

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВИХРЕВОГО ТЕЧЕНИЯ ОКОЛО КРЫЛЬЕВ МАЛОГО УДЛИНЕНИЯ И КРУГЛЫХ КОНУСОВ ПРИ ЧИСЛЕ МАХА, РАВНОМ ДВУМ

В. И. АЛФЕРОВ, Т. И. ОКЕРБЛОМ, А. И. САРАНЦЕВ

(Москва)

При обтекании крыльев малого удлинения с дозвуковыми передними кромками и тел вращения под углами атаки характерно образование спиральных вихрей в результате свертывания поперечного потока, срывающегося вблизи передней кромки крыла и на боковой образующей тела. Вихри, сконцентрированные в пару свободных вихревых жгутов, взаимодействуют с пограничным слоем, вызывая сложную картину течения на поверхности исследуемой модели.

Существует несколько методов, позволяющих изучить течение около модели. При помощи насадков можно измерять поле давления или поле скоростей вблизи модели. Этот способ нашел широкое распространение и был применен для исследования картины обтекания крыльев и тел вращения как при дозвуковых, так и при сверхзвуковых скоростях (см., например, работы [1-4]). Однако этот метод очень трудоемок, кроме того, насадки всегда вносят возмущения в поток, особенно при сверхзвуковых скоростях.

Наглядную картину вихревого течения можно получить в гидробассейне, добавляя в воду металлическую пыль, находящуюся во взвешенном состоянии, или пуская струйки подкрашенной жидкости [1, 5].

Для визуализации потока используется также метод парового экрана [6] и дымовой метод [3].

Течение пограничного слоя на модели изучается при помощи масляных или испаряющихся покрытий. Эти методы были использованы в работах [1, 7] для исследования обтекания крыльев и в работе [8] для обтекания круглых конусов.

Согласно проведенным в работе [9] исследованиям электрического разряда, при подаче высокого напряжения на электроды, находящиеся в потоке воздуха, появляется устойчивое свечение, обусловленное предпробойным разрядом.

Свойства предпробойного разряда были использованы авторами настоящей статьи для визуализации вихревых течений (метод высоковольтного электроразряда). При помощи этого метода были получены траектории вихревых жгутов для крыльев малого удлинения и круглых конусов, установленных в потоке под различными углами атаки при числе Маха  $M = 2$  и числе Рейнольдса  $R = 0.9 \cdot 10^6$ .

**1. Метод визуализации неоднородностей сверхзвукового потока.** Метод визуализации неоднородностей в сверхзвуковом потоке основан на использовании свойств предпробойного разряда, описанного в работе [9]. Как следует из указанной работы, при подаче высокого напряжения на электроды, помещенные в сверхзвуковой поток, между ними возникает устойчивое свечение, на фоне которого отчетливо видны ударные волны от электродов и область отрыва потока. Предпробойный разряд по своим характеристикам значительно отличается от тлеющего разряда, используемого обычно для визуализации течений разреженного газа.

Спектр предпробойного разряда, обусловленный электронно-возбужденными молекулами азота, заполнен полосами второй положительной системы  $N_2$ . Функции возбуждения полос  $N_2$  имеют резко выраженный пороговый характер в зависимости от энергии возбуждающего электрона, как показано на фиг. 1 [10].

Неоднородность сверхзвукового газового потока можно проанализировать, пользуясь схемой дрейфа электронного облака под действием электрического поля.

Скорость дрейфа и среднюю энергию электронов принято определять как функцию  $E/p$  [в/см мм рт. ст.]. Под  $p$  понимается давление, приведенное по плотности к нормальной температуре  $0^\circ C$ ,  $E$  — напряженность электрического поля.

Последнее особенно важно в случае сверхзвукового течения, поскольку при близких статических давлениях плотности могут существенно различаться.

Скорость дрейфа электронного облака в азоте  $u_e$  может быть определена по данным работы [10]. Для значений  $E/p$  от 10 до 15 в/см мм рт. ст. при скорости потока  $V = 5 \cdot 10^2$  м/сек, что имеет место в условиях эксперимента, описанного ниже,  $u_e \approx 5 \cdot 10^4 - 6 \cdot 10^4$  м/сек, т. е.  $u_e \gg V$ .

Это обстоятельство позволяет не учитывать скорость движения газа при рассмотрении дрейфа электронов. Для тех же условий скорость дрейфа положительных ионов  $u_i \approx 10^2$  м/сек.

Согласно условию квазинейтральности, число ионов равно числу электронов  $n_e \approx n_i$ . Плотность тока  $j = n_e e u_e + n_i e u_i$ , кроме того,  $u_e \gg u_i$ , поэтому с достаточной степенью точности можно считать  $j = e n_e u_e$ .

Из указанного соотношения можно оценить среднюю концентрацию электронов. Для  $E/p = 10$  в/см мм рт. ст.,  $I \approx 0.05$  а,  $S \approx 1$  см<sup>2</sup> имеем  $n_e \approx 10^{10} - 10^{11}$  см<sup>-3</sup>.

Полученное значение можно использовать для оценки вида распределения электронов по энергиям.

Необходимым условием существования максвелловского распределения по скорости является совпадение времен между соударениями электрон — электрон, электрон — молекула. Кроме того, указанные времена должны быть малы по сравнению с временем прохождения электроном межэлектродного промежутка [11].

