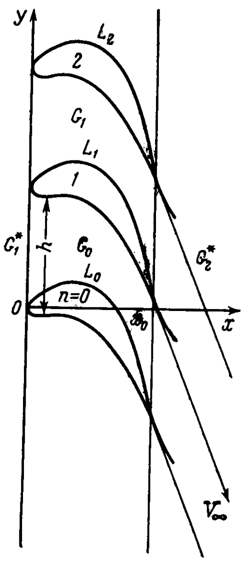
РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ ОБТЕКАНИИ РЕШЕТКИ ТЕЛЕСНЫХ ПРОФИЛЕЙ МЕТОДОМ СКЛЕИВАНИЯ

В. Б. КУРЗИН (*Новосибирск*)

Неустановившееся течение идеальной несжимаемой жидкости вокруг решетки, составленной из профилей произвольной формы, в общем случае изучено недостаточно. В квазистационарной постановке весьма эффективным оказалось применение метода конформных отображений [1]. Однако с учетом вихревых следов решение задачи этим методом существенно усложняется.

В настоящей работе предлагается иной метод решения. Он заключается в том, что бесконечно связная область течения жидкости разбивается на более простые односвязные области, в каждой из которых решение строится отдельно. Общее решение задачи получается путем склеивания решений для различных областей при помощи принципа аналитического продолжения.

1. В комплексной плоскости $z = x + iy$ рассмотрим решетку, составленную из телесных профилей с острыми задними кромками. (см. фигуру). Систему координат выберем так, чтобы ее начало совпадало с передней кромкой одного из профилей, а ось y была направлена по фронту решетки.



Пусть на решетку набегает потенциальный поток идеальной несжимаемой жидкости, а профили ее совершают установившиеся малые гармонические колебания около некоторого их среднего положения, связанного с системой координат. Предположим, что профили колеблются синхронно с произвольным постоянным сдвигом фаз μ между соседними профилями.

Математически задача сводится к определению потенциала скорости $\Phi(x, y, t)$, удовлетворяющего уравнению Лапласа в области течения вне вихревых следов при следующих граничных условиях.

1. Условие безотрывного обтекания на колеблющихся профилях решетки

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial\nu}\right|_{x,y\in L_n} = v_\nu(x, y)\,e^{j(\omega t+n\mu)}$$

$$(n = 0, \pm 1, \ldots;\ |\mu| \leqslant \pi) \qquad (1.1)$$

Здесь $L_n(x, y, t)$ — контур n-го профиля решетки; v_ν — амплитуда нормальной составляющей движения контура профиля ($n = 0$); j — мнимая единица, не взаимодействующая с i; ω — частота колебаний профилей.

2. Условие Жуковского — Чаплыгина о конечности скорости на задних кромках профилей.

3. Условие затухания нестационарных возмущений на бесконечном удалении перед решеткой.

Запишем потенциал скорости в виде

$$\Phi(x, y, t) = \varphi_0(x, y) + \varphi(x, y)\,e^{j\omega t} \qquad (1.2)$$

Здесь φ_0 — потенциал скорости соответствующего стационарного обтекания решетки, методы определения которого достаточно разработаны [2]; $\varphi(x, y)$ — амплитуда нестационарной составляющей потенциала скорости.

Наша задача состоит в определении функции φ во всей области течения. Для ее решения условие безотрывного обтекания (1.1) удобно представить на среднем положении контуров профилей. С этой целью функцию $\partial\Phi / \partial\nu$ разложим в ряд Тейлора около контура L_{n0} — среднего положения n-го профиля.

$$\left.\frac{\partial\Phi}{\partial\nu}\right|_{x,y\in L_n} = v_\nu e^{j(\omega t+n\mu)} = \left.\frac{\partial\Phi}{\partial\nu}\right|_{x,y\in L_{n_0}} + \left.\frac{\partial^2\Phi}{\partial r\,\partial\nu}\right|_{x,y\in L_{n_0}} \cdot r_n e^{j\omega t} + \ldots \qquad (1.3)$$

Здесь $r_n(x, y)$ — амплитуда смещения соответствующей точки профиля при колебаниях.

