

## ЧИСЛЕННЫЙ РАСЧЕТ СВЕРХЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ С ПРОТОКОМ ПОД УГЛОМ АТАКИ

О. Н. КАЦКОВА, П. И. ЧУШКИН

(Москва)

В последнее время для решения задачи о пространственном сверхзвуковом течении газа около трехмерных тел было разработано несколько эффективных численных схем, основанных на использовании конечно-разностного метода [1-4], метода характеристик [5-10] и полухарактеристического метода [11-12]. Такие численные методы позволяют с требуемой точностью определять как суммарные аэродинамические характеристики, так и распределение различных параметров на поверхности тела и поперек ударного слоя. В численных расчетах также нетрудно учесть физико-химические процессы, происходящие в газе при высокой температуре.

В упомянутых работах рассчитывалось сверхзвуковое трехмерное течение на телах, носовая часть которых была либо заостренной, либо затупленной. В настоящей статье изучается сверхзвуковое внешнее обтекание тел с протоком, летящих под углом атаки  $\alpha$  с постоянной скоростью  $V_\infty$  и числом Маха  $M_\infty$ . Предполагается, что заданное тело достаточно гладкое и обладает плоскостью симметрии, в которой лежит вектор скорости  $V_\infty$ . Будем рассматривать расчетный режим работы диффузора, когда ударная волна присоединена к передней кромке на всем ее протяжении и когда, следовательно, обтекание наружной поверхности тела не зависит от движения газа внутри обечайки. Расчет области течения между заданной поверхностью тела и головной ударной волной будет проводиться для случая, когда внутри этой области не возникают другие скачки.

Для численного решения применим полухарактеристическую схему [12], развитую для пространственных сверхзвуковых потоков совершенного или термодинамически равновесного газа. Здесь берется цилиндрическая система координат  $x, r, \psi$ , связанная с телом, причем  $\psi = 0$  отвечает наветренной стороне, а  $\psi = \pi$  — подветренной стороне. Затем вместо  $r$  вводится нормированная независимая переменная  $\xi = [r - r_T(x, \psi)] / [r_B(x, \psi) - r_T(x, \psi)]$ , где  $r = r_T(x, \psi)$  — уравнение поверхности тела и  $r = r_B(x, \psi)$  — уравнение поверхности ударной волны.

Исходная система уравнений газовой динамики в переменных  $x, \xi, \psi$  содержит производные от пяти основных функций — составляющих скорости  $u, v, w$  в цилиндрической системе координат, давления  $p$  и энтропии  $s$ .

В рассматриваемой области  $0 \leq \psi \leq \pi$  проведем  $l + 1$  меридиональных плоскостей  $\psi = \psi_k = k\pi/l$  ( $k = 0, 1, \dots, l$ ). Далее будем аппроксимировать по  $\psi$  нечетную функцию — составляющую скорости  $w$  и четные функции  $\varphi = u, v, p, s$ , применяя следующие тригонометрические полиномы:

$$w = \sum_{k=1}^{l-1} \sum_{j=1}^{l-1} c_{kj} w_j \sin k\psi, \quad \varphi = \sum_{k=0}^l \sum_{j=0}^l d_{kj} \varphi_j \cos k\psi \quad (1)$$

Здесь  $w_j$  и  $\varphi_j$  — значения соответствующих функций на меридиональных плоскостях интерполяции,  $c_{kj}$  и  $d_{kj}$  — числовые коэффициенты, зависящие от  $l$ .

После проведения аппроксимаций (1) из исходной системы уравнений будут исключены производные по  $\psi$ , и она сведется к системе дифференциальных уравнений от двух независимых переменных  $x$  и  $\xi$ , но для большего числа искомого функций, а именно, для значений основных функций на всех меридиональных плоскостях  $\psi = \psi_k$ . Полученная аппроксимирующая система при определенных сверхзвуковых условиях будет принадлежать к гиперболическому типу, обладая двумя семействами действительных характеристик и семейством двумерных аналогов линий тока.