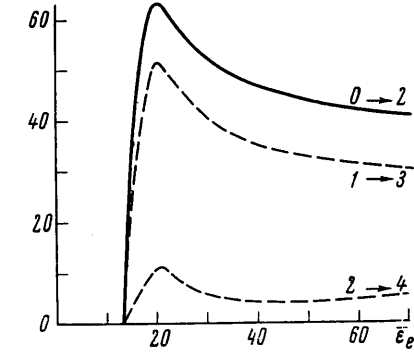
Оценку среднего времени  $\tau_{ee}$  между столкновениями электрон — электрон можно произвести по формуле Спитцера [12]

$$\tau_{ee} = \frac{0.267 T_e^{3/2}}{n_e} \lg \lambda, \quad \lg \lambda = \lg \left( \frac{12 \pi \epsilon_0 n_e T_e^{3/2}}{e^3 h^{1/2}} \right)$$

Здесь  $T_e$  — электронная температура,  $\lg \lambda$  — кулоновский логарифм. Время столкновения электрон — молекула на длине свободного пробега электрона  $\lambda_e$

$$\tau_{em} = \frac{1}{v_e} = \frac{1}{n_e Q_{em} u_e} = \frac{m_m v_e}{E e \lambda_e}$$

Для вычисления указанных времен необходимо знать температуру электронного газа  $T_e$ . Для оценки температуры электронного газа можно воспользоваться результатами работы [10], согласно которой выражения для средней энергии электронов  $\epsilon_e$  и подвижности



Фиг. 1. Наблюдаемые функции возбуждения азота в произвольных единицах от энергии электронов  $\epsilon_e$  [эВ]

$u_e$  (в зависимости от энергии, приобретенной электроном на длине свободного пробега,  $E e \lambda_e u_e / v_e$ ) имеют вид (сечение передачи импульса  $Q_a$  при этом предполагается постоянным)

$$\epsilon_e = 0.427 \left( \frac{m_m}{m_e} \right)^{1/2} E e \lambda_e \frac{u_e}{v_e}$$

$$u_e = 0.6345 \left( \frac{m_e}{m_m} \right)^{1/4} \left[ \frac{2 E e \lambda_e u_e}{m_e v_e} \right]^{1/2}$$

Отсюда

$$\epsilon_e = \frac{0.427 m_m u_e^2}{2 (0.6345)^2}$$

Здесь  $m_m$  — масса молекулы газа,  $m_e$  — масса электрона. Подставляя соответствующие численные значения, получим  $\epsilon_e \approx 5$  эв. Учитывая, что средней энергии электрона 1 эв соответствует температура 11 600° К, имеем  $T_e \approx 60 000^\circ$  К.

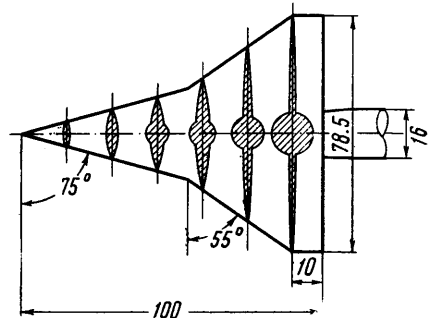
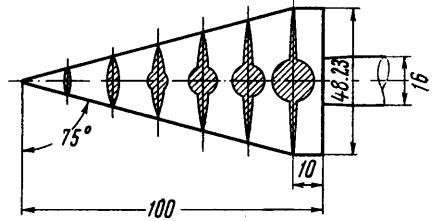
Указанное соотношение справедливо только для оценки, поскольку не доказано наличие максвелловского распределения электронов по энергиям.

Подставляя значение  $T_e$  в выражение для  $\tau_{ee}$ , получим  $\tau_{ee} \approx 2 \cdot 10^{-4}$  сек.

С другой стороны, время между столкновениями электрон — молекула имеет порядок  $\tau_{em} \sim 10^{-12}$  сек. Таким образом, частота столкновений электрон — молекула значительно превышает частоту столкновений электрон — электрон. С другой стороны, время прохождения электроном межэлектродного промежутка  $L \approx 20$  см равно  $L / u_e = 4 \cdot 10^{-8}$  сек, т. е. меньше времени столкновения между электронами.

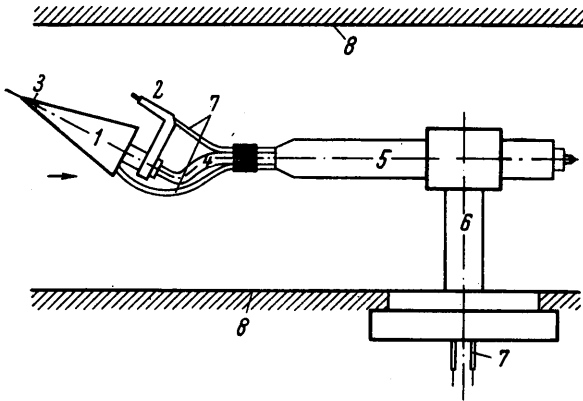
Следовательно, электроны, эмитируемые катодом за счет автоэлектронной эмиссии, достигнут анода практически без взаимных столкновений, испытывая при этом только столкновения с молекулами воздуха.

