

растании q до предельного значения $q^* = 1 / (\gamma_2^2 - 1)$, соответствующего максимальной скорости детонации, ордината точки Жуге неограниченно растет, поскольку при $q \rightarrow q^*$ звуковая точка на волне уходит в бесконечность, а точка Жуге расположена в сверхзвуковой зоне течения.

Качественно отличная картина наблюдается при обтекании профиля. Для всех рассчитанных вариантов, некоторые из которых представлены на фиг. 1, на расстоянии 3—4 калибров нигде не наступал режим течения Чепмена — Жуге. Специально проведенный расчет обтекания при $q = 1.2$ затупленной пластины до сечения, отстоящего от критической точки на расстоянии 20 калибров, показал, что, начиная с ~ 2 —3 калибров, течение за волной детонации хотя и близко к режиму Чепмена — Жуге, однако перехода на конечном расстоянии не происходит и стремление к нему лишь асимптотическое.

Настоящие результаты численных расчетов согласуются с теоретическими выводами, полученными в работе [2], где на основе изучения асимптотики на бесконечности нестационарных течений с плоскими, сферическими и цилиндрическими детонационными волнами (эти результаты справедливы также для плоских и осесимметричных стационарных течений) показывается, что в плоском случае точка Жуге уходит в бесконечность, а для осесимметричных течений, вообще говоря, будет находиться на конечном расстоянии.

Интересно сравнить форму волны детонации, рассчитанную для плоского течения численно, с кривой, заданной уравнением

$$\operatorname{tg} \beta_r(x - x_0) = y + y_0^2 / y + \dots \quad (7)$$

Уравнение (7) — асимптотическое разложение на бесконечности зависимости $y = y(x)$, описывающей положение и форму детонационной волны для плоского случая, и заимствовано из работы [3]. На фиг. 5 пунктирной линией построена кривая, рассчитанная при помощи (7), причем использовались только первые два члена ряда. Произвольные константы x_0, y_0 определялись приближенно из условия сопряжения расчетной кривой и (7) в достаточно удаленной вниз по потоку точке (~ 20 калибров), где асимптотические формулы заведомо справедливы. Из графиков видно, что первые два члена ряда асимптотического разложения (7) дают хорошие результаты в большей окрестности бесконечно удаленной точки, вплоть до $r = (x^2 + y^2)^{1/2} \sim 1$.

На основе проведенных расчетов, а также из результатов работы [3] можно заключить, что для стабилизации детонационных волн предпочтительнее внесение в поток горючей смеси газов осесимметричных возмущений по сравнению с плоскими.

Авторы благодарят Г. Г. Черного за обсуждение работы и ценные замечания.

Поступило 22 XI 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Гилинский С. М., Запryanов З. Д., Черный Г. Г. Сверхзвуковое обтекание сферы горючей смесью газов. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 5.
2. Шетинков Е. С. Физика горения газов. Изд-во «Наука», 1965.
3. Левин В. А., Черный Г. Г. Асимптотические законы поведения детонационных волн, ПММ, 1967, т. 31, вып. 3.

О ВЛИЯНИИ ПРОДОЛЬНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА ТЕЧЕНИЕ В ТРУБЕ

М. М. ГУРФИНК

(Москва)

Рассмотрено турбулентное течение электропроводной жидкости в цилиндрической трубе в приближении $H / R_* \ll 1$. Показано, что при этом условии влияние магнитного поля ограничено появлением соответствующего механизма диссипации, который учитывается введением одной эмпирической константы. Получены выражения для распределения средней скорости и коэффициента гидравлического сопротивления.

Рассмотрим турбулентное течение электропроводной жидкости в круглой цилиндрической трубе в однородном продольном магнитном поле.