Таким образом, для решения этой гиперболической системы можно применять двумерный численный метод характеристик. Тогда дифференциальные уравнения характеристик и «линий тока» и соотношения совместности, выполняющиеся вдоль них, представляются в конечно-разностной форме по схеме второго порядка точности. Решение строится при помощи характеристической сетки обратного типа на последовательно расположенных плоскостях  $x = x_i = \text{const}$ . На каждой такой плоскости выбираются фиксированные узловые точки, полученные пересечением поверхностей  $\xi = \text{const}$  и меридиональных плоскостей  $\psi = \text{const}$ . Из этих узловых точек в направлении к предыдущей плоскости  $x = x_{i-1}$  с уже известными данными выпускаются отрезки характеристик и «линий тока». Полученная система конечно-разностных уравнений решается итерациями. Конкретные вычислительные схемы для расчета параметров в узловых точках на ударной волне, внутри поля течения и на поверхности тела развиты в работе [12].

Начальные данные, необходимые для решения задачи Коши методом характеристик, определяются из рассмотрения течения на передней кромке. Пусть входное сечение тела с протоком расположено в плоскости  $x = 0$  и описывается уравнением

$r = r_0(\psi)$ . Составляющие скорости набегающего потока выражаются формулами

$$u_\infty = V_\infty \cos \alpha, \quad v_\infty = V_\infty \sin \alpha \cos \psi, \quad w_\infty = V_\infty \sin \alpha \sin \psi$$

При переходе через скачок на передней кромке касательная составляющая скорости не терпит разрыва и не влияет на величину угла наклона  $\sigma$  ударной волны к оси  $x$ . Обозначим через  $\beta$  угол этой составляющей скорости с лучом  $\psi = 1/2\pi$ , тогда

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{r \operatorname{tg} \psi - r'}{r + r' \operatorname{tg} \psi} \quad \left( r' = \frac{dr}{d\psi} \right)$$

Для круговой передней кромки, очевидно,  $\beta = \psi$ . Введем в рассмотрение эффективный угол атаки  $\alpha_*$  и эффективное число Маха  $M_{\infty*}$ , так что

$$\operatorname{tg} \alpha_* = \operatorname{tg} \alpha \cos \beta, \quad M_{\infty*} = M_\infty \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_*}$$

Тогда при заданном угле наклона  $\omega$  поверхности тела угол  $\sigma$  будет определяться как на соответствующем клине с углом  $\omega$ , обтекаемом потоком газа с числом Маха  $M_{\infty*}$  и углом атаки  $\alpha_*$ . Для совершенного газа с постоянным отношением удельных теплоемкостей  $\kappa$  значение угла наклона ударной волны  $\sigma$  в каждой меридиональной плоскости можно вычислить итерациями из тригонометрического уравнения

$$\frac{M_{\infty*}^2 \operatorname{tg} \sigma_*}{M_{\infty*}^2 \sin^2 \sigma_* - 1} = \frac{2}{\kappa + 1} [\operatorname{ctg}(\omega + \alpha_*) + \operatorname{tg} \sigma_*] \quad (\sigma_* = \sigma + \alpha_*)$$

Далее по рассчитанным величинам  $\sigma$  при каждом  $\psi = \psi_k$  можно определить на передней кромке за ударной волной значения составляющих скорости  $u, v, w$ , давление  $p$  и энтропию  $s$ . Здесь мы будем пользоваться безразмерными величинами, принимая в качестве характерных параметров скорость и плотность набегающего потока  $V_\infty$  и  $\rho_\infty$  и некоторый радиус входного сечения  $r_0$  (например, при  $\psi = 0$ ). Тогда на передней кромке за ударной волной будем иметь

$$u = \frac{\cos \alpha \cos \sigma_* \cos \omega}{\cos \alpha_* \cos(\sigma - \omega)}, \quad \gamma = \beta - \psi, \quad s = \frac{1}{\kappa - 1} \ln \frac{p}{\rho^\kappa}$$

$$v = u \operatorname{tg} \omega \cos \gamma - \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma, \quad w = u \operatorname{tg} \omega \sin \gamma + \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma,$$

$$p = \frac{1}{M_{\infty*}^2} \left( \frac{2}{\kappa + 1} M_{\infty*}^2 \sin^2 \sigma_* - \frac{\kappa - 1}{\kappa(\kappa + 1)} \right), \quad \rho = \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1} \left( 1 + \frac{2}{\kappa - 1} \frac{1}{M_{\infty*}^2 \sin^2 \sigma_*} \right)^{-1},$$

По этим начальным данным проведем отход на малый шаг по  $x$ , сохраняя в каждой меридиональной плоскости все функции постоянными, как и при обтекании соответствующего клина.