Если неоднородность в газе имеет вид некоторого шнура с меньшей плотностью, вытянутого вдоль по потоку и вдоль силовых линий, то в этом случае должно наблюдаться увеличение плотности тока в указанной неоднородности. В самом деле, поскольку напряженность электрического поля как вблизи неоднородности, так и в самой неоднородности можно считать постоянной, то величина  $E / \rho$  будет существ-



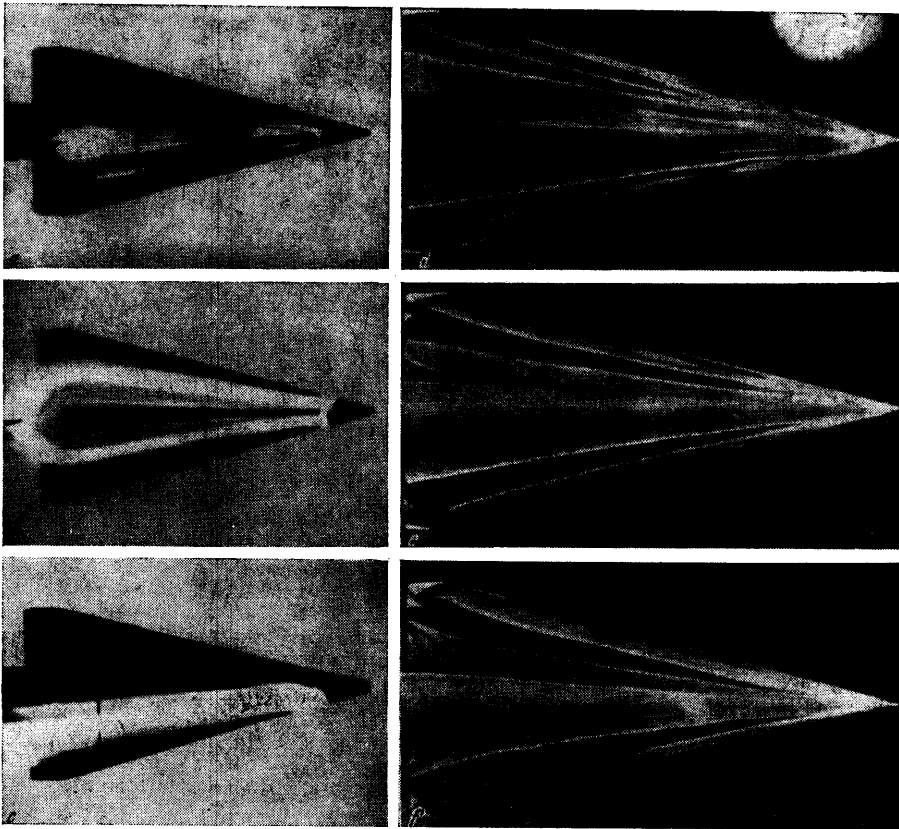
Фиг. 2. Чертежи моделей крыльев  $\chi = 75^\circ$  и  $\chi = 55^\circ$

венно отличаться в этих областях. В соответствии с этим и скорость дрейфа электронов внутри газовой неоднородности будет также отличаться. Концентрации электронов  $n_e$  как вне, так и внутри газовой неоднородности должны быть близки из

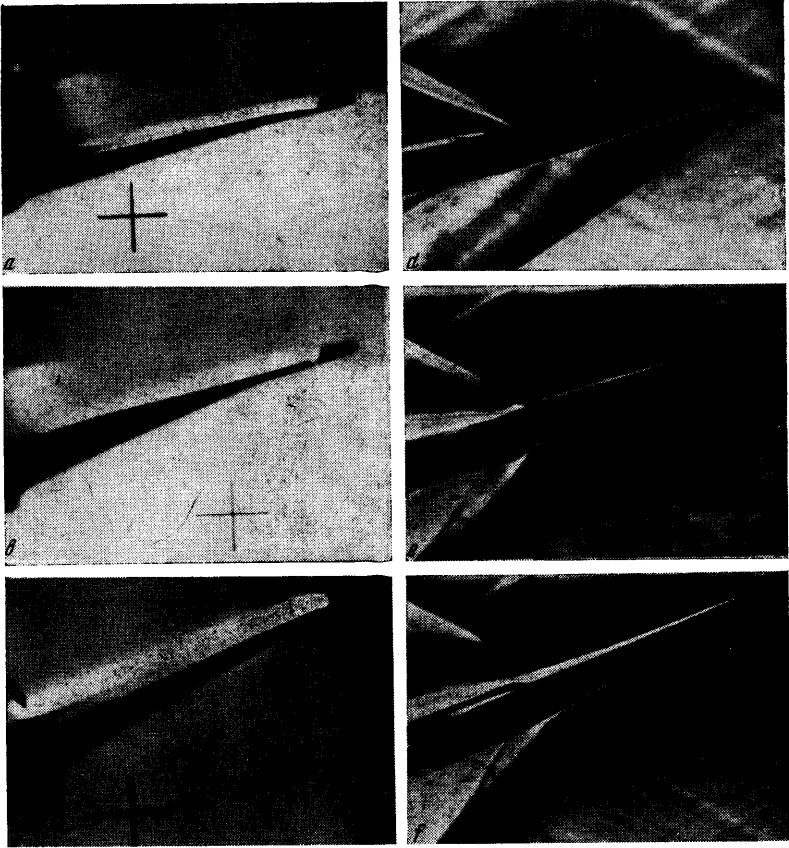


Фиг. 3. Схема установки модели в аэродинамической трубе. 1 — модель; 2 — анод; 3 — катод; 4 — кривая державка; 5 — переходная втулка; 6 — стойка; 7 — провода, подводящие напряжение; 8 — стенка трубы

