

ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ОБТЕКАНИЕ ОСТРОГО КОНУСА ГИПЕРЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ

Л. И. ПЕТРОВА

(Москва)

Исследование гиперзвукового пограничного слоя на осесимметричных телах с учетом взаимодействия между пограничным слоем и внешним невязким потоком проведено в основном только для слабого взаимодействия, когда отношение толщины вытеснения пограничного слоя δ^* к радиусу тела r много меньше 1, и следовательно, можно использовать преобразование Манглера, т. е. свести задачу к плоскому случаю [1-3]. Методы, изложенные в этих работах, нельзя применить к области вблизи передней кромки тела, где δ^*/r порядка или больше 1 и где влияние взаимодействия особенно значительно.

В работе [4] вводится преобразование, которое справедливо для области, где δ^*/r порядка 1, однако окончательные выкладки проведены только для области, в которой значения отношений $\delta^*/r \ll 1$.

В работе [2] на основании экспериментального исследования установлено существенное расхождение между опытными данными и результатами, полученными по теории слабого взаимодействия.

В данной работе были проведены расчеты величин индуцированного давления на поверхности конуса с углом полураствора $\theta_w = 10^\circ$ в области $7 \cdot 10^1 < R_{x\infty} < 3 \cdot 10^3$ для M_∞ от 5.5 до 14, а также проведено сравнение с экспериментальными данными работ [2, 5].

Предложенный метод учета взаимодействия справедлив в области, где выполняются уравнения пограничного слоя. Этот метод является видоизменением метода последовательных приближений, примененного в работе [2] к области слабого взаимодействия.

Толщина пограничного слоя на поверхности конуса, обтекаемого гиперзвуковым потоком вязкого газа, в первом приближении определяется без учета индуцированного давления, т. е. для постоянных параметров на границе пограничного слоя, равных параметрам потока при идеальном обтекании конуса; затем по методу касательных конусов находится приращение давления, вызванное пограничным слоем. Во втором приближении уравнения пограничного слоя решаются с учетом полученного в первом приближении давления и т. д.

Для расчета пограничного слоя используется интегральное соотношение Кармана, в которое входит и член, связанный с поперечной кривизной

$$\frac{d}{dx} \int_0^{\delta} ru^2 \rho dy - u_s \frac{d}{dx} \int_0^{\delta} ru \rho dy = - \frac{dp}{dx} \int_0^{\delta} r dy - \mu_0 r_w \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_w$$

Здесь и в дальнейшем используются следующие обозначения: M — число Маха, x, y — координаты в тангенциальном и нормальном направлении к поверхности конуса; θ — угол, образованный осью симметрии тела и радиус-вектором точки; u — составляющая скорости в направлении оси x ; p — статическое давление; ρ — плотность; T — температура; μ — динамический коэффициент вязкости; δ — толщина пограничного слоя; $R_x = \rho u x / \mu$ — число Рейнольдса; вводятся индексы: 0 — параметры торможения, s — граница пограничного слоя; i — невязкий поток; ∞ — набегающий поток; w — поверхность конуса.

В пограничном слое можно считать, что

$$r \approx r_w + y \cos \theta \approx r_w + y$$

После введения переменной $\eta = y / \delta$ уравнение примет вид:

$$(\delta x + \alpha \delta^2) \frac{d\delta}{dx} + \beta x + \gamma \delta^2 + \nu \delta^3 = 0 \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{2(C-D)}{\sin \theta_w (A-B)} \quad \beta = \frac{\mu_w}{\rho_s u_s (A-B)} \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \frac{u}{u_s} \right)_w = \frac{\mu_w}{\mu_s} \frac{x}{R_{x_s} (A-B)} \left(\frac{\partial}{\partial \eta} \frac{u}{u_s} \right)_{w_s}$$

$$\gamma = 1 + \left[x \frac{d}{dx} \ln \rho_s u_s (A-B) + x \frac{A-1}{A-B} \frac{d \ln u_s}{dx} \right]$$

$$\nu = \frac{1}{\sin \theta_w \rho_s u_s (A-B)} \frac{d}{dx} \rho_s u_s (C-D) + \frac{C-0.5}{(A-B) \sin \theta_w} \frac{d \ln u_s}{dx}$$