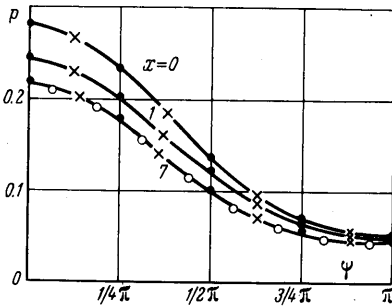
Полухарактеристическая численная схема, изложенная здесь в общих чертах, использовалась для проведения серии расчетов сверхзвукового внешнего обтекания тел с протоком, имевших форму усеченного конуса с полууглом раствора  $\omega$ . Чтобы исследовать влияние различных параметров, в расчетах варьировались угол  $\omega$ , число Маха набегающего потока  $M_\infty$  и угол атаки  $\alpha$ , причем рассматривались только случаи  $\alpha \leq \omega$ , т. е. при отсутствии волны разрежения у передней кромки тела (при  $\alpha = \omega$  след ударной волны в плоскости  $\psi = \pi$  вырождается в характеристику). В настоящей работе рассматривалось течение совершенного газа только при  $\kappa = 1.4$ .

На фиг. 1 построено распределение давления  $p = p(\psi)$  на поверхности тела с протоком при  $\omega = 15^\circ$ , числе Маха  $M_\infty = 5$  и угле атаки  $\alpha = 10^\circ$ . Эти графики приведены для нескольких поперечных сечений  $x = \text{const}$  и иллюстрируют точность применяемого численного метода в зависимости от количества меридиональных плоскостей интерполяции. Сплошными линиями здесь, а также на последующей фиг. 2, показаны данные, полученные при  $l = 8$ , крестиками — при  $l = 4$  и точками — при  $l = 2$ . Дополнительно для сравнения здесь же (как и на некоторых графиках, рассматриваемых в дальнейшем) кружочками нанесены значения давления, рассчитанные конечно-разностным методом [2] для обтекания кругового конуса с тем же полууглом раствора  $\omega$  и при тех же условиях набегающего потока. Представленные результаты показывают, что хорошая сходимость и точность при расчете давления достигается уже при небольшом числе меридиональных плоскостей. Кроме того, видно, что при обтекании тел с протоком под углом атаки давление очень быстро стремится к асимптотическому значению, отвечающему острому конусу.

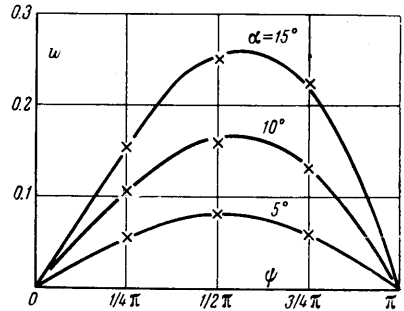
При обтекании тел под углом атаки очень чувствительной величиной, характеризующей пространственный характер течения и определяющей точность численного

решения, является окружная составляющая скорости  $w$ . Изменение этой скорости на поверхности тела с полууглом  $\omega = 20^\circ$  в сечении  $x = 5$  при  $M_\infty = 4$  и нескольких значениях угла атаки  $\alpha$  показано на фиг. 2. Здесь снова видно хорошее соответствие результатов при  $l = 4$  и  $l = 8$ . Надо заметить, что при  $l = 2$ , согласно аппроксимациям (1), функция  $w$  представляется только одной синусоидой, что при больших  $x$  и  $\alpha$ , естественно, недостаточно.

