (18) и (19))

$$T^+ - T_w^+ \approx T_w^- - T^-$$

не забывая при этом, что

$$T^+ - T_w^+ > T_w^- - T^-$$

Если, кроме того, принять, что величина $T_w^+ - T_w^-$ не превышает величины $T_w^- - T^-$, то получим оценку

$$T^+ - T^- > 3\,(T_w^+ - T_w^-)$$

которую можно усилить, налагая дальнейшие ограничения на $T_w^+ - T_w^-$.

Малость величины $T_w^+ - T_w^-$, по сравнению с величиной $T^+ - T^-$, можно в то же время принять в качестве условия, заложенного в рассматриваемую фильтрационную модель.

Таким образом, если в правой части уравнения (20) опустить величину $T_w^+ - T_w^+$ как пренебрежимо малую, то получим

$$Q_z = -\frac{(c\rho\langle u\rangle\beta)^2}{2\lambda m}\,\frac{B}{F_7}\,\frac{\partial\langle T\rangle}{\partial z} - \frac{c\rho}{4\lambda}\,B\,\frac{\partial Q_z}{\partial t} \qquad (21)$$

Сравнивая при стационарном температурном режиме $(\partial\langle T\rangle / \partial t = 0)$ уравнение (21) с уравнением (9), получим для $R^\circ h$

$$R^\circ h = \frac{1}{2m}\,B\,[F_7]^{-1}, \qquad R^\circ h = \frac{2}{m}\,B \qquad \text{при } f(\varphi) = \frac{1}{\pi}$$

Уравнение (21) может быть также использовано для оценок изменения потока Q_z во времени. Рассмотрим для простоты случай, когда $\partial\langle T\rangle / \partial z \approx 0$, тогда из (21) получается простая зависимость Q_z от времени.

$$Q_z(t) = Q_z(t_0)\exp\left[-4kB^{-1}(t - t_0)\right]$$

где $Q_z(t_0)$ — значение Q_z в некоторый начальный момент времени t_0; k — коэффициент температуропроводности воды.

Поступило 17 IV 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Минский Е. М. Элементы статистического исследования фильтрационных движений. Тр. ВНИИГАЗ, 1957, вып. 2 (10).
2. Минский Е. М. Статистическое обоснование уравнений фильтрационного движения. Докл. АН СССР, 1958, т. 118, № 2.
3. Казанский А. Б. Об изменении температуры жидкости в тепловых потерях в действующей скважине. Геотермические исследования и использование тепла Земли. Тр. II совещания по геотермическим исследованиям в СССР, Изд-во «Наука», 1966.
4. Эккерт Э. Р., Дрейк Р. М. Теория тепло- и массообмена. Госэнергоиздат, 1961.