

КИНЕТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССОВ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В КИПАЮЩЕМ СЛОЕ

В. П. МЯСНИКОВ

(Москва)

В настоящей работе получены уравнения для определения поля температур в кипящем слое. Процессы тепло-массообмена в кипящем слое существенно зависят от движения твердых частиц, образующих слой. В любом малом объеме кипящего слоя при неоднородных термических условиях имеются частицы с различными средними температурами. Поэтому кажется естественным привлечь к исследованию процессов теплообмена в такой системе статистические представления о ней, развитые ранее в работах [1, 2]. Полученное в работе выражение для коэффициента теплопроводности слоя качественно хорошо согласуется с экспериментальными данными.

§ 1. Обозначим через $\Psi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, T)$ функцию распределения числа частиц такую, что среднее число частиц в объеме $(\mathbf{x}, \mathbf{x} + d\mathbf{x})$, имеющих скорости и температуру в интервалах $(\mathbf{u}, \mathbf{u} + d\mathbf{u})$ и $(T, T + dT)$, равно $\Psi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, T) d\mathbf{x}d\mathbf{u}dT$.

Уравнение для определения Ψ может быть получено путем подсчета скорости изменения Ψ со временем в элементарном объеме фазового пространства частицы $(\mathbf{x}, \mathbf{u}, T)$. Повторяя почти дословно вывод аналогичного уравнения [1] для обычной бальмановской функции распределения $f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u})$, в рассматриваемом случае будем иметь

$$\frac{\partial \Psi}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^3 \left\{ u_{\alpha} \frac{\partial \Psi}{\partial x_{\alpha}} + \frac{\partial}{\partial u_{\alpha}} (F_{\alpha} \Psi) \right\} + \frac{\partial}{\partial T} (N \Psi) = C(\Psi f) \quad (1.1)$$

где $C(\Psi f)$ — оператор столкновений в плотных газах [3].

По смыслу определения функции Ψ

$$\int_0^{\infty} \Psi dT = f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}) \quad (1.2)$$

и так как $f(t, \mathbf{x}, \mathbf{u})$ должно удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^3 \left\{ u_{\alpha} \frac{\partial f}{\partial x_{\alpha}} + \frac{\partial}{\partial u_{\alpha}} (F_{\alpha} f) \right\} = C(ff) \quad (1.3)$$

то на функцию $\Psi(t, \mathbf{x}, \mathbf{u}, T)$ должно быть наложены следующие ограничения:

$$N \Psi|_{T=0} = 0, \quad N \Psi|_{T=\infty} = 0 \quad (1.4)$$

Как показано в [2], выражение для F_{α} имеет следующий вид:

$$F_{\alpha} = g_{\alpha} + \Phi(\epsilon, |\mathbf{q} - \mathbf{w}|) (q_{\alpha} - w_{\alpha}) - \sum_{\beta=1}^3 B_{\alpha\beta} \frac{\partial \ln \Psi}{\partial u_{\beta}} \quad (1.5)$$

$$B_{\alpha\beta} = B(q_{\alpha} - w_{\alpha}) (q_{\beta} - w_{\beta})$$

где Φ и B — некоторые известные функции, q_{α} — составляющие средней скорости взвешивающего потока, g_{α} — внешние массовые силы, действующие на частицу.

Из определения функций Ψ и f следует, что

$$n = \int \int_0^{\infty} \Psi \, du \, dT, \quad w_{\alpha} = \frac{1}{n} \int \int_0^{\infty} u_{\alpha} \Psi \, du \, dT, \quad \theta = \frac{m}{3n} \int \int_0^{\infty} |\mathbf{u} - \mathbf{w}|^2 \Psi \, du \, dT \quad (1.6)$$

Средняя температура частиц в единице объема может быть определена следующим образом:

$$T_0 = \frac{1}{n} \int \int_0^{\infty} T \Psi \, du \, dT \quad (1.7)$$

а уравнение для определения T_0 , как следует из (1.1), будет иметь вид

$$n \left(\frac{\partial T_0}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^3 w_{\alpha} \frac{\partial T_0}{\partial x_{\alpha}} \right) = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial M_{\alpha}}{\partial x_{\alpha}} + J \quad (1.8)$$

где

$$M_{\alpha} = - \int \int_0^{\infty} (u_{\alpha} - w_{\alpha}) (T - T_0) \Psi \, du \, dT, \quad J = \int \int_0^{\infty} N \Psi \, du \, dT \quad (1.9)$$

§ 2. Рассмотрим теперь более подробно процесс теплообмена между частицей и обтекающим ее газовым потоком. В общем случае, если пренебречь неравномерностью теплового поля в отдельной частице, можно написать

$$dT/dt = \alpha (T_s - T) \quad (2.1)$$

где T_s — температура взвешивающего потока в окрестности частицы, а α — коэффициент теплообмена.