условия отсутствия пространственного заряда. Это связано с тем, что при напряженностях полей  $E/p$  от 10 до 15 в/см мм рт. ст., реализуемых в рассматриваемых условиях, при пробегании электроном межэлектродного промежутка вероятность ио-



Фиг. 4. Визуализация потока около крыла  $\chi = 75^\circ$ ,  $M = 2$ ,  $R = 0.8 \cdot 10^6$ ,  $\varphi = 90^\circ$ ,  
 a, b, c — метод высоковольтного электроразряда; d, e, f — метод масляной пленки;  
 a, d —  $\alpha = 11.5^\circ$ ; b, e —  $\alpha = 18.5^\circ$ ; c, f —  $\alpha = 25^\circ$



Фиг. 5. Визуализация потока около крыла  $\chi = 75^\circ$ ,  $M = 2$ ,  $\varphi = 0$ .  
*a, b, c* — метод высоковольтного электроразряда,  $R = 0.8 \cdot 10^6$ ; *d, e, f* — метод Теплера,  $R = 3.1 \cdot 10^6$ ; *a, d* —  $\alpha = 11.5^\circ$ ; *b, e* —  $\alpha = 18.5^\circ$ ; *c, f* —  $\alpha = 25^\circ$

низации электроном молекулы газа составляет величину  $\sim 10^{-2}$  [10]. Иными словами, число вторичных электронов и, следовательно, ионов, образовавшихся в результате ионизации молекул воздуха электронами, не превышает  $\sim 1\%$ .

Из указанного рассмотрения можно заключить, что распределение электронов существенно отличается от максвелловского, число вторичных электронов, образовавшихся в разряде, мало, так что электроны, эмитируемые катодом, практически двигаются по силовым линиям электрического поля. Увеличение интенсивности свечения в зоне газовых неоднородностей с меньшей плотностью должно быть в основном обусловлено увеличением средней энергии электрона вследствие увеличения длины его пробега между соударениями с молекулами и поэтому должно быть пропорционально изменению плотности. Возмущения, вносимые разрядом в поток, должны быть малы вследствие весьма малого количества энергии, выделенной в газе.

**2. Модели и методика эксперимента.** Экспериментальные исследования проводились в аэродинамической трубе, описанной в работе [9], при  $M = 2$  и  $R = 0.9 \cdot 10^6$ , подсчитанном для длины  $l = 0.1$  м.

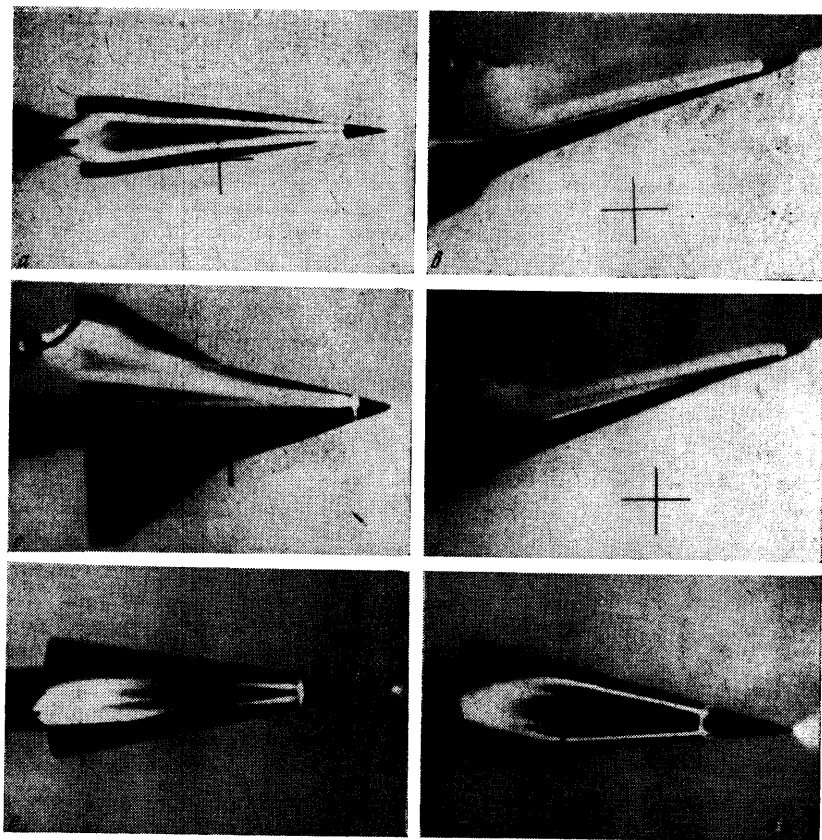
Объектами испытаний были три крыла и три круглых конуса. Два крыла треугольной формы в плане со срезанными концами имели углы стреловидности по передней кромке  $\chi = 82$  и  $75^\circ$ , третье крыло имело ломаную переднюю кромку  $\chi = 75^\circ$  и  $\chi = 55^\circ$ . Крылья имели симметричный профиль с относительной толщиной  $s = 5\%$ . Для крепления крыльев к державке в середине каждого из них было сделано утолщение в виде конуса, переходящее в цилиндрическую часть. На фиг. 2 даны схемы моделей крыльев  $\chi = 75^\circ$  и  $\chi = 75-55^\circ$  с основными размерами и поперечными сечениями. Крыло  $\chi = 82^\circ$  отличается от крыла  $\chi = 75^\circ$  только удлинением. Конусы имели углы полураствора  $\Theta = 10, 15$  и  $20^\circ$ , для крепления их к державке служили цилиндрические переходники.

