

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ПЛОСКИХ И ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАТУПЛЕННЫХ ТЕЛ ПРИ $M = \infty$ И $\gamma \rightarrow 1$

З. Д. ЗАПРЯНОВ

(София)

Большинство теорий гиперзвукового обтекания тел совершенным газом [1-3] строятся в предположении, что отношение плотностей на скачке  $\varepsilon = \rho_\infty / \rho \ll 1$ , а ударный слой считается бесконечно тонким.

Пусть затупленное тело (фиг. 1) обтекается гиперзвуковым потоком газа. Для определения величины давления, действующего на элемент поверхности со стороны газа плотности  $\rho_\infty$ , набегающего со скоростью  $W_\infty$ , в направлении, составляющем угол  $\theta$  с элементом поверхности, Ньютон вывел формулу

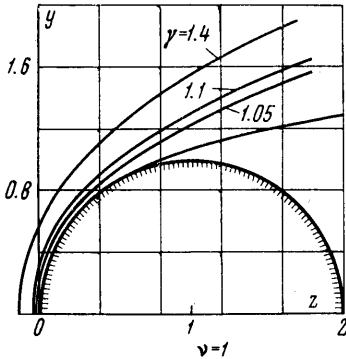
$$p = \rho_\infty W_\infty^2 \sin^2 \theta \quad (1)$$

Заметим, что формула (1) выведена в период, когда понятия ударной волны и ударного слоя не существовало.

Известно, что в случае больших чисел Маха, если показатель в адиабаты  $\gamma \rightarrow 1$ , то для давления и нормальной составляющей скорости за ударной волной имеем

$$p = \frac{2}{\gamma + 1} \rho_\infty W_\infty^2 \sin^2 \sigma \rightarrow \rho_\infty W_\infty^2 \sin^2 \sigma \quad (2)$$

$$W_n = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} W_\infty \sin^2 \sigma + O\left(\frac{1}{M^2}\right) \rightarrow 0$$



Фиг. 1

Здесь  $\sigma$  — угол наклона скачка к оси  $z$ . Поэтому формула Ньютона применима, когда ударный слой будет достаточно тонким, а скачок уплотнения приблизительно параллелен поверхности тела. Нормальная составляющая  $W_n \rightarrow 0$  при  $\gamma \rightarrow 1$ , поэтому можно считать, что в этом случае ударная волна фактически прилегает к телу, так как будет удовлетворено граничное условие на теле. Область затупления тела — та область, в которой теория Ньютона даст более правильно результаты. На остальной части тела головной скачок уплотнения уже отходит постепенно от тела и перестает быть параллельным поверхности тела.

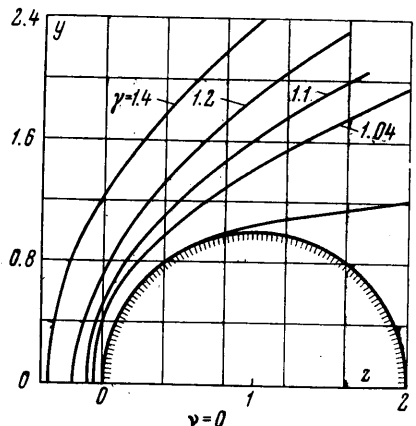
Учитывая эффект центробежных сил, Буземан уточнил формулу Ньютона и получил  $C_p = 2(\sin^2 \theta - F_c)$ , где  $2F_c$  определяется центробежными силами, действующими на частицы газа, движущиеся по искривленным линиям тока. В случае обтекания кругового цилиндра и сферы формула Буземана имеет вид

$$C_p = 2 \left[ \sin^2 \theta - \frac{\cos^2 \theta}{\nu + 2} \right] \quad (3)$$

где  $\nu = 0$  — для цилиндра и  $\nu = 1$  — для сферы.

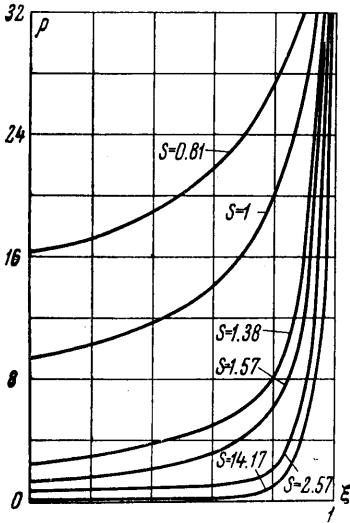
В случае обтекания сферы Лайтхилл [4] предложил модель, в которой плотность газа в слое за ударной волной постоянна, при этом головная ударная волна концентрична поверхности тела. В рамках этих предположений он получил аналитическое решение задачи. Аналогичное решение для обтекания кругового цилиндра получено Уйтэмом и авторами работы [2].