Попытки непосредственно измерить величину α в кипящем слое предпринимались многими исследователями. Однако данные, полученные в этих экспериментах, как отмечено в [4], оказываются плохо коррелированными между собой. Видимо, наиболее надежными являются опытные данные, приведенные в [5], которые показывают, что α должно зависеть от пористости слоя в окрестности частицы и относительной скорости движения компонент. Поэтому примем в дальнейшем, что

$$\alpha = \varphi(\varepsilon, |\mathbf{u} - \mathbf{s}|), \quad \varepsilon = 1 - n v_0 \quad (2.2)$$

где s — скорость взвешивающего потока в окрестности частицы, а v_0 — ее объем.

Предполагая, что отклонения значений всех величин от их средних значений невелики, представим (2.1) в виде

$$\begin{aligned} \frac{dT}{dt} = & \varphi(\varepsilon, |\mathbf{w} - \mathbf{q}|) (T_s - T) + \varphi(\varepsilon, |\mathbf{w} - \mathbf{q}|) \Delta T_s + \\ & + \left[\frac{\partial \varphi}{\partial V} \sum_{\alpha=1}^3 \frac{(v_{\alpha} - \omega_{\alpha})(w_{\alpha} - q_{\alpha})}{|\mathbf{w} - \mathbf{q}|} + \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon} \Delta \varepsilon \right] (T_s - T_0) \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{u} - \mathbf{w}, \quad \boldsymbol{\omega} = \mathbf{s} - \mathbf{q}, \quad V = |\mathbf{q} - \mathbf{w}|$$

Здесь $\Delta \varepsilon$ — локальная флуктуация пористости слоя, а ΔT_s — отклонение температуры взвешивающего потока от ее среднего значения в окрестности рассматриваемой частицы.

Используя результаты работы [2], для ω_α и ΔT_s будем иметь

$$\omega_\alpha = -\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} (q_\alpha - w_\alpha), \quad \Delta T_s = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial T_s}{\partial x_\alpha} \omega_\alpha \frac{D}{\Phi} = -\frac{D}{\Phi} \left(\frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} \right) \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial T_s}{\partial x_\alpha} (q_\alpha - w_\alpha) \quad (2.4)$$

где D — некоторая постоянная.

Выделяя теперь в (2.3) члены, связанные с $\Delta \varepsilon$, и применяя процедуру, совершенно аналогичную использованной в [2], получим

$$N = \varphi(\varepsilon, |w - q|) (T_s - T) + (T_s - T_0) \left\{ \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial \varphi}{\partial V} v_\alpha \frac{V_\alpha}{V} + B_\tau \frac{\partial \ln \Psi}{\partial T} \right\} \quad (2.5)$$

где

$$B_\tau = \frac{D \varphi^2}{\Phi} \left\{ (T_s - T_0) \left[\frac{\partial \ln \varphi}{\partial \varepsilon} - \frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial \ln \varphi}{\partial V} V \right] - \frac{D}{\varepsilon \Phi} \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial T_s}{\partial x_\alpha} (q_\alpha - w_\alpha) \right\} \langle (\Delta \varepsilon)^2 \rangle \quad (2.6)$$

§ 3. Прежде чем переходить к решению кинетического уравнения для функции Ψ , рассмотрим сравнительные длительности различных процессов, протекающих в кипящем слое.

Обозначим через λ и c среднее расстояние между частицами и среднюю скорость их хаотического движения соответственно, а через L и W — характерный линейный макроскопический размер системы и среднюю скорость макроскопического движения. Как показано в работе [6], динамические релаксационные процессы, протекающие в кипящем слое, допускают введение четырех независимых временных масштабов

$$\tau_1 = \lambda/c, \quad \tau_2 = 1/\Phi, \quad \tau_3 = L/W, \quad \tau_4 = L^2/\lambda c \quad (3.1)$$

В рассматриваемом случае к (3.1) добавляется еще один независимый временный масштаб

$$\tau_2^* = 1/\varphi \quad (3.2)$$

Введем следующие обозначения:

$$\alpha = \lambda/L, \quad \beta = l/L = c/L\Phi, \quad \beta^* = l^*/L = c/L\varphi, \quad M = W/c \quad (3.3)$$