Предположим, что искомая функция φ и ее производная по координатам малы, так что их произведениями на малые величины r_n и т. д. можно пренебречь по сравнению с $\partial\varphi / \partial\nu$. Тогда, учитывая (1.2) и условие непротекания профилей в стационарном потоке, граничное условие (1.1) преобразуется к виду

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial\nu}\right|_{x,y\in L_{n_0}} = \left[\left. \mathrm{v}_\nu - \frac{\partial^2\varphi_0}{\partial r\,\partial\nu}\right|_{x,y\in L_{n_0}} \cdot r_0\right] e^{jn\mu} \qquad (n = 0, \pm 1, \ldots) \qquad (1.4)$$

Из выражения (1.4) видим, что условие безотрывного обтекания, записанное относительно среднего положения профилей, содержит член, учитывающий стационарное возмущение потока. При сдвиге фаз $\mu = 0$ и условии, что профили не деформируются, стационарное возмущение потока не влияет на φ. Действительно, если закрепим систему координат на одном из колеблющихся профилей, то при $\mu = 0$ все профили решетки в этой системе координат будут неподвижны и граничные условия сведутся к обычным; иначе говоря, стационарное возмущение оказывает влияние на нестационарные составляющие потока лишь при взаимном перемещении профилей. Этот факт впервые был отмечен в работе В. В. Мусатова [3]. Очевидно, что когда стационарное возмущение потока $(\partial\varphi_0/\partial\nu)$ мало, то его влияние оказывается величиной второго порядка малости.

2. Для решения задачи область течения жидкости разобьем на области $G_1{}^*$ и $G_2{}^*$ (расположенные соответственно слева и справа от решетки и ограниченные линиями, соединяющими передние и задние кромки профилей) и области G_n (заключенные между контурами профилей) (см. фигуру). Индекс n совпадает с номером нижнего профиля, ограничивающего область G_n.

Предлагаемый метод заключается в том, что для каждой из введенных более простых областей решение строится отдельно, и затем эти решения склеиваются. На основании принципа аналитического продолжения на линиях склейки выставляется условие совпадения комплексных потенциалов течения $W(z)$ примыкающих областей.

В силу условий задачи, комплексный потенциал рассматриваемого движения жидкости должен обладать свойством обобщенной периодичности в смысле

$$W(z + inh) = e^{jn\mu}W(z) \qquad (n = \pm 1, \pm 2, \ldots) \qquad (2.1)$$

(h — шаг решетки)

Отсюда общее решение для области $G_1{}^*$, с учетом третьего граничного условия задачи, может быть представлено в виде

$$W(z) = \exp\left(j\mu\frac{z}{ih}\right)\sum_{m=1}^{\infty}\bar{a}_m \exp\left(2m\pi\frac{z}{h}\right) \qquad (2.2)$$

(m — целое)

В области $G_2{}^*$ справа от решетки из-за наличия вихревых следов комплексный потенциал $W(z)$ рассматриваемого течения такого простого выражения не имеет.

Общий вид функции $W(z)$ в области $G_2{}^*$ будем искать при помощи уравнения Лагранжа.

Как и ранее, предполагаем, что нестационарные составляющие потока малы, поэтому уравнение Лагранжа линеаризуется и принимает вид

$$j\omega\varphi + \left(V_x\frac{\partial\varphi}{\partial x} + V_y\frac{\partial\varphi}{\partial y}\right) = p, \qquad \frac{P_0 - P}{\rho} = p \qquad (2.3)$$

Здесь P и P_0 — давление в нестационарном и стационарном потоках соответственно; ρ — плотность жидкости; V_x и V_y — горизонтальная и вертикальная составляющие стационарной скорости потока соответственно.

Отсюда вытекает, что вихревые следы будут расположены на линиях тока стационарного течения, берущих начало у задних кромок профилей.

Воспользовавшись тем, что комплексный потенциал стационарного течения $W(z) = \varphi_0 + i\psi_0$ реализует конформное отображение области $G_2{}^*$ на такую, что линии тока, а значит, и вихревые следы становятся прямыми, рассмотрим уравнение (2.3) в новой плоскости $\zeta(\xi, \eta)$.