Приближенное решение задачи исследования течений около затупленных тел можно получить методом разложения по степеням параметра  $\varepsilon$ . Нулевое приближение для давления в этом методе совпадает [1] с формулой Буземана. Как видно из формулы (3), давление на поверхности тела обращается в нуль в точке, где увеличение давления за ударной волной компенсируется падением давления за счет центро-

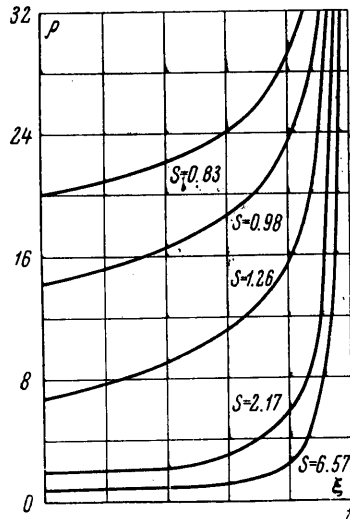


Фиг. 2

бежных сил. Для кругового цилиндра и сферы это происходит соответственно для углов  $54^{\circ}44'$  и  $60^{\circ}$ . Такая особенность имеется и в теориях Черного, Фримана, Лайтхилла и Уйтэма. В точке, где давление по формуле (3) обращается в нуль, в некото-



Фиг. 3



Фиг. 4

рых из указанных теорий появляется сингулярность в коэффициентах членов более высокого порядка. В случае сферы, например для давления на поверхности при  $\varphi \rightarrow \rightarrow 1/3\pi$ , Фриман [6] получает

$$\frac{p}{\rho_{\infty} W_{\infty}^2} = p_0 + p_1 \varepsilon + \dots \quad \left( p_0 = \frac{\sin 3\varphi}{3 \sin \varphi}, p_1 \sim (\sin 3\varphi)^{-2/3} \right) \quad (4)$$

Для устранения этой особенности Лайтхилл предложил следующую схему: головная ударная волна совпадает с обтекаемым телом вплоть до точки, где давление обращается в нуль, а затем отделяется от поверхности тела, и вся масса газа сосредотачивается вблизи волны в очень плотном бесконечно тонком слое (модель «свободного слоя»). Согласно Лайтхиллу, свободный слой должен быть таким, чтобы по формуле Буземана (3) давление на внутренней границе обращалось в нуль. Если через  $z^*$  и  $y^*$  обозначим координаты точки отрыва, то для сферы уравнение свободного слоя будет иметь вид

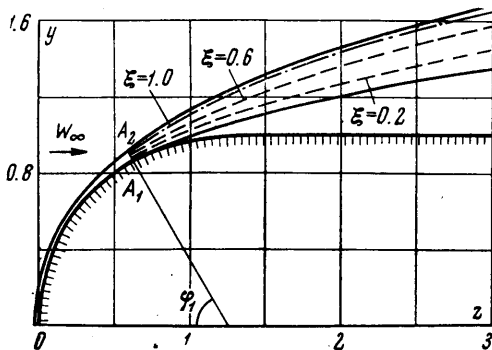
$$\frac{z - z^*}{y^*} = \frac{2}{\sqrt{3}} \left( \frac{y}{y^*} \right)^3 - \frac{y}{y^*} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$y^* = 1/2 \sqrt{3} R \quad (5)$$

В случае цилиндра уравнение свободного слоя получаем в виде

$$z - 2z^* = \frac{R^2}{z^*} \left( \frac{y}{y^*} \right)^2 - \frac{R^2 + z^{*2}}{z^*} \frac{y}{y^*}$$

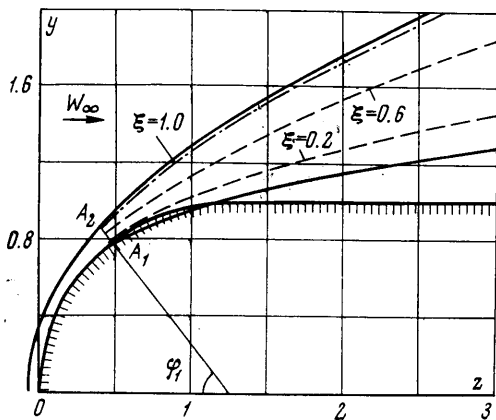
$$y^* = R \sin 54^{\circ}44' \quad (6)$$



Фиг. 5

Следовательно, форма скачка в первом приближении будет кубической параболой в осесимметричном случае и квадратичной параболой — в плоском. В [7] проведено подробное исследование местной структуры потока в окрестности точки отрыва.