Кроме контроля численного решения по сходимости результатов при удвоении числа меридиональных плоскостей интерполяции и числа узловых точек на каждом луче  $\psi = \psi_k$ , для оценки точности рассчитывалась относительная интегральная ошибка по массовому расходу. Эта ошибка находилась вычислением расхода газа в



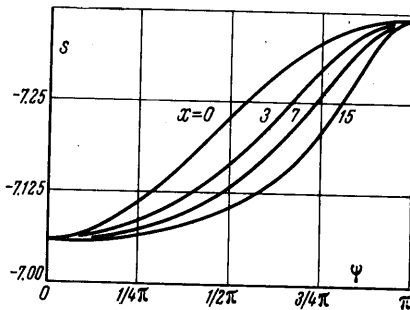
Фиг. 1



Фиг. 2

ударном слое через каждую плоскость  $x = x_i$  и сравнением его с известным расходом, определенным по условиям набегающего потока. В самых худших случаях (большие  $x$  и  $\alpha$ ) величина этой ошибки составляла около 1%.

Проведенный анализ расчетных данных показал, что в интервале чисел Маха  $M_\infty$  от 3 до  $\infty$ , углов атаки  $\alpha$  от 5 до  $15^\circ$  и полууглов раствора  $\omega$  от 10 до  $30^\circ$  для гладких тел с протоком на расстояниях до 15 радиусов входного сечения хорошая точность получается при 9 меридиональных плоскостях (удовлетворительная точность имеет место уже при  $l = 4$ ).



Фиг. 3

На каждом луче  $\psi = \psi_k$  выбиралось при этом 25 узловых точек, причем уменьшение их количества вдвое не нарушало практических требований точности. Что касается шага интегрирования по направлению  $x$ , то он определялся соображениями устойчивости численной схемы. Результаты, которые приводятся ниже, были рассчитаны при  $l = 8$ .

Рассмотрим поведение энтропии  $s$  на поверхности тела с протоком. При сверхзвуковом обтекании под углом атаки поверхность обечайки, в отличие от острого конуса, не является поверхностью постоянной энтропии. Линии  $s = \text{const}$  (за исключением двух прямых линий, расположенных в плоскости симметрии течения) представляют собой некоторые кривые. На фиг. 3 построены графики

$s = s(\psi)$  на обечайке  $\omega = 20^\circ$  при  $M_\infty = 4$  и  $\alpha = 5^\circ$ . Интересно, что с увеличением расстояния  $x$  эти зависимости качественно приближаются к поведению энтропии на

$x = 0$	0.5	1	2	15	
$p = 0.137$	0.128	0.123	0.115	0.102	$(\omega = 10^\circ, \psi = 0)$
$p = 0.052$	0.050	0.049	0.048	0.045	$(\omega = 10^\circ, \psi = \pi)$
$p = 0.201$	0.187	0.178	0.167	0.155	$(\omega = 15^\circ, \psi = 0)$
$p = 0.087$	0.083	0.081	0.078	0.070	$(\omega = 15^\circ, \psi = \pi)$
$p = 0.280$	0.257	0.244	0.231	0.220	$(\omega = 20^\circ, \psi = 0)$
$p = 0.014$	0.129	0.124	0.119	0.110	$(\omega = 20^\circ, \psi = \pi)$
$p = 0.482$	0.424	0.401	0.386	0.378	$(\omega = 30^\circ, \psi = 0)$
$p = 0.280$	0.259	0.248	0.238	0.229	$(\omega = 30^\circ, \psi = \pi)$

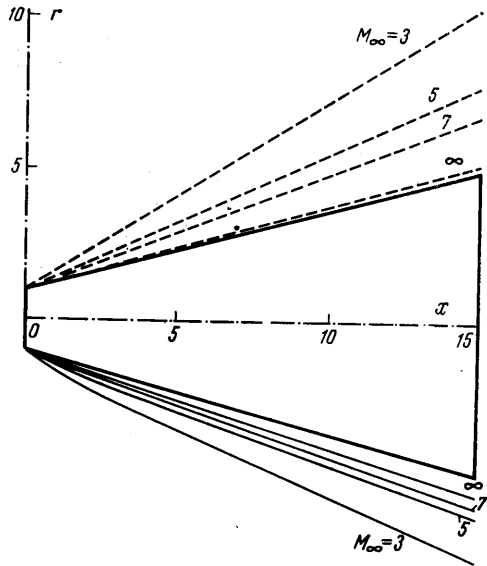
остром конусе, обтекаемом сверхзвуковым потоком под углом атаки. Однако количественные значения энтропии на наветренной и подветренной сторонах в этих случаях, конечно, будут различными, поскольку на теле с протоком величины  $s$  определяются на передней кромке по углу соответствующего клина.