Тогда отношения характерных длительностей релаксационных процессов, протекающих в слое, можно представить в виде

$$\begin{aligned} \tau_2/\tau_1 &= \beta/\alpha, & \tau_2^*/\tau_1 &= \beta^*/\alpha, \\ \tau_3/\tau_1 &= 1/\alpha M, & \tau_4/\tau_1 &= 1/\alpha^2 \end{aligned} \quad (3.4)$$

При $\alpha \ll 1$ и $M \sim 1$, как видно из (3.4), имеем, $\tau_1 \ll \tau_3 \ll \tau_4$. В работе [6] показано, что для газового взвешивающего потока $\tau_2 \sim \tau_3$, т. е. $\beta \sim 1$. Далее, так как в газах число Прандтля имеет порядок единицы, то процесс температурной релаксации протекает подобно процессу вязкого торможения и естественно предположить, что $\tau_2 \sim \tau_2^*$, т. е. $\beta^* \sim 1$.

В этом случае

$$\tau_1 \ll \tau_2 \sim \tau_2^* \sim \tau_3 \ll \tau_4 \quad (3.5)$$

Цепочка неравенств (3.5) позволяет использовать результаты, полученные в работе [6], а именно, применить для решения исходного кинетического уравнения метод Чепмена — Энскога.

§ 4. Будем искать решения кинетического уравнения (1.1) в виде разложения

$$\Psi = \Psi^{(0)} + \Psi^{(1)} + \dots \quad (4.1)$$

В соответствии с методом Чепмена — Энского для плотных газов потребуем, чтобы нулевое приближение для Ψ определялось из уравнения

$$C_0(\Psi^{(0)}f^{(0)}) = 0 \quad (4.2)$$

откуда немедленно следует, что

$$\Psi^{(0)} = f^{(0)}\delta(T - T_0) \quad (4.3)$$

где $\delta(x)$ — дельта-функция, а $C_0(\Psi^{(0)}f^{(0)})$ — оператор столкновений в разреженном газе [3].

Повторяя далее обычную процедуру Чепмена — Энского, можно показать, что

$$\Psi^{(1)} = f^{(1)}\delta(T - T_0) + \psi \quad (4.4)$$

а функция ψ удовлетворяет уравнению

$$\begin{aligned} -f^{(0)}\delta'(\tau) \left\{ \sum_{\alpha=1}^3 v_{\alpha} \left[\frac{\partial T_0}{\partial x_{\alpha}} - (T_s - T_0) \frac{\partial \varphi}{\partial V} \frac{w_{\alpha} - q_{\alpha}}{V} \right] \right\} - \\ - f^{(0)} \frac{\partial}{\partial \tau} \left[\varphi \tau \delta(\tau) + B_T \delta'(\tau) \right] = \chi(n) C_0(\psi f^{(0)}) \end{aligned} \quad (4.5)$$

$\tau = T - T_0$

В силу линейности (4.5), решение можно искать в виде

$$\begin{aligned} \chi(n)\psi = \delta'(\tau) f^{(0)} \sum_{\alpha=1}^3 K_{\alpha} \left[\frac{\partial T_0}{\partial x_{\alpha}} + (T_s - T_0) \frac{\partial \varphi}{\partial V} \frac{q_{\alpha} - w_{\alpha}}{V} \right] + \\ + f^{(0)} H \frac{\partial}{\partial \tau} [\varphi \tau \delta(\tau) + B_T \delta'(\tau)] \end{aligned} \quad (4.6)$$

где $\mathbf{K}(\mathbf{v})$ и $H(\mathbf{v})$ удовлетворяют уравнениям

$$n^2 I_{12}(\mathbf{K}) = f^{(0)} \mathbf{v}, \quad n^2 I_{12}(H) = f^{(0)} \quad (4.7)$$

В левых частях (4.7) использованы стандартные для кинетической теории газов обозначения для линейных интегральных операторов

$$n^2 I_{12}(\mathbf{K}) = \int |\mathbf{v} - \mathbf{v}_1| f^{(0)} f_1^{(0)} (\mathbf{K} - \mathbf{K}') k_{12} d\mathbf{k} dv_1 \quad (4.8)$$

Вычисление M_{α} и J , фигурирующих в уравнении (1.8), показывает, что

$$J = n\varphi(T_s - T_0), \quad M_{\alpha} = \frac{\lambda}{m} \left[\frac{\partial T_0}{\partial x_{\alpha}} + \frac{\partial \varphi}{\partial V} (T_s - T_0) \frac{q_{\alpha} - w_{\alpha}}{|q - w|} \right] \quad (4.9)$$