В данной работе приводятся результаты численного исследования поля газодинамических величин при обтекании сферы, кругового цилиндра, затупленного по сфере конуса, и затупленной пластинки и сделано сравнение с описанными выше теориями гиперзвуковых течений. Задача решалась в до- и трансзвуковой областях

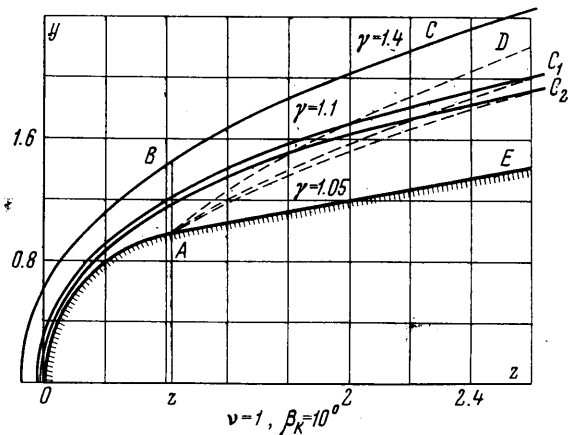


Фиг. 6

в обоих случаях прилегают к телу в передней части тела. Свободный слой в плоском случае несколько хуже соответствует действительной картине.

На фиг. 3 и 4 изображены профили плотности при  $\beta_k = 0^\circ$  для затупленного по сфере цилиндра ( $\nu = 1, \gamma = 1.05$ ) и затупленной пластинки ( $\nu = 0, \gamma = 1.04$ ) в сечениях  $s = \text{const}$ , где  $s$  совпадает с  $\varphi$  при  $\varphi \leq 1/2\pi$  и с  $z + 0.571$  при  $\varphi > 1/2\pi$ , где  $\varphi$  — полярный угол;  $\xi = (y - y_r) / (y_v - y_r)$ , где  $y_v$  — координата ударной волны, а  $y_r$  — координата поверхности тела для данного  $z$ . С уменьшением  $\gamma$  область ударного слоя, где плотность мала, по сравнению с плотностью за скачком уплотнения, быстро увеличивается, и градиент плотности при значениях  $\xi$ , близких к единице (т. е. вблизи от скачка), резко возрастает.

Геометрическая картина обтекания тела соответственно для осесимметричного и плоского случаев при  $\gamma = 1.05, \nu = 1$  и  $1.04, \nu = 0$  изображена на фиг. 5 и 6. Пунктиром отмечены линии тока, которые проходят через точки  $\xi = 1.0, 0.6$  и  $0.2$  на луче  $\varphi = \varphi_1$  ( $\varphi_1 = 60^\circ$  при  $\nu = 1$  и  $\varphi_1 = 54^\circ 44'$  при  $\nu = 0$ ).

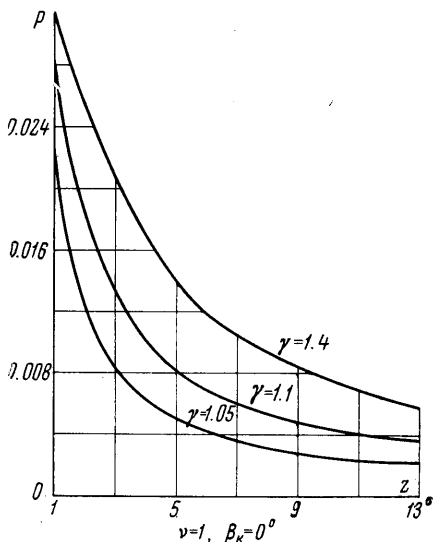


Фиг. 8

М. Г. Лебедевым по методу Г. Ф. Телленина (см., например, [8]), а в сверхзвуковой области — по методу, предложенному в [9, 10]. Во всех расчетах линейные размеры относились к радиусу кривизны тела  $R$  в критической точке, скорость — к максимальной скорости  $W_{\text{max}}$ , плотность — к плотности набегающего потока  $\rho_\infty$ , давление — к  $\rho_\infty W_{\text{max}}$ .

На фиг. 1 и 2 изображено положение ударной волны при различных  $\gamma$  для сферы и кругового цилиндра соответственно. Здесь же изображено положение свободного слоя в двух случаях (см. (5) и (6)).

Как видно из фиг. 1 и 2, отход скачка от тела в осесимметричном случае быстрее уменьшается при  $\gamma \rightarrow 1$ , по сравнению с плоским случаем. В пределе скачки уплотнения



Фиг. 7

Как видно из фиг. 5, 6, все линии тока, которые пересекают волну после точки  $A_2$ , остаются вблизи ее, и, следовательно, основная часть массы потока движется вдоль трубок тока вблизи ударной волны. Этот факт подтверждает в основном правильность предложенной Лайтхиллом модели свободного слоя.