Модели размещались в рабочей части трубы в ядре потока при помощи изогнутых державок, изготовленных для установки моделей под фиксированными углами атаки. Модели испытывались при углах атаки  $\alpha \approx 11,5, 18$  и  $25^\circ$ .

Схема установки модели в трубе показана на фиг. 3. Державка имела возможность поворачиваться вокруг оси, и модель можно было наблюдать в различных проекциях (от вида сбоку —  $\varphi = 0$  до вида сверху —  $\varphi = 90^\circ$ ).

Точность установки углов атаки в трубе с учетом деформаций державок была порядка  $\pm 1,5^\circ$ , углов  $\varphi \approx \pm 1,5^\circ$ .

Для испытаний при помощи высоковольтного электроразряда модели изготовлены из электроизоляционных материалов с передней металлической частью. Внутри моде-



Фиг. 6. Визуализация потока методом высоковольтного электроразряда  $M = 2$ . *a, b* — крыло,  $\chi = 82^\circ$ ,  $R = 1 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = 17,5^\circ$ ,  $\varphi = 90^\circ$  и  $0$ ; *c, d* — крыло,  $\chi = 75-55^\circ$ ,  $R = 0,8 \cdot 10^6$ ,  $\alpha = 19^\circ$ ,  $\varphi = 90^\circ$  и  $0$ ; *e, f* — конус  $\theta = 10^\circ$ ,  $R = 0,72 \cdot 10^6$ ,  $\varphi = 90^\circ$ ;  $\alpha = 11$  и  $17,5^\circ$

ли размещался проводник, соединенный одним концом с металлическим носком модели, другим — с катодом высоковольтного выпрямителя (фиг. 3).

Иглообразный анод в плексигласовом держателе располагался над исследуемой областью так, чтобы силовые линии электрического поля пересекали исследуемую область, а аэродинамические возмущения от него не попадали на модель и не искажали картину течения.

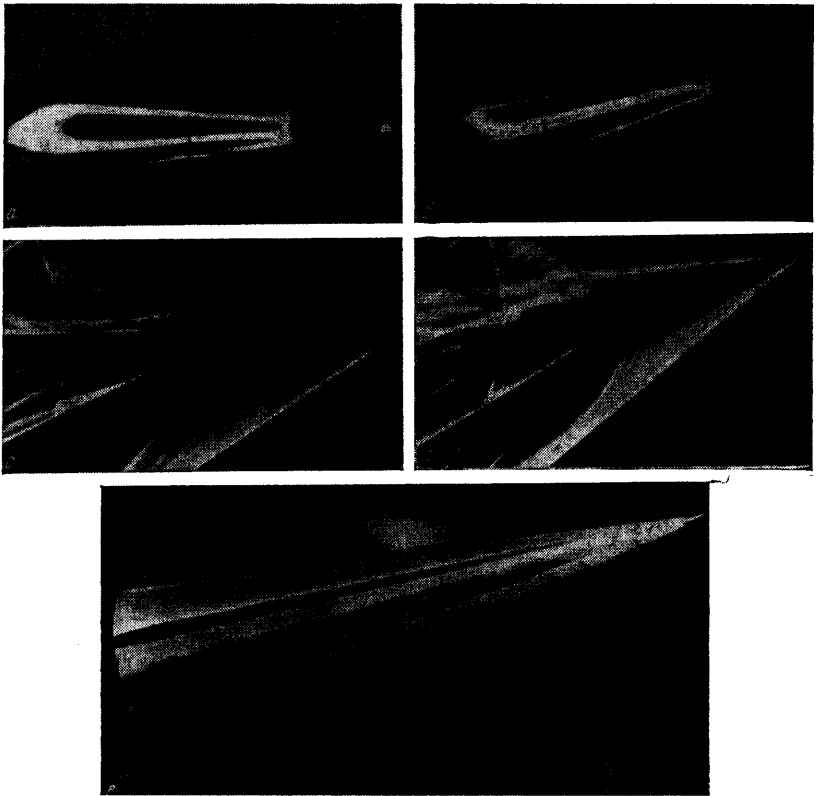
Для безопасности работы в высоковольтной цепи выпрямителя устанавливалось балластное сопротивление, ограничивающее величину максимального тока. Величина тока и напряжения разряда подбирались так, чтобы обеспечить устойчивую картину свечения. Для этого приведенная напряженность электрического поля  $E/\rho$  выбиралась такой, чтобы соответствующая ей средняя энергия электронов приблизительно равнялась пороговому значению функции возбуждения от 10 до 15 эв (фиг. 1).

Вследствие различия в плотностях газа, обусловленного аэродинамическими неоднородностями, величина  $E/p$  будет меняться; например, для рассмотренного случая  $E/p \approx 10$  в/см мм рт. ст. — в центре вихревой области и  $E/p \approx 5$  в/см мм рт. ст. — в сверхзвуковой, а следовательно, будут отличаться и средние энергии электронов.