Следы ударных волн в плоскостях  $\psi = 0$  (сплошные линии) и  $\psi = \pi$  (пунктир) для тела с протоком при  $\omega = 15^\circ$  и  $\alpha = 10^\circ$  построены на фиг. 4 для нескольких значений числа Маха  $M_\infty$ . Здесь ударные волны почти всюду, за исключением небольшого участка у передней кромки в области наветренной стороны, имеют примерно постоянную интенсивность. Интересная особенность течения наступает с ростом  $M_\infty$ , когда ударная волна на подветренной стороне располагается ближе к поверхности тела, чем на наветренной стороне. Аналогичное явление, как известно, имеет место для клина и острого конуса в сверхзвуковом потоке под углом атаки.

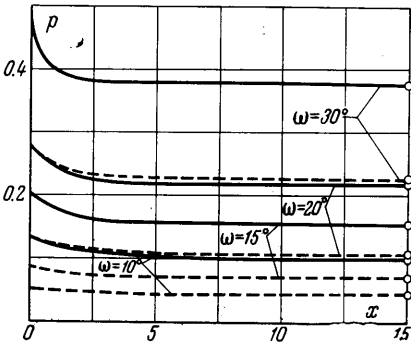
Два следующих графика показывают изменение давления и числа Маха по длине тела с протоком. Распределение давления вдоль образующих  $\psi = 0$  (сплошная линия) и  $\psi = \pi$  (пунктир) для ряда различных обечаек, отличающихся углом  $\omega$ , при  $M_\infty = 5$  и  $\alpha = 5^\circ$  дают фиг. 5 и таблица.

Переходный участок, на котором давление выходит на значение  $p$  для соответствующего острого конуса (кружочки на графике), имеет незначительную протяженность.

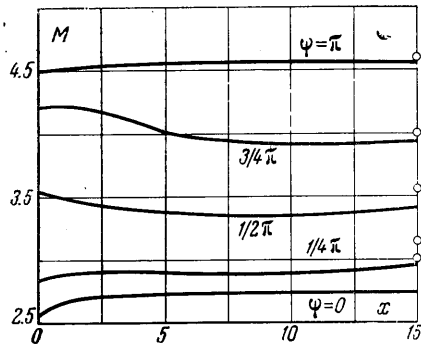
Распределение числа Маха  $M$  на разных образующих тела с полууглом  $\omega = 15^\circ$  представлено на фиг. 6 для  $M_\infty = 5$  и  $\alpha = 10^\circ$ . Число Маха, в отличие от давления, на коническом теле с протоком не будет стремиться при больших расстояниях к значению  $M$  на соответствующем остром конусе (кружочки на графике) вследствие различной величины энтропии на поверхности этих тел. На коническом теле с протоком при  $\alpha \neq 0^\circ$  энтропия непостоянна вдоль образующих  $0 < \psi < \pi$ , поэтому здесь число Маха  $M$  продолжает изме-



Фиг. 4



Фиг. 5



Фиг. 6

няться даже на таких расстояниях  $x$ , на которых давление уже практически достигло асимптотического значения.

Рассмотрим теперь аэродинамические коэффициенты, характеризующие суммарные силы давления, приложенные к внешней поверхности тела с протоком. Аэродинамические силы, действующие на внутреннюю поверхность обечаек, определяются протекающим через нее газовым потоком и в проведенных расчетах не рассматривались.