Начало координат этой плоскости поместим в заднюю кромку профиля $n = 0$, а ось ξ направим по вихревому следу этого профиля. Уравнение (2.3) в новой плоскости будет иметь более простое выражение

$$j\omega\varphi + V_\xi\frac{\partial\varphi}{\partial\xi} = p \qquad (2.4)$$

Отметим, что $p \to 0$ при $\xi \to \infty$, а $V_\xi \to V_\infty = \text{const}$. Отсюда вытекает, что уравнение (2.4) на большом удалении справа от решетки имеет асимптотическое решение вида

$$\varphi(\xi, \eta) = f(\eta) \exp\left(-j \frac{\omega}{V_\infty} \xi\right) \tag{2.5}$$

Чтобы функция φ удовлетворяла уравнению Лапласа, функция $f(\eta)$ при $\xi \to \infty$ должна иметь выражение

$$f(\eta) = c \exp\left(\frac{\omega}{V_\infty} \eta\right) + d \exp\left(-\frac{\omega}{V_\infty} \eta\right) \tag{2.6}$$

Чтобы функция φ обладала свойством периодичности того же вида, что и действительная часть выражения (2.1), коэффициенты c и d должны быть разрывными с периодом h в направлении $y = \eta \cos\beta + \xi \sin\beta$, где $\beta = \operatorname{arc\,tg}(V_{y\infty} / V_{x\infty})$.

Обозначим индексом n коэффициенты c_n и d_n, которые постоянны в пределах одной полосы, примыкающей к области G_n и ограниченной соответствующими вихревыми линиями. Из условия периодичности для функции φ, получим

$$\begin{gathered} c_n = c_0 c_n, \qquad d_n = d_0 d_n' \\ c_n' = \exp\left(jn\mu - \frac{n\omega h}{V_\infty} e^{jp}\right), \qquad d_n' = \exp\left(jn\mu + \frac{n\omega h}{V_\infty} e^{-j\beta}\right) \end{gathered} \tag{2.7}$$

Из условия непрерывности нормальной составляющей скорости вдоль линии тока вытекает связь между константами c_0 и d_0

$$d_0 = A c_0, \qquad A = \exp\left(\frac{\omega h}{V_\infty}\right) \frac{1 - c_1'}{1 - d_1'} \tag{2.8}$$

Окончательное асимптотическое выражение для φ при $\xi \to \infty$ будет иметь вид

$$\varphi = c_0 \left[c_n' \exp\left(\frac{\omega}{V_\infty} \eta\right) + A d_n' \exp\left(-\frac{\omega}{V_\infty} \eta\right)\right] \exp\left(-j \frac{\omega}{V_\infty} \xi\right) \tag{2.9}$$

Отсюда видно, что интенсивность разрыва потенциала скорости при $\xi \to \infty$ определяется величиной скачка коэффициентов c_n' и d_n' при переходе через вихревую линию из полосы с индексом n в полосу с индексом $n + 1$.

Учитывая выражение (2.9), из общих свойств уравнения (2.4) из условия непрерывности давления во всей плоскости течения можно установить, что интенсивность разрыва функции φ при любых значениях ξ определяется величиной скачка функции

$$\varphi(\xi, \eta_1) = c_0 \left[c_n' \exp\left(\frac{\omega}{V_\infty} \eta_1\right) + A d_n' \exp\left(-\frac{\omega}{V_\infty} \eta\right)\right] \exp\left[-j \int_{\xi_1}^{\xi} \frac{\omega\, d\xi}{V_\xi(\xi, \eta_1)}\right] \tag{2.10}$$

Здесь η_1 — координата вихревой линии, ξ_1 — некоторая произвольная координата, взятая за начало интегрирования.

Для построения общего выражения комплексного потенциала $W(z)$ в области $G_2{}^*$ следует найти функцию φ, удовлетворяющую уравнению Лапласа вне вихревых линий, условию (2.9) на бесконечности и содержащую заданный разрыв (2.10) на вихревых линиях.