Скорость в узкой турбулентной зоне вблизи стенки зависит от следующих размерных параметров: $y, \tau_w, \rho, \nu, \sigma, B$, что дает соответствующее безразмерное

соотношение

$$\frac{u}{u_*} = f_1 \left(\frac{u_* y}{\nu}, \frac{B}{c} y \sqrt{\frac{\sigma}{\rho \nu}}, \frac{u_* y}{\nu_m} \right)$$

Полагая $R_m \ll 1$, получим [7]

$$\frac{u}{u_*} = f_2(\eta R_*, \eta H)$$

Последнее выражение перепишем в такой эквивалентной форме:

$$\frac{u}{u_*} = f(\eta R_*, M) \tag{1}$$

При $M \ll 1$ равенство (1) можно представить в виде

$$\frac{u}{u_*} = f_0(\eta R_*) + \xi_1(\eta R_*)M + \xi_2(\eta R_*)M^2 + \dots \tag{2}$$

Здесь $f_0(\eta R_*)$ дает распределение скорости при отсутствии магнитного поля.

В области, примыкающей к оси трубы, на производную скорости влияют следующие размерные параметры: $y, D, \tau_w, \rho, \sigma, B$, откуда, пренебрегая влиянием R_m , получаем

$$\frac{du}{dy} = \frac{u_*}{D} \varphi_1(\eta, S), \quad \text{или} \quad \frac{u_m - u}{u_*} = \varphi(\eta, S) \tag{3}$$

Равенство (3) является аналогом закона дефекта скорости Кармана [1] для течения в магнитном поле ([7]).

Выясним вид функций ξ в разложении (2). Для этого покажем, что оно при определенных условиях совпадает с решением «равновесного» уравнения энергии турбулентности.

Пренебрежем в уравнении энергии турбулентности конвективными и диффузионными членами («равновесный слой» [2])

$$-\langle u'v' \rangle \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) = \varepsilon_T + \varepsilon_M \tag{4}$$

и воспользуемся гипотезой структурного подобия [3], согласно которой основные члены уравнения (4) записываются в виде

$$\varepsilon_T = a_1 \langle q^2 \rangle^{3/2} l^{-1}, \quad \langle u'v' \rangle = a^2 \langle q^2 \rangle, \quad \varepsilon_M = A \frac{\sigma}{\rho c^2} B^2 \langle q^2 \rangle \tag{5}$$

Здесь a_1, a_2 и A — некие коэффициенты. В общем случае эти коэффициенты зависят от магнитного поля; в работе [3] их постоянство постулировалось.

Будем считать коэффициенты a_1, a_2 и A постоянными (требование постоянства A не является, вообще говоря, необходимым — см. ниже). Подставляя (5) в (4) и интегрируя, получим следующее выражение для распределения скорости у стенки:

$$\frac{u}{u_*} = f_0 \left(\frac{u_* y}{\nu} \right) + A \frac{y}{D} R_* \left(\frac{H}{R_*} \right)^2 \tag{6}$$

Последнее рассмотрение имеет смысл для турбулентного течения именно в узком слое вблизи стенки; поэтому сопоставляя (6) с (2), получим следующее выражение для распределения скорости в этой зоне:

$$u / u_* = f_0(\eta R) + A \eta R_* M^2 + \dots$$

или, отбрасывая члены более высокого порядка ¹,

$$u / u_* = f_0(\eta R_*) + A \eta S \tag{7}$$

Итак, использование выражений (5) с постоянными коэффициентами имеет смысл при $M \ll 1$; иными словами, в этом случае наличие магнитного поля приводит только к появлению дополнительного механизма диссипации турбулентности.