В выражениях для коэффициентов уравнения (1) введены следующие обозначения:

$$A = \int_0^1 \frac{\rho u^2}{\rho_* u_*^2} d\eta, \quad B = \int_0^1 \frac{\rho u}{\rho_* u_*} d\eta, \quad C = \int_0^1 \eta \frac{\rho u^2}{\rho_* u_*^2} d\eta, \quad D = \int_0^1 \eta \frac{\rho u}{\rho_* u_*} d\eta$$

($\delta = 0$ при $x = 0$)

Зависимость вязкости от температуры была взята в виде $\mu / \mu_0 = (T / T_0)^{0.8}$. Коэффициенты A, B, C, D в результате применения интеграла энергии и выбора профиля скорости в виде многочлена $u / u_* = 1.5\eta - 0.5\eta^3$ сводятся к интегралам типа

$$\int_0^1 \frac{(1.5\eta - 0.5\eta^3)^2 d\eta}{1 - (1 - T_* / T_0)(1.5\eta - 0.5\eta^3)^2}$$

В первом приближении уравнение (1) принимает вид

$$(\delta x + \alpha \delta^2) d\delta / dx + \beta x + \delta^2 = 0$$

При $x = 0$ уравнение имеет особенность, которая затрудняет численный расчет данного уравнения. Однако оценка членов уравнения вблизи передней кромки и отбрасывание членов более высокого порядка малости дает возможность проинтегрировать это уравнение. Это приближение почти не влияет на точность решения, т. к. уравнение вблизи передней кромки устойчиво.

В окрестности $x = 0$ имеем

$$\delta \approx l x^{2/3} \quad (l = \sqrt[3]{-1.5\beta / \alpha})$$

Для значений $x > 5 / R_{\infty}$ (x в см) уравнение решалось численно. Одновременно определялись значения $d\delta / dx$ и $d\delta^* / dx$.

Методом касательных конусов на поверхности тела

$$\theta = \theta_w + \arctg \frac{d\delta^*}{dx}$$

обтекаемого потоком идеального газа, находятся значения p / p_{∞} и T / T_{∞} [°]; затем по распределению температуры определяются в каждой точке поверхности тела параметры торможения и соответствующие им параметры потока, в том числе M и R_x .

Второе приближение для $d\delta / dx$ находится из решения уравнения (1) для полученных значений M и R_x .

Данные расчеты можно значительно упростить, если не учитывать члены с производными скоростей, которые малы по сравнению со значениями остальных членов. Тогда значения $d\delta^* / dx$ для новых значений M и R_x можно снимать с полученных в первом приближении графиков зависимости $d\delta^* / dx$ от R_x для разных чисел M . Этот метод сравнительно быстро сходится и уже третье и четвертое приближения почти не отличаются одно от другого.

В последнем приближении значение давления уточняется за счет членов, учитывающих продольную кривизну.

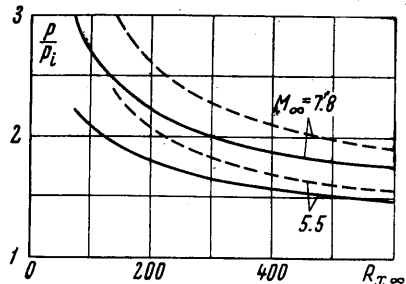
Для определения влияния чисел $R_{x\infty}$ на величину индуцированного давления были проведены расчеты обтекания конуса с углом полураствора $\theta_w = 10^\circ$ для M_{∞} от 5.5 до 14 и $7 \cdot 10^4 < R_{x\infty} < 3 \cdot 10^5$.

Распределение давления в переходной зоне режимов течения существенно отличается от величины давления на конусе при идеальном обтекании, как это видно из фиг. 1, где сплошные линии — теория данной работы, штриховые — теория слабого взаимодействия. Индуцированное давление возрастает к вершине конуса. При одних и тех же числах R_x величина индуцированного давления возрастает с увеличением числа Маха.