Фотографирование свечения разряда производилось на аэрофотопленку.

Для визуализации течения в пограничном слое на поверхность моделей наносился тонкий слой черной масляной жидкости.

3. Результаты испытаний. На фиг. 4—7 приведены снимки поля течения вблизи крыльев и конусов, полученные при помощи метода высоковольтного электрического разряда; для крыла с углом стреловидности  $\chi = 75^\circ$  и конуса с углом полураствора



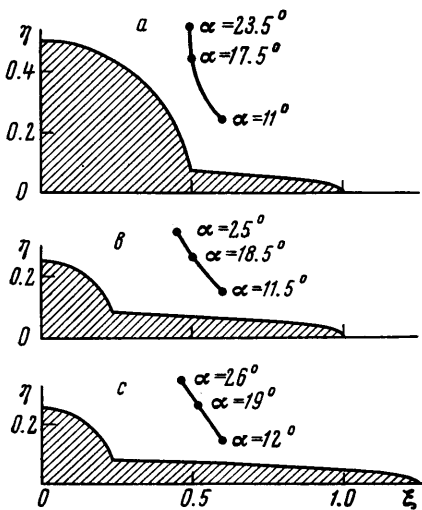
Фиг. 7. Визуализация потока около конуса  $\Theta = 10^\circ$ ,  $M = 2$ ,  $\alpha = 23^\circ$ .  
 a, b — метод высоковольтного электроразряда,  $R = 0.72 \cdot 10^6$ ,  $\varphi = 90^\circ$  и  $\varphi = 45^\circ$ ; c, d — метод Тesslera,  $R = 2.8 \cdot 10^6$ ,  $\varphi = 90^\circ$  и  $45^\circ$ ; e — метод масляной пленки,  $R = 0.72 \cdot 10^6$ ,  $\varphi = 45^\circ$

$\Theta = 10^\circ$  визуализация потока производилась также при помощи масляной пленки и метода Тesslera. На снимках, полученных при помощи метода высоковольтного разряда, отчетливо видны вихревые жгуты, являющиеся зонами потока с наименьшей плотностью. Вихри отходят от носка крыла и конуса и распространяются по траекториям, близким к прямым линиям. Излом свечения, наблюдаемый вблизи задней кромки модели, где находится анод, связан с особенностями электрического поля в этой области и не означает излома вихрей, которые распространяются за моделью.

С увеличением углов атаки крыла вихревые жгуты приближаются к плоскости симметрии крыла и удаляются от его поверхности.

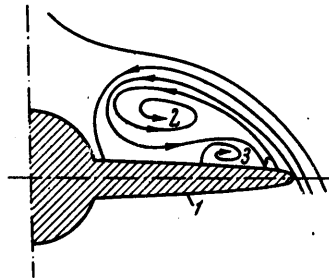
Для крыла с изломом передней кромки (фиг. 6, с и d), кроме двух вихрей, берущих начало у носка крыла (внутренних), видна вторая пара вихрей, отходящая от места излома передней кромки. На фиг. 8 приведены координаты центров вихревых

жгутов, полученные экспериментально при помощи метода высоковольтного разряда для различных крыльев и различных углов атаки. Координаты вихревых жгутов  $\eta$  и  $\xi$  в любом сечении  $x$  от носка крыла отнесены к абсциссе передней кромки крыла,



Фиг. 8. Координаты осей свободного вихря,  $M = 2$ . а) крыло  $\chi = 82^\circ$ , б) крыло  $\chi = 75^\circ$ , в) крыло  $\chi = 75-55^\circ$

равной  $x \operatorname{ctg} \chi$ . Для крыла с изломом передней кромки за  $\chi$  взят угол стреловидности при вершине, равный  $75^\circ$ . Можно видеть, что траектория внутренней пары вихрей совпадает (с точностью эксперимента) с траекторией вихрей для треугольного крыла, имеющего тот же, что у крыла с изломом, угол при вершине  $\chi =$



Фиг. 9. Схема вихревой системы, образовавшейся при обтекании треугольного крыла, 1 — крыло, 2 — основной вихрь, 3 — вторичный вихрь

$= 75^\circ$ . Это свидетельствует о том, что у крыла с изломом внутренних и внешний вихревые жгуты в пространстве, ограниченном длиной крыла, интерферируют слабо. Угол между осью вихря и плоскостью крыла составляет для всех крыльев примерно 0.2—0.25 от угла атаки.

На снимках масляной пленки для крыла  $\chi = 75^\circ$  (фиг. 4, d, e, f) отчетливо видны области скопления масла в виде двух темных треугольников. С обеих сторон к этим областям происходит стекание масла. Внутренняя граница областей скопления масла совпадает с проекцией на плоскость крыла оси вихря, полученного при помощи высоковольтного разряда (фиг. 4, a, b, c). Вихри индуцируют на поверхности крыла дополнительные скорости, поэтому линии тока в окрестности вихря со стороны плоскости симметрии поворачиваются, располагаясь поперек потока. На поверхности крыла под вихрем находится пик разрежения, давление поперек потока в направлении к передней кромке от пика разрежения возрастает, что приводит к отрыву потока и образованию вторичных вихрей. Течение масляной пленки показывает также существование вихреобразования в окрестности передней кромки.

