

С другой стороны, при $\eta \rightarrow 0$ формула (3) может быть заменена асимптотической формулой, дающей распределение скоростей в пристеночном вязком слое

$$u/v_* = \eta \quad \text{или} \quad u = \gamma v_*^2 / \nu = \gamma \tau / \rho \nu$$

Таким образом, уравнение (3) пригодно вблизи стенки трубы, а на участке $1 < \log \eta < 5$ мало отличается от уравнения Никурадзе.

Поступило 9 II 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Nikuradse J. Gesetzmässigkeiten der turbulenten Strömung in glatten Rohren. VDI Forschungsheft, 1932, p. 356.

ОБ АВТОМОДЕЛЬНОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ КАРМАНА — ХАУВАРТА

М. С. АФАШАГОВ

(Нальчик)

В книге [1] (стр. 248—249) утверждается, что функция

$$f(\eta) = \exp(-1/2\eta^2) \tag{1}$$

является решением уравнения

$$\frac{d^2 f}{d\eta^2} + \frac{4}{\eta} \frac{df}{d\eta} + \frac{5}{2} \eta \frac{df}{d\eta} + 5f = 0 \tag{2}$$

удовлетворяющим условию

$$f(0) = 1 \tag{3}$$

В ошибочности утверждения автора можно убедиться непосредственной проверкой. В настоящей заметке исправляется эта неточность.

Сделав замену независимой переменной $\eta = \sqrt{x}$, уравнение (2) можно привести к следующему виду

$$\frac{d}{dx} \left[4x \frac{df}{dx} \right] + \frac{d}{dx} [(5x + 6)f] = 0 \tag{4}$$

Интегрируя это уравнение, получаем линейное неоднородное уравнение первого порядка

$$4x \frac{df}{dx} + (5x + 6)f = 2c_2 \quad (c_2 = \text{const})$$

решение которого имеет вид

$$f(x) = x^{-3/2} e^{-5/4x} \left(c_1 + \frac{c_2}{2} \int_0^x \sqrt{x} e^{5/4x} dx \right) \quad (c_1 = \text{const})$$

Возвращаясь к переменной η , получим

$$f(\eta) = \eta^{-3} e^{-5/4\eta^2} \left(c_1 + c_2 \int_0^\eta \eta^2 e^{5/4\eta^2} d\eta \right) \tag{5}$$

При $\eta = 0$ функция $f(\eta)$ не определена, как это видно из равенства (5). Однако, положив $c_1 = 0$, $c_2 = 3$, найдем $\lim_{\eta \rightarrow 0} f(\eta) = 1$ при $\eta \rightarrow 0$.

Таким образом, решение уравнения (2), удовлетворяющее условию (3), имеет вид

$$f(\eta) = 3\eta^{-3} e^{-5/4\eta^2} \int_0^\eta \eta^2 e^{5/4\eta^2} d\eta \tag{6}$$

Поступило 9 II 1967

ЛИТЕРАТУРА

1. Бай Ш и И. Турбулентное течение жидкостей и газов. Изд. иностр. лит., 1962.