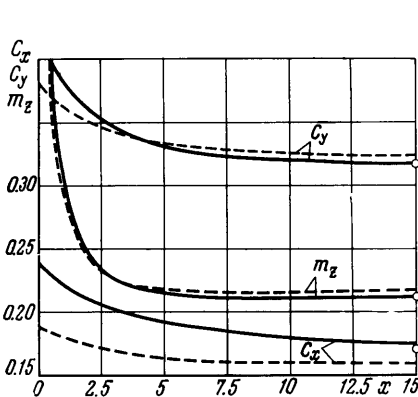
Для внешнего обтекания коэффициент сопротивления  $C_x$ , коэффициент подъемной силы  $C_y$  и коэффициент продольного момента  $m_z$  относительно оси, проходящей

через входное сечение, удобно представить следующими формулами:

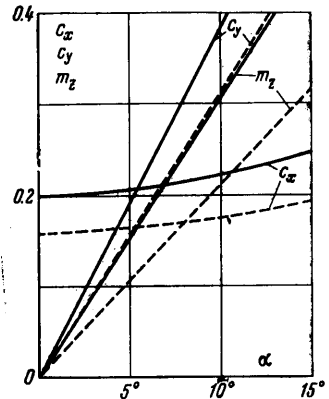
$$C_x = \frac{4}{F_n} \int_0^\pi d\psi \int_{r_0(\psi)}^{r_n(\psi)} (p - p_\infty) r dr, \quad C_y = \frac{4}{F_n} \int_0^{x_n} dx \int_0^\pi Pr d\psi$$

$$m_z = \frac{4}{F_n x_n} \left[ \int_0^{x_n} x dx \int_0^\pi Pr d\psi + \int_0^\pi \cos \psi d\psi \int_{r_0(\psi)}^{r_n(\psi)} (p - p_\infty) r^2 dr \right]$$

Здесь  $n$  — число шагов интегрирования вдоль оси  $x$ ,  $x_n$  — длина тела до кормового среза,  $F_n$  — разность площадей кормового и входного срезов, причем для тела вращения  $F_n = \pi(r_n^2 - r_0^2)$ . Эти аэродинамические коэффициенты отнесены к скоростному напору, а  $p$  берется в безразмерных величинах, в частности,  $p_\infty = 1/\kappa M_\infty^2$ .



Фиг. 7



Фиг. 8

Для вычисления интегралов по  $\psi$  применим четную аппроксимацию (1), а для интегралов по  $x$  — формулу трапеций. Тогда получим

$$C_x = \frac{\pi}{F_n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^l d_{0j} (p_{ij} + p_{i-1,j}) (r_{ij}^2 - r_{i-1,j}^2) - \frac{2}{\kappa M_\infty^2}$$

$$C_y = \frac{2\pi}{F_n} \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^l d_{0j} (P_{ij} r_{ij} + P_{i-1,j} r_{i-1,j}) (x_i - x_{i-1})$$

$$m_z = \frac{\pi}{F_n x_n} \sum_{j=0}^l d_{1j} \left\{ \sum_{i=1}^n \left[ (P_{ij} r_{ij} + P_{i-1,j} r_{i-1,j}) \frac{x_i^2 - x_{i-1}^2}{d_{0j}} d_{1j} + \right. \right.$$

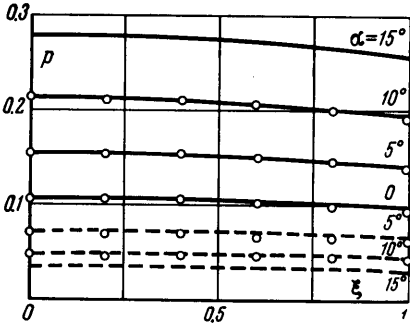
$$\left. \left. + (p_{ij} + p_{i-1,j}) \frac{r_{ij}^3 - r_{i-1,j}^3}{3} \right] - \frac{r_n j^3 - r_0 j^3}{3\kappa M_\infty^2} \right\}$$