На снимках, полученных при помощи метода Тейлера (фиг. 5, d, e, f), при углах атаки  $\alpha = 18,5$  и  $25^\circ$  видны светлые полосы, которые можно трактовать как вихревые жгуты; при  $\alpha = 11,5^\circ$  полос не видно, так как вихрь проектировался на центральный конус модели.

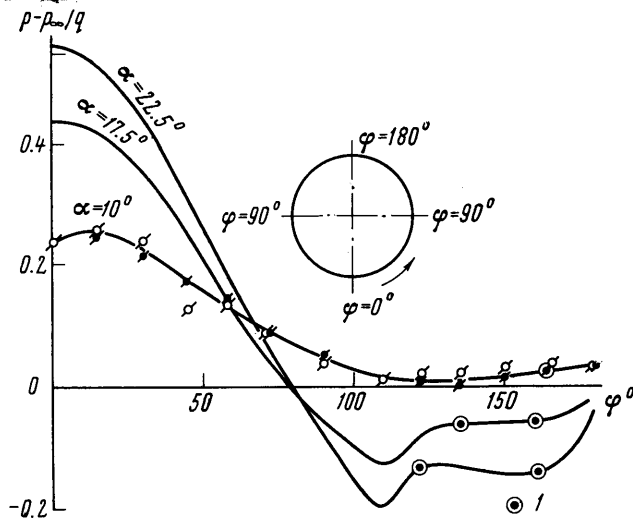
На фиг. 9 дана схема вихреобразования на треугольном крыле, полученная рядом авторов в дозвуковом потоке, например, [1, 2]. Эта картина остается справедливой и для сверхзвукового обтекания крыла с дозвуковыми передними кромками.

Из фотоснимков, полученных при помощи метода высоковольтного разряда для конуса, видно, что вихри проявляются на подветренной стороне конуса при угле атаки, равном примерно углу полураствора конуса, что согласуется с результатами работы [8]. Траектории их прямолинейны и направлены вдоль образующих конуса. На конусе  $\Theta = 10^\circ$  при угле атаки  $\alpha = 11^\circ$  (фиг. 6, e) заметны два вихря, расположенные над образующими  $\varphi = 160-165^\circ$ .

При увеличении угла атаки на подветренной стороне конуса видны две пары вихрей: первая пара вихрей занимает положение  $\varphi = 136^\circ$  — при  $\alpha = 17,5^\circ$  и  $\varphi = 125^\circ$  — при  $\alpha = 23^\circ$ , вторая пара вихрей для обоих указанных углов атаки расположена над образующей  $\varphi = 160^\circ$  (фиг. 6 и 7). При  $\alpha = 23^\circ$  вторая пара вихрей ( $\varphi = 160^\circ$ ) заметно отходит от поверхности конуса, что отчетливо видно на фиг. 7 б, в плоскости  $\varphi = 45^\circ$ .

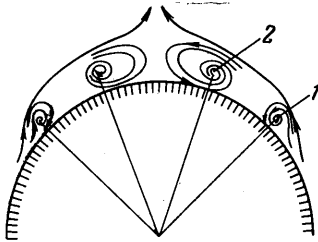
При увеличении угла раствора конуса положение первой пары вихрей смещается вниз по потоку. На конусе с углом полураствора  $\Theta = 15^\circ$  при  $\alpha = 23^\circ$  первая пара

вихрей расположена над образующей  $\varphi = 143^\circ$ ; на конусе с углом полураствора  $\Theta = 20^\circ$  при  $\alpha = 23^\circ$ , так же как на конусе  $\Theta = 10^\circ$  при  $\alpha = 11^\circ$ , имеется только одна пара вихрей ( $\varphi = 155^\circ$ ).



Фиг. 10. Экспериментальные кривые распределения давления по поверхности конуса  $\Theta = 9^\circ 25'$ ,  $M = 2$ ,  $R = 9.9 \cdot 10^6$ . 1 — координаты образующих, вдоль которых зафиксированы вихри методом высоковольтного электроразряда

Сопоставление фотоснимков вихрей, полученных при помощи высоковольтного разряда, и фотоснимков масляной пленки показывает, что вихри расположены над образующими, к которым происходит стекание масляной пленки.



Фиг. 11. Схема вихревой системы, образовавшейся при обтекании круглого конуса. 1 — ядро первого вихря, 2 — ядро второго вихря

На фиг. 10 для конуса с углом полураствора  $\Theta = 10^\circ$  координаты вихрей, полученные методом высоковольтного разряда, нанесены на кривые коэффициентов давления  $p - p_\infty / q_\infty$  на поверхности конуса. Кривые  $p - p_\infty / q_\infty = f(\varphi)$  получены экспериментально для конуса  $\Theta = 9^\circ 26'$  при  $M = 2$  и  $R = 9.9 \cdot 10^6$ . Для углов атаки  $\alpha = 17.5^\circ$  и  $\alpha = 23^\circ$  зависимости получены экстраполицией кривых для  $\alpha = 15^\circ$ ,  $\alpha = 20^\circ$  и  $\alpha = 25^\circ$ . Вихри находятся ниже по потоку от точек минимума  $p$  там, где происходит отрыв потока, вследствие неблагоприятного градиента давления. Предполагаемая схема вихревой системы, образовавшейся при обтекании круглого конуса, приведена на фиг. 11.

В заключение авторы благодарят Б. В. Калачева, Р. В. Бертюня и Е. Д. Королеву за помощь в проведении эксперимента.