Такой функцией будет решение задачи Дирихле в пределах одной полосы

$$\begin{gathered} \varphi(\xi, 0) = (c_n' + A d_n') \exp\left[-j \int_{\xi_1}^{\xi} \frac{\omega d\xi}{V_\xi(\xi, 0)}\right] \\ \varphi(\xi, h\cos\beta) = \left[c_n' \exp\left(\frac{\omega h \cos\beta}{V_\infty}\right) + A d_n' \exp\left(-\frac{\omega h \cos\beta}{V_\infty}\right)\right] \exp\left[-j \int_{\xi_1}^{\xi} \frac{\omega d\xi}{V_\xi(\xi, 0)}\right] \\ \varphi(\xi_0, \eta) = \left[c_n' \exp\left(\frac{\omega\eta}{V_\infty}\right) + A d_n' \exp\left(-\frac{\omega\eta}{V_\infty}\right)\right] \exp\left[-j \int_{\xi_1}^{\xi_0} \frac{\omega d\xi}{V_\xi(\xi, 0)}\right] \\ \varphi(\xi, \eta) = c_n' \exp\left(\frac{\omega\eta}{V_\infty}\right) + A d_n' \exp\left(-\frac{\omega\eta}{V_\infty}\right) \end{gathered} \tag{2.11}$$

Здесь ξ_0 — координата задней кромки одного из профилей такая, что координата задней кромки другого профиля $\xi_0' > \xi_0$.

В других полосах решение будет отличаться лишь индексом коэффициентов c_n' и d_n', т. е. величиной этих коэффициентов.

В результате общее выражение для комплексного потенциала $W(z)$, удовлетворяющее всем необходимым условиям задачи в области G_2^*, может быть представлено в виде

$$W(z) = a_0 W^*(z) + \exp\left(j\mu \frac{z}{ih}\right) \sum_{m=-1}^{-\infty} \bar{a}_m \exp\left(2m\pi \frac{z}{h}\right) \tag{2.12}$$

Здесь действительная часть функции $W^*(z)$ будет решением задачи Дирихле (2.11).

Для построения решения в областях G_n целесообразно сначала выписать условия склеивания, общий вид которых будет определяться выражением (2.2). Действительная часть комплексного потенциала или потенциала скорости φ на левой и правой границах областей G_n имеет вид

$$\begin{gathered}\varphi(0, y) = \exp\left(j\mu \frac{y}{h}\right) \sum_{m=-1}^{-\infty} \left(a_m \cos 2m\pi \frac{y}{h} + b_m \sin 2m\pi \frac{y}{h}\right) \\ \varphi(x_0, y) = \exp\left(j\mu \frac{y}{h}\right) \sum_{m=-1}^{-\infty} \left(a_m \cos 2m\pi \frac{y}{h} + b_m \sin 2m\pi \frac{y}{h}\right) + a_0 \varphi^*(x_0 y)\end{gathered} \tag{2.13}$$

Здесь x_0 — горизонтальная координата задних кромок профилей, коэффициенты a_m и b_m определяются через мнимую и действительную части коэффициентов $\bar{a}_m = a_m' + ia_m''$ из выражения (2.2)

$$\begin{gathered}a_m = a_m', \qquad b_m = -a_m'' \qquad (m > 0) \\ a_m - ib_m = \bar{a}_m \exp\left[-(ij\mu + 2m\pi)\frac{x_0}{h}\right] \qquad (m \leqslant 0)\end{gathered} \tag{2.14}$$

Условие склеивания следует представить относительно потенциала скорости φ. Воспользовавшись с этой целью уравнениями Коши — Римана, на границах областей G_n получим дополнительные условия

$$\begin{gathered}\left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{x=0} = \exp\left(j\mu \frac{y}{h}\right) \sum_{m=1}^{\infty} \left(c_m \cos 2m\pi \frac{y}{h} + d_m \sin 2m\pi \frac{y}{h}\right) \\ \left.\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right|_{x=x_0} = \exp\left(j\mu \frac{y}{h}\right) \sum_{m=-1}^{-\infty} \left(c_m \cos 2m\pi \frac{y}{h} + d_m \sin 2m\pi \frac{y}{h}\right) + a_0 \left.\frac{\partial\varphi^*}{\partial x}\right|_{x=x_0}\end{gathered} \tag{2.15}$$

Коэффициенты c_m и d_m также выражаются через мнимую и действительную части коэффициентов $\bar{a}_m$, и, следовательно, через коэффициенты a_m и b_m

$$\begin{gathered}c_m - id_m = \frac{\bar{a}_m}{h}(-ij\mu + 2m\pi) = \frac{a_m - ib_m}{h}(-ij\mu + 2m\pi) \qquad (m > 0) \\ c_m - id_m = -\frac{a_m}{h}(ij\mu + 2m\pi)\exp\left[-(ij\mu + 2m\pi)\frac{x_0}{h}\right] = \frac{-a_m + ib_m}{h}(ij\mu + 2m\pi) \\ (m < 0)\end{gathered} \tag{2.16}$$

Для одной из областей G_n, например для области G_0, ставится смешанная задача для гармонической функции φ при следующих граничных условиях.