где

$$\lambda = \frac{1}{3\chi} \int \sum_{\alpha=1}^3 v_{\alpha} K_{\alpha}(\mathbf{v}) f^{(0)} dv \quad (4.10)$$

Первое из уравнений (4.7) известно в кинетической теории газов, коэффициент λ связан с коэффициентом самодиффузии частиц [3]

$$\lambda = \frac{mn}{\chi} D_{11} = \frac{3m}{8\sigma^2 \chi} \left(\frac{\theta}{m\pi} \right)^{1/2} \quad (4.11)$$

Уравнение для определения поля средней температуры частиц окончательно будет иметь вид

$$mn \left(\frac{\partial T_0}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^3 w_{\alpha} \frac{\partial T_0}{\partial x_{\alpha}} \right) = \quad (4.12)$$

$$= mn\varphi(T_s - T_0) + \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left[\lambda \left(\frac{\partial T_0}{\partial x_{\alpha}} + (T_s - T_0) \frac{\partial \varphi}{\partial V} \frac{q_{\alpha} - w_{\alpha}}{|q - w|} \right) \right]$$

Поток тепла в кипящем слое связан не только с процессом переноса тепла частицами, но и с переносом тепла взвешивающим потоком. Поэтому для полного понимания процессов теплопереноса в кипящем слое необходимо также рассмотреть ту часть процесса, которая связана с переносом тепла взвешивающим потоком.

Прежде всего, достаточно очевидной является возможность пренебречь молекулярной теплопроводностью несущего потока. Действительно, движение газа в слое сильно нестационарно (с точки зрения его истинного движения). Возникающие при этом макроскопическая пульсация скорости потока будет во много раз более активным агентом переноса, чем обычная молекулярная теплопроводность.

§ 5. Для описания процесса переноса тепла взвешивающим потоком можно воспользоваться уравнениями переноса пассивной примеси одной из компонент в двухкомпонентной сплошной среде.

Тогда для средней локальной температуры взвешивающего потока будем иметь

$$\rho_0 \epsilon \left(\frac{\partial T_s}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^3 q_{\alpha} \frac{\partial T_s}{\partial x_{\alpha}} \right) = \sum_{\alpha=1}^3 \frac{\partial S_{\alpha}}{\partial x_{\alpha}} - mn\varphi(T_s - T_0) \quad (5.1)$$

$$S_{\alpha} = -\rho_0 \epsilon \langle \omega_{\alpha} \Delta T_s \rangle \quad (5.2)$$

В соответствии с (2.4), получим

$$S_{\alpha} = \rho_0 \epsilon \frac{D}{\Phi} \left\langle \left(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \right)^2 \right\rangle \sum_{\beta=1}^3 \frac{\partial T_s}{\partial x_{\beta}} (q_{\alpha} - w_{\alpha}) (q_{\beta} - w_{\beta}) \quad (5.3)$$

§ 6. Равенства (4.11) и (5.3) позволяют получить выражение для полного потока тепла в кипящем слое. Действительно, будем иметь

$$P_{\alpha} = \frac{3m}{8\sigma^2\chi} \left(\frac{\theta}{m\pi} \right)^{1/2} \left[\frac{\partial T_0}{\partial x_{\alpha}} + \frac{\partial \varphi}{\partial V} (T_s - T_0) \frac{q_{\alpha} - w_{\alpha}}{|q - w|} \right] +$$

$$+ \rho_0 \epsilon \frac{D}{\Phi} \left\langle \left(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \right)^2 \right\rangle \sum_{\beta=1}^3 \frac{\partial T_s}{\partial x_{\beta}} (q_{\alpha} - w_{\alpha}) (q_{\beta} - w_{\beta}) \quad (6.1)$$

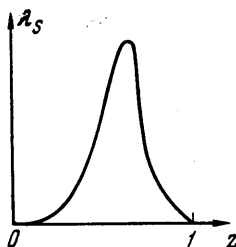
Характерной особенностью выражения (6.1) является резкая анизотропия полного потока тепла. Наиболее наглядно ее можно увидеть при рассмотрении стационарного однородного состояния слоя. Используя результаты [2], при $q_{\alpha} = \delta_{1\alpha} q$, $w_{\alpha} = 0$ получим

$$P_1 = \frac{3m}{8\sigma^2\chi} \left(\frac{\theta}{m\pi} \right)^{1/2} \left[\frac{\partial T_0}{\partial x_1} + (T_s - T_0) \frac{\partial \varphi}{\partial V} \right] + \rho_0 \epsilon \frac{D}{\Phi} \left\langle \left(\frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \right)^2 \right\rangle q^2 \frac{\partial T_s}{\partial x_1}$$