Поступило 23 III 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Örnberg T. A Note on the Flow Around Delta Wings., K. T. H. Aero Technical Notes 1954, No. 38.
2. Harvey J. Some Measurements on a Jawed Slender Delta Wing with Leading-Edge Separation., Aeronaut. Res. Council Rep. and Mem., 1961, No. 3160.
3. Marsden R. W., Simpson W., Rainbird. The Flow over Delta Wings at Low Speeds with Leading-Edge Separation. The College of Aeronut. Cranfield, 1957, No. 114.
4. Jorgensen L., Perkins E. Investigation of Some Wake Vortex Characteristics of an Inclined Ogive-Cylinder Body at Mach number 2, NACA Report 1958, No. 1371.
5. Werle H. Tourbillons d'ailes minges tres e'lancées, Recherche aerospaciael., 1965, No. 109.



6. McGregor J. The Vapour Screen Method of Flow Visualization J. Fluid Mech., 1961, No. 11, pt. 4.
7. Bate man P. Wing Tunnel Measurements of Lift, Drag and Pitching Moment of Two Highly Swept ( $\chi = 87^\circ$  and  $83^\circ$ ), Della Wing-Body Combination Models with small Tip Fins at M-2. 47. ARC Current Papers, 1960, No. 514
8. Авдудевский В. С., Медведев К. И. Исследование отрыва ламинарного пограничного слоя на конусе под углом атаки. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 3.
9. Алферов В. И., Бушмин А. С., Калачев Б. В. Экспериментальное исследование свойств электрического разряда в потоке воздуха. Ж. эксперим. и теор. физ., 1966, т. 51, № 11.
10. Мессе Г., Бархот Е. Электронные и ионные столкновения. Изд. иностр. лит., 1958.
11. Керреброк Д. Инженерные вопросы магнитной гидродинамики. Изд. «Мир», 1964.
12. Спитцер Л. Физика полностью ионизированного газа. Изд. иностр. лит., 1959.

### ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ О НЕАВТОМОДЕЛЬНЫХ СТРУЙНЫХ ТЕЧЕНИЯХ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Б. П. БЕЛОГЛАЗОВ, А. С. ГИНЕВСКИЙ

(Москва)

1. **Постановка задачи.** Рассмотрим в приближении теории пограничного слоя распространение ламинарной или турбулентной струи несжимаемой жидкости в спутном однородном потоке.

Пусть из плоского сопла шириною  $2\delta_0$  истекает струя со скоростью  $u_0$  в спутный поток, скорость которого равна  $u_\delta$ , причем в плоскости среза сопла ( $x = 0$ ) происходит скачкообразное изменение скорости. Величина этого скачка характеризуется отношением скоростей  $m = u_\delta / u_0$ . Уравнения пограничного слоя запишем в виде

$$u \frac{du}{dx} + v \frac{du}{dy} = \nu_t \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dy} = 0 \quad (1.1)$$

Здесь  $x, y$  — координаты прямоугольной системы координат, причем ось  $x$  направлена вдоль по потоку;  $u, v$  — составляющие скорости вдоль осей  $x, y$ ; величина  $\nu_t$  — либо коэффициент кинематической вязкости жидкости при ламинарном течении ( $\nu_t = \nu = \text{const}$ ), либо коэффициент турбулентного обмена при турбулентном течении ( $\nu_t = \nu_t(x)$ ). Граничные условия запишем в форме

$$\left. \begin{aligned} u &= u_0 = \text{const} & (0 \leq y \leq \delta_0) \\ u &= u_\delta = \text{const} & (\delta_0 < y < \infty) \end{aligned} \right\} (x = 0) \quad (1.2)$$

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{\partial u}{\partial y} = 0 & (y = 0) \\ \lim u &= u_\delta & (y \rightarrow \infty) \end{aligned} \right\} (x > 0)$$

Необходимо отметить, что в рамках примененной в настоящей работе расчетной схемы условие (1.2) при  $x = 0$  может быть заменено более общим условием

$$u = f_1(y) \quad (0 \leq y \leq \delta_0), \quad u = f_2(y) \quad (\infty > y > \delta_0) \quad \lim f_2 = u_\delta \quad (y \rightarrow \infty)$$

причем функции  $f_1$  и  $f_2$  непрерывны и  $f_1(\delta_0) \neq f_2(\delta_0)$ .

Указанная задача при различных частных предположениях решалась многими авторами. Отметим прежде всего линеаризованные решения для ламинарной струи. Так, на больших удалениях от сопла, где скорость в струе мало отличается от скорости спутного потока, т. е.  $u_1 = u - u_\delta$  и  $u_1 \ll u_\delta$ , вместо уравнений (1.1) получаем уравнение теплопроводности

$$u_\delta \frac{\partial u_1}{\partial x} = \nu \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} \quad (1.3)$$

решение которого получено Шлихтингом [1] и имеет вид

$$\frac{u_1}{u_{1m}^+} = \left( \frac{x}{x^+} \right)^{-1/2} \exp \left[ - \frac{y^2 u_\delta}{4\nu x^+} \left( \frac{x^+}{x} - 1 \right) \right] \quad (u_{1m} = u_m - u_\delta) \quad (1.4)$$

Здесь  $u_{1m}$  — избыточная скорость на оси струи; индекс «плюс» соответствует некоторому начальному сечению, где выполняется основное допущение  $u_1 \ll u_\delta$ .