1. Для верхней и нижней границы области G_0 условие (1.4) исходной задачи.
2. Для левой и правой границы области G_0 условие склеивания (2.13).

Разрешимость задачи рассматривается ниже. Если область G_0 отобразить на полуплоскость, то решение этой задачи при помощи формулы Келдыша — Седова [4] может быть выражено в квадратурах и в силу линейности будет иметь вид

$$\varphi(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (a_m \varphi_{m1} + b_m \varphi_{m2}) + \varphi_{00} \tag{2.17}$$

Оно может быть получено и другими достаточно хорошо разработанными методами, поэтому для дальнейших рассуждений функции φ_{00}, φ_{m1} и φ_{m2} будем считать известными. Отметим, что эти функции ограничены в области G_0. В силу условия Жуковского — Чаплыгина, функция φ строится в классе таких функций, чтобы ее первые производные также были ограниченными. Это условие всегда может быть достигнуто и для каждой составляющей φ_{00}, φ_{m1} и φ_{m2} путем некоторой комбинации членов ряда граничной функции (2.13).

Предполагая возможность почленного дифференцирования выражения (2.17), потребуем, чтобы производная по x от функции φ на левой и правой границах области G_0 удовлетворяла условию склеивания (2.15). Перенесем в левую часть второго уравнения равенств (2.15) член правой части $a_0 \partial\varphi^* / \partial x$. Затем, учитывая выражение (2.17) для φ, умножим слева и справа эти равенства на $\exp(-j\mu y / h)$:

$$\exp\left(-j\mu\frac{y}{h}\right)\left[\frac{\partial\varphi_{00}}{\partial x}+\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left(a_m\frac{\partial\varphi_{m1}}{\partial x}+b_m\frac{\partial\varphi_{m2}}{\partial x}\right)\right]_{x=0}=$$

$$=\sum_{m=1}^{\infty}\left(c_m\cos 2m\pi\frac{y}{h}+d_m\sin 2m\pi\frac{y}{h}\right) \tag{2.18}$$

$$\exp\left(-j\mu\frac{y}{h}\right)\left[\frac{\partial\varphi_{00}}{\partial x}-a_0\frac{\partial\varphi^*}{\partial x}+\sum_{m=-\infty}^{\infty}\left(a_m\frac{\partial\varphi_{m1}}{\partial x}+b_m\frac{\partial\varphi_{m2}}{\partial x}\right)\right]_{x=x_0}=$$

$$=\sum_{m=-1}^{-\infty}\left(c_m\cos 2m\pi\frac{y}{h}+d_m\sin 2m\pi\frac{y}{h}\right)$$

Теперь коэффициенты c_m и d_m можно рассматривать как коэффициенты Фурье левых частей выражения (2.18).

Отсюда, из формул для коэффициентов ряда Фурье, учитывая соотношения (2.16), получим замкнутую неоднородную бесконечную систему алгебраических уравнений относительно констант c_m и d_m

$$0=a_0A_{00}+\sum_{n=-\infty}^{\infty}\gamma_n\left[(2n\pi c_n+j\mu d_n)A_{0n}+(2n\pi d_n-j\mu c_n)B_{0n}\right]+g_0$$

$$c_m=a_0A_{m0}+\sum_{n=-\infty}^{\infty}\gamma_n\left[(2n\pi c_n+j\mu d_n)A_{mn}+(2n\pi d_n-j\mu c_n)B_{mn}\right]+g_m \tag{2.19}$$

$$d_m=a_0C_{m0}+\sum_{n=-\infty}^{\infty}\gamma_n\left[(2n\pi c_n+j\mu d_n)C_{mn}+(2n\pi d_n-j\mu c_n)D_{mn}\right]+h_m$$

$$\gamma_n=\frac{h}{4n^2\pi^2-\mu^2}$$

Здесь A_{mn} и C_{mn}, B_{mn} и D_{mn}, g_m и h_m, соответственно, коэффициенты разложения в ряд Фурье по y функций

$$\exp\left(-j\mu\frac{y}{h}\right)\frac{\partial\varphi_{n1}}{\partial x},\quad \exp\left(-j\mu\frac{y}{h}\right)\frac{\partial\varphi_{n2}}{\partial x},\quad \exp\left(-j\mu\frac{y}{h}\right)\frac{\partial\varphi_{00}}{\partial x}$$

на левой и правой границах области G_0, причем $m>0$ при $x=0$, $m\leqslant 0$ при $x=x_0$.