На фиг. 2 сравнивается интенсивность нарастания пограничного слоя в зависимости от числа $R_{x\infty}$, полученная в данной работе и по теории слабого взаимодействия (штриховая линия). С приближением к вершине конуса результаты значительно расходятся.

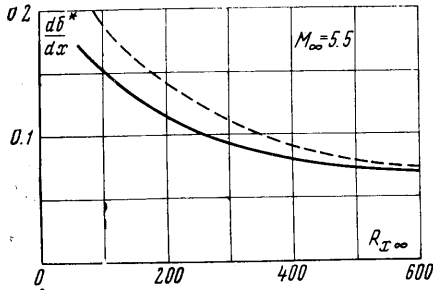
На фиг. 3 индуцированное давление представлено в функции критерия взаимодействия

$$\chi_i = \frac{M_i^3 \sqrt{c_i}}{\sqrt{R_{x_i}}}, \quad c_i = \frac{\mu_i T_0}{\mu_0 T_i}$$

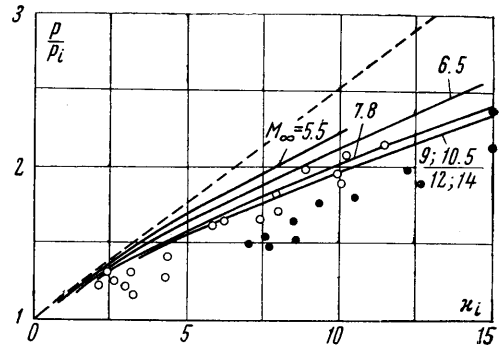


Фиг. 1

(сплошные кривые — результаты данной работы, штриховые — теория слабого взаимодействия). Кривые индуцированного давления для $M_\infty < 9$ не совпадают друг с другом. Экспериментальные точки также расслаиваются и лежат несколько ниже теоретической кривой (светлые для $M_\infty = 5.7$, темные для $M_\infty = 9$). Это, очевидно, объясняется разреженностью потока. Аналогичный эффект отмечен в работе [7].



Фиг. 2



Фиг. 3

Результаты данной работы лучше совпадают с экспериментальными данными, чем результаты, полученные по теории слабого взаимодействия. Это объясняется тем, что в теории слабого взаимодействия не учитывается обратное влияние индуцированного давления на формирование пограничного слоя, не учитывается переменность энтропии во внешнем потоке, а также влияние поперечной кривизны.

Поступило 7 II 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Хейз У. Д., Пробстин Р. Ф. Теория гиперзвуковых течений, Изд. иностр. лит., 1962.
2. Костерин С. И., Ющенкова Н. И. Влияние температуры стенки на обтекание острого конуса сверхзвуковым разреженным потоком воздуха. Сб. «Тепло-массо-перенос», 1964, II-Е.
3. W. Hoelmer, M. Saarlus. Weak Interacting Hypersonic Flow over Cones. AIAA Journal, 1964, vol. 2, No. 10, (русск. перев. Хоулмер, Саарлас, «Слабое взаимодействие при гиперзвуковом обтекании конусов». Ракетная техника и космонавтика, 1964, № 10).
4. Probstein R. F., Elliot D. The transverse curvature effect in compressible axially symmetric laminar boundary-layer flow. J. Aeronaut. sci., 1956, vol. 23, No. 3.
5. N. I. Yushchenkova, S. I. Kosterin. On the effect of kinetics of elementary reactions on ionization in stationary and nonstationary supersonic expansion and compression of gases. Tenth Symposium (International) on Combustion, p. 724, The Combustion Institute, Pittsburg, 1965.
6. Kopal Z. Tables of supersonic Flow Around Cones. Mass. Inst. Technol Tech. Rep 1, 1947.
7. Talbot L. Viscosity corrections to cone probes in rarefied supersonic flow at a nominal Mach number of 4. NACA, TN, 1954, No. 3219.