$$P = p[1 + (r'/r)^2]^{1/2} \cos \beta$$

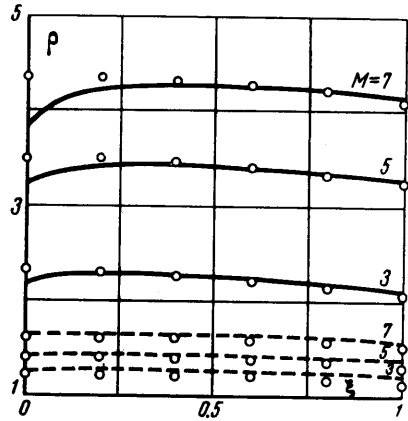
Изменение аэродинамических коэффициентов на внешней поверхности тела с протоком показано на фиг. 7 для  $\omega = 15^\circ$  и  $\alpha = 10^\circ$ , причем здесь сплошные линии относятся к случаю  $M_\infty = 5$ , а пунктирные — к  $M_\infty = \infty$ . При больших  $x$  аэродинамические коэффициенты приближаются к соответствующим значениям для острого конуса (последние на данном графике указаны кружочками только для  $M_\infty = 5$ ). Обращает на себя внимание наличие слабого минимума у кривой  $m_z = m_z(x)$ .

На фиг. 8 построена зависимость коэффициентов  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $m_z$  от угла атаки  $\alpha$  для двух обечаек с одинаковым полууглом  $\omega = 15^\circ$  и разной длиной  $x_n = 1$  (сплошная линия) и  $x_n = 20$  (пунктир) при числе Маха  $M_\infty = 5$ .

Наконец, остановимся на поведении газодинамических функций поперек области между поверхностью тела ( $\xi = 0$ ) и ударной волной ( $\xi = 1$ ). Для тела с протоком при  $\omega = 15^\circ$  даем некоторые расчетные результаты для сечения  $x = 7$  и двух меридиональных плоскостей  $\psi =$



Фиг. 9



Фиг. 10

$= 0$  (сплошные линии) и  $\psi = \pi$  (пунктир). На фиг. 9 показаны профили давления поперек ударного слоя для  $M_\infty = 5$  и ряда значений угла атаки  $\alpha$ . Для этого случая ниже представлены также числовые данные

$\xi = 0$	0.25	0.5	0.75	1	
$p = 0.108$	0.107	0.106	0.103	0.100	( $\alpha = 0^\circ$ )
$p = 0.156$	0.155	0.152	0.148	0.143	( $\alpha = 5^\circ, \psi = 0$ )
$p = 0.072$	0.072	0.071	0.069	0.068	( $\alpha = 5^\circ, \psi = \pi$ )
$p = 0.215$	0.214	0.210	0.204	0.196	( $\alpha = 10^\circ, \psi = 0$ )
$p = 0.048$	0.048	0.047	0.047	0.045	( $\alpha = 10^\circ, \psi = \pi$ )
$p = 0.282$	0.280	0.275	0.267	0.256	( $\alpha = 15^\circ, \psi = 0$ )
$p = 0.033$	0.033	0.032	0.031	0.029	( $\alpha = 15^\circ, \psi = \pi$ )

Приводим плотности поперек ударного слоя для  $\alpha = 10^\circ$  при различных значениях  $M_\infty$  (фиг. 10)

$\xi = 0$	0.25	0.5	0.75	1	
$\rho = 2.166$	2.283	2.250	2.190	2.110	( $M_\infty = 3, \psi = 0$ )
$\rho = 1.259$	1.259	1.255	1.241	1.207	( $M_\infty = 3, \psi = \pi$ )
$\rho = 3.137$	3.423	3.420	3.365	3.277	( $M_\infty = 5, \psi = 0$ )
$\rho = 1.434$	1.434	1.429	1.415	1.383	( $M_\infty = 5, \psi = \pi$ )
$\rho = 3.822$	4.245	4.263	4.214	4.125	( $M_\infty = 7, \psi = 0$ )
$\rho = 1.638$	1.640	1.635	1.624	1.604	( $M_\infty = 7, \psi = \pi$ )

При рассматриваемой длине  $x = 7$  профили давления на теле с протоком уже почти совпадают с соответствующими кривыми для острого конуса. Плотность же близка к значениям для острого конуса только на некотором расстоянии от поверхности тела, что обусловлено различным характером течения в энтропийном слое.

Поступило 13 XII 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П. Численный метод расчета пространственного обтекания тел сверхзвуковым потоком газа. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1961, т. 1, № 6.
2. Бабенко К. И., Воскресенский Г. П., Любимов А. Н., Русанов В. В. Пространственное обтекание гладких тел идеальным газом. Изд-во «Наука», 1964.
3. Дьяконов Ю. Н. Пространственное обтекание затупленных тел сверхзвуковым потоком совершенного газа. Изв. АН СССР. ОТН, Механика и машиностроение, 1964, № 4.
4. Дьяконов Ю. Н. Пространственное обтекание затупленных тел с учетом равновесных физико-химических реакций. Докл. АН СССР, 1964, т. 157, № 4.