В силу ограниченности производных $\partial\varphi_{00}/\partial x$, $\partial\varphi_{n1}/\partial x$, $\partial\varphi_{n2}/\partial x$, коэффициенты Фурье A_{mn}, B_{mn}, C_{mn} и D_{mn} могут быть представлены в виде

$$A_{mn}=\frac{1}{m}A_{mn}',\qquad B_{mn}=\frac{1}{m}B_{mn}'$$

где A_{mn}', B_{mn}', C_{mn}', D_{mn}' имеют порядок $O(1)$.

Учитывая это обстоятельство, легко заключить, что бесконечная неоднородная система алгебраических уравнений (2.19) такова, что сумма квадратов абсолютных величин коэффициентов при неизвестных c_n и d_n ограничена, а также ограничена сумма квадратов абсолютных величин свободных членов системы.

Эти свойства бесконечной системы уравнений позволяют утверждать [5], что для ее решения применим метод редукции, и при достаточно большом количестве членов усеченной системы она разрешима, причем последовательность приближенных решений сходится к точному. Быстрота сходимости зависит от исходных данных задачи.

Учитывая, что в областях G_m решения будут отличаться от полученного в области G_0 лишь множителем $\exp(jm\mu)$, можно утверждать, что определением констант c_n и d_n полностью решаем поставленную задачу.

Таким образом, определение комплексного потенциала искомого течения сводится к двум задачам: решению смешанной задачи для гармонической функции в ограниченной односвязной области G_0 с заданными граничными условиями и решению бесконечной системы линейных алгебраических уравнений.

Зная потенциал скорости искомого течения $\varphi(x, y)$, при помощи уравнения Лагранжа можно вычислить нестационарные аэродинамические характеристики профилей решетки.

Следует отметить, что изложенный здесь метод может быть применен к решению более простой задачи о стационарном обтекании решетки.

Поступило 17 X 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Самойлович Г. С. К расчету нестационарного потока вокруг решетки произвольных профилей, вибрирующих с произвольным сдвигом фаз. ПММ, 1962, т. 26, вып. 1.
2. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. Физматгиз, 1962.
3. Мусатов В. В. К расчету нестационарного обтекания решетки профилей в несжимаемой жидкости. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1963, № 3.
4. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. Изд-во «Наука», 1965.
5. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ в нормированных пространствах. Физматгиз, 1959.

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ПЕРЕХОДА КАНАЛОВОГО ТЕЧЕНИЯ В СТРУЙНОЕ

А. Н. СЕКУНДОВ, О. В. ЯКОВЛЕВСКИЙ

(*Москва*)

Принято считать, что распространение турбулентной струи, движущейся в окружающей среде, определяется, в основном, двумя параметрами: отношениями скоростей ($m \equiv u_2 / u_1$) и плотностей ($n \equiv \rho_2 / \rho_1$) окружающей среды и струи [1]. Однако, в некоторых случаях, например при $m \approx 1$, интенсивность перемешивания, по-видимому, зависит не только от этих факторов и определяется начальными параметрами потоков (наличие и состояние пристеночных пограничных слоев в сопле, интенсивность турбулентности в ядре потока и т. д.). В этом случае, для того чтобы связать основные характеристики струи с этими начальными параметрами, необходимо знать, как происходит перестройка «каналового» течения в струйное.

1. Общая качественная картина такого перехода [2], характеризуется чередованием различных форм течения, которые, будучи неустойчивыми, переходят одна в другую. Полного аналитического описания этого перехода пока еще не создано. Наибольших успехов достигла линейная теория устойчивости. Из ее результатов прежде всего следует отметить, что критические значения числа Рейнольдса R_*, полученные