Обратимся к рассмотрению течения вблизи оси трубы. Для определения вида функции $\varphi(\eta, S)$ в (3) предположим, что распределения (6) и (3) в некоторой области

¹ Фактически, здесь используется нулевая степень разложения коэффициента A в ряд по степеням M вида $A = A_0 + \psi_1(\eta R_*)M + \psi_2(\eta R_*)M^2 + \dots$

совпадают. Тогда в этой области

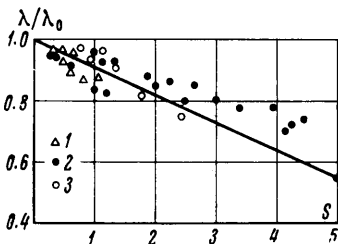
$$u_m / u_* = f_0(\eta R_*) + A\eta S + \varphi(\eta, S) = F(H, R_*) \quad (8)$$

Дифференцируя (8) последовательно по η и S , получим

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi}{\partial S} = -A, \quad \text{или} \quad \varphi(\eta, S) = -A\eta S + \varphi_0(\eta) + \psi(S) \quad (9)$$

Здесь $\varphi_0(\eta)$ дает распределение скорости в ядре потока при отсутствии магнитного поля.

Положим в (9) $\eta = 1/2$. Тогда $\varphi = 0$, $\varphi_0 = 0$ и



$$\psi = \frac{A}{2} \cdot S \quad (10)$$

С помощью (10) равенство (9) приводится к следующему виду

$$\varphi = \frac{u_m - u}{u_*} = \varphi_0(\eta) + \frac{A}{2}(1 - 2\eta) \cdot S \quad (11)$$

Соотношения (6) и (11) дают распределение средней скорости во всей турбулентной зоне.

Подставим (9) и (10) в (8), получим

$$\frac{u_m - (u_m)_0}{u_*} = \frac{A}{2} \cdot S$$

Последнее равенство наглядно демонстрирует «вытягивание» профиля средней скорости, что связано с уменьшением турбулентной вязкости в магнитном поле.

Чтобы получить закон сопротивления, достаточно проинтегрировать распределение скорости. Выполняя интегрирование и проводя простые преобразования, получим

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \left(1 - \frac{A}{6} \cdot S\right)^{1.75} \quad (12)$$

(здесь S построено по диаметру трубы и средней скорости). Формула (12) естественно, верна только при $\lambda > 64/R$.

Обработка экспериментальных данных Глоуба [4], Ковнера и Красильникова [5] и Генина и Жилина [6] дает довольно слабое изменение A : $0.3 \leq A \leq 0.4$, однако следует иметь в виду, что диапазон изменения параметра S невелик.

Сравнение расчета по (12) при $A = 0.34$ с указанными экспериментальными данными выполнено на фиг. 1. (1, 2 и 3 — точки из работ, соответственно, [4], [5], [6]).

Если воспользоваться соотношением $R = R_* (\lambda / \lambda_0)^{1/2}$, можно условие применимости формулы (12) — $M \ll 1$ привести к более удобному: $H/R \ll (\lambda/8)^{1/2}$.

Автор благодарен В. М. Иевлеву за обсуждение.

Поступило 26 X 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Монин А. С., Яглом А. М. Статистическая гидромеханика, ч. 1, «Наука», 1965.
2. Townsend A. A. Equilibrium Layers and Wall Turbulence. Journal of Fluid Mechanics, vol. 11, p. 1, 1961.
3. Таунсенд А. А. Структура турбулентного потока с поперечным сдвигом. Изд. иностр. лит., 1959.
4. Globe S. Effect of Longitudinal Magnetic Field on Pipe Flow of Mercury. Journal of Heat Transfer, november, 1961.
5. Ковнер Д. С., Красильников Е. Ю. «Экспериментальное исследование турбулентного течения электропроводной жидкости в трубе в продольном магнитном поле». Докл. АН СССР, серия матем. физ., 1966, т. 163, № 5.
6. Генин Л. Г., Жилин В. Г. Влияние продольного магнитного поля на коэффициент сопротивления при течении ртути в круглой трубе. Теплофизика высоких температур, 1966, № 2.
7. Гаррис. Магнитогидродинамические течения в каналах. Изд. иностр. лит., 1963.
8. Ковнер Д. С. Турбулентное течение электропроводной жидкости в продольном магнитном поле. Изв. высш. уч. зав., сер. авиационная техника, 1964, № 1.