На фиг. 7 показано влияние параметра  $\gamma$  на распределение давления на цилиндрическом участке тела сфера — цилиндр при  $\nu = 1, \beta_k = 0^\circ$ .

На фиг. 8 сплошные линии изображают положение скачков уплотнения при обтекании затупленного конуса с углом полураствора  $\beta_k = +10^\circ$

при разных  $\gamma$ , а пунктирные — положение соответствующих разрывных характеристик. Из этой фигуры видно, что при уменьшении  $\gamma$  область влияния сферического затупления уменьшается за счет области влияния конического участка. Так, при  $\gamma = 1.4$  разрывная характеристика, которая разделяет область влияния сферической части тела от области влияния конуса, пересекает ударную волну (вне чертежа) в точке с абсциссой  $z_c \approx 6.57$ , а при  $\gamma = 1.1$  и  $1.05$  пересекает соответственно при  $z_c \approx 3.25$  и  $3.20$ .

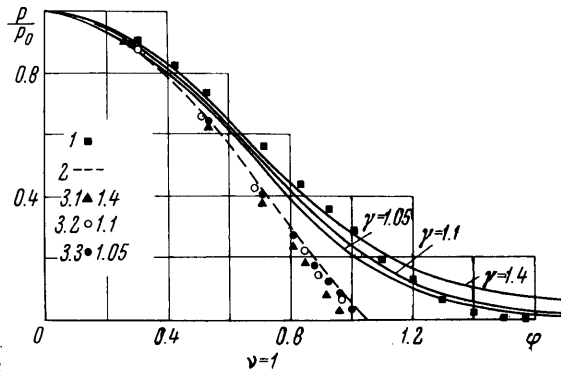
На фиг. 9 и 10 приведено полученное численным путем распределение давления для сферы и кругового цилиндра при различных  $\gamma$ ; эти результаты сравниваются с давлениями, полученными по теориям Ньютона (1), Буземана (2), Лайтхилла (точки 3.1, 3.2 и 3.3 на фиг. 9) и (точки 3.1, 3.2 и 3.3 на фиг. 10). Здесь  $p_0$  — давление в критической точке, сплошные линии соответствуют результатам настоящей работы, полученным из расчетов, пунктирные — формуле Буземана. Как видно из фиг. 8—10, при уменьшении  $\gamma$  расхождение между распределениями давления, полученными численными расчетами и по теориям Буземана, Уйтэма и Лайтхилла, уменьшается, при этом для соответствующих  $\gamma$  в осесимметричном случае расхождение менее значительно.

В заключение автор благодарит Г. Ф. Теленина, под руководством которого выполнена настоящая работа.

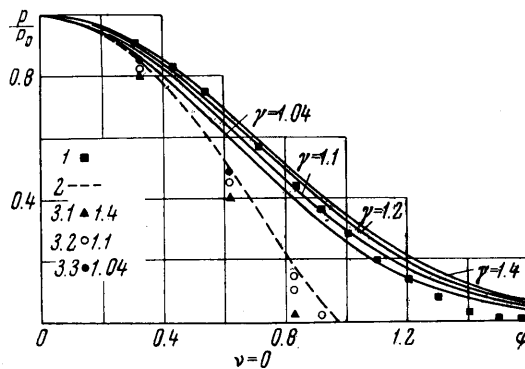
Поступило 4 I 1967

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. Физматгиз, 1959.
2. Хейз Д., Пробстим Р. Теория гиперзвуковых течений. Изд. иностр. лит., 1962.
3. Гиро Ж. Основные вопросы теории гиперзвуковых течений. Изд. «Мир», 1965.
4. Lighthill C. J. Dynamics of a Dissociating gas. J. Fluid Mech., 1957, vol. 2, pt. 1.
5. Whitham G. B. A note the stand-off distance of the shock in high Speed flow past a circular cylinder. Commun. Pure Appl. Math., 1957, vol. 10, No. 4.
6. Фримен Н. К теории гиперзвукового потока, обтекающего плоские и аксиально-симметричные тупые тела. Сб. «Проблемы движения головной части ракет дальнего действия», Изд. иностр. лит., 1959.
7. Freeman N. C. On a singular point in the Newtonian theory of hypersonic flow. J. Fluid. Mech., 1960, vol. 1, pt. 1.
8. Гилинский С. М., Теленин Г. Ф., Тиняков Г. П. Метод расчета сверхзвукового обтекания затупленных тел с отошедшей ударной волной. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 4.
9. Запьянов З. Д., Миносцев В. В. Метод расчета пространственного обтекания тел сверхзвуковым потоком газа. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 5.
10. Запьянов З. Д. Исследование сверхзвукового обтекания осесимметричных тел различной формы. Изв. АН СССР, МЖГ, 1967, № 2.



Фиг. 9



Фиг. 10