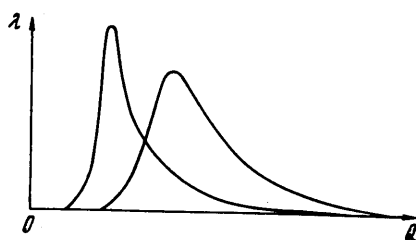
$$P_{2,3} = \frac{3m}{8\sigma^2\chi} \left(\frac{\theta}{m\pi} \right)^{1/2} \frac{\partial T_0}{\partial x_{2,3}} \quad (6.2)$$

Заметим, что перенос тепла в направлении, перпендикулярном скорости взвешивающего потока газа, осуществляется только частицами. При q , меньшем минимальной скорости оживления имеем $P_{\alpha} = 0$.

Полученные результаты будут приближенными, однако они достаточно хорошо качественно согласуются с экспериментами. Действительно, измерения коэффициента диффузии взвешивающего потока в кипящем слое, проведенные в работе [7], показали, что коэффициент диффузии в направлении взвешивающего потока оказывается во много раз большим, чем в поперечном направлении. Обращение же в нуль коэффициента диффузии при малых скоростях взвешивающего потока, полученное в рамках настоящей модели, также, видимо, является хорошим приближением. Так, например, проведенные в [8] измерения показали, что при отсутствии движения частиц в кипящем слое наблюдался режим движения газового потока, практически не отличающийся от режима идеального вытеснения.



Фиг. 1



Фиг. 2

Все сказанное о коэффициенте диффузии пассивной примеси в кипящем слое относится естественно и к коэффициенту теплопроводности взвешивающего потока.

Следует учитывать, что указанные результаты будут с достаточной степенью точности пригодны только для случая однородного состояния кипящего слоя. Если же в слое будут возникать макроскопические потоки частиц и $w_a \neq 0$, то в описанную выше картину процесса необходимо внести некоторые коррективы в соответствии с формулой (6.1).

Соотношения (6.2) позволяют сделать еще ряд выводов, качественно хорошо согласующихся с экспериментальными данными. Прежде всего, из (6.2) следует, что коэффициенты теплопроводности имеют максимум при некотором значении пористости кипящего слоя. Если обозначить через λ_s соответствующую величину коэффициента теплопроводности $P_{12} = \lambda_s \partial T_s / \partial x_1$, то зависимость λ_s от пористости слоя будет качественно иметь вид, указанный на фиг. 1, где $z = (v_* / v_0)(1 - \epsilon)$.

Наличие такого максимума на зависимости λ_s от ϵ подтверждено большим числом экспериментальных исследований [4].

Вид зависимости коэффициента теплопроводности λ от скорости фильтрации при различных числах Архимеда, вытекающий из (6.2), приведен на фиг. 2 и качественно хорошо подтверждается результатами измерений [9].

В заключение заметим, что в уравнения (4.12) и (5.1), учитывающие только чисто гидродинамический аспект процесса теплообмена в кипящем слое, могут быть легко включены дополнительные члены, связанные, например, с тепловыделением при химических реакциях или радиационным нагревом.

Автор благодарен В. Г. Левичу за внимание и ценные дискуссии.

Поступило 17 II 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Левич В. Г., Мясников В. П. Кинетическая модель кипящего слоя. ПММ, 1966, т. 30, вып. 3.
2. Мясников В. П. О динамических уравнениях движения двухкомпонентных систем. ПМТФ, 1967, № 2.
3. Чепмен С., Каулинг Т. Математическая теория неоднородных газов. Изд. иностр. лит., 1960.
4. Забродский С. С. Гидродинамика и теплообмен в псевдооживленном (кипящем) слое. Госэнергоиздат, 1963.
5. Chu J. Ch. Heat and mass transfer in fluidized beds. In «Fluidization» (edit. by Othmer), 1956.
6. Мясников В. П. О релаксации кипящего слоя к состоянию сплошной среды. ПМТФ, 1967, № 4.
7. Cairns E. I., Prausnitz I. M. Longitudinal mixing in Fluidization Amer. Industr. Chem. Engng J., 1960, vol. 6, No. 3.
8. Иоффе И. И., Письмен Л. М. Статистический метод анализа макрокинетики процессов в кипящем слое катализатора. Хим. пром-сть, 1960, № 4.
9. Бондарева А. К. Измерение теплопроводности взвешенного слоя. Докл. АН СССР, 1957, т. 115, № 4.