5. Русанов В. В. Характеристики общих уравнений газовой динамики. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1963, т. 3, № 3.
6. Подладчиков Ю. Н. Метод характеристик для расчета пространственных сверхзвуковых течений газа. Изв. АН СССР. Механика, 1965, № 4.
7. Запryanов З. Д., Миносцев В. Б. Метод расчета пространственного обтекания тел сверхзвуковым потоком газа. Изв. АН СССР. Механика и машиностроение, 1964, № 5.
8. Миносцев В. Б. Метод расчета сверхзвукового трехмерного обтекания гладких тел. Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1967, № 2.
9. Магомедов К. М. Метод характеристик для численного расчета пространственных течений газа. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1966, т. 6, № 2.
10. Магомедов К. М. Расчет пространственного обтекания притупленных конусов методом характеристик с учетом равновесных физико-химических превращений. Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1967, № 3.
11. Moretti G. Three-dimensional supersonic flow computations. AIAA Journal, 1963, vol. 1, No. 9.
12. Кацкова О. Н., Чушкин П. И. Трехмерное сверхзвуковое равновесное течение газа около тел под углом атаки. Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 1965, т. 5, № 3.

### РАСЧЕТ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ОБТЕКАНИЯ ПРИТУПЛЕННЫХ КОНУСОВ МЕТОДОМ ХАРАКТЕРИСТИК С УЧЕТОМ РАВНОВЕСНЫХ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ ПРЕВРАЩЕНИЙ

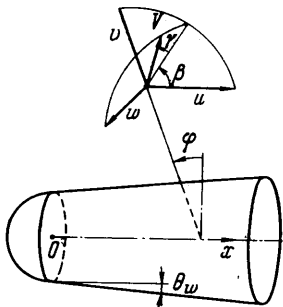
К. М. МАГОМЕДОВ (Москва)

Рассматривается задача гиперзвукового обтекания притупленных конусов под углом атаки.

Для численного решения использован метод [1] с незначительными изменениями. Выбираются новые зависимые переменные, более удобные для расчета обтекания тел вращения под углом атаки. В качестве неизвестных рассматриваются давление и энтальпия, что упрощает аппроксимацию уравнения состояния с учетом равновесных физико-химических превращений. В связи с этим, в § 1 приводятся подробные расчетные формулы. В § 2 изложена схема расчета притупленных по сфере конусов под углом атаки.

В § 3 приводятся некоторые результаты расчетов гиперзвукового обтекания притупленных по сфере конуса с углом полураствора  $\theta_w = 0^\circ, 9^\circ 30'$  под углом атаки  $\alpha = 0, 5^\circ, 10^\circ$  совершенным ( $M_\infty = \infty$ ) и равновесно диссоциирующим воздухом. В частности, показаны результаты, иллюстрирующие момент возникновения скачка уплотнения на подветренной стороне обтекаемого под углом атаки затупленного цилиндра.

В § 4 показано, что удается подобрать специальные переменные подобия, аналогичные соответствующим переменным в случае осесимметричного обтекания, в которых распределение давления вдоль образующих конуса с углом полураствора  $\theta_w \geq \alpha$  как по меридиональным углам  $\varphi$ , так и по условиям гиперзвукового обтекания отличаются всего лишь на 10%. Полученная универсальная кривая может быть использована и для приближенного вычисления давления на конусе под углом атаки.



Фиг. 1

§ 1. Отнесем компоненты вектора скорости  $V$  к скорости  $V_\infty$ , и плотность  $\rho$  — к плотности  $\rho_\infty$  набегающего потока, давление  $p$  и энтальпию  $i$  — соответственно к величинам  $\rho_\infty V_\infty^2$  и  $V_\infty^2$ . Будем искать вектор скорости в цилиндрической системе координат  $x, r, \varphi$  (фиг. 1) в виде

$$V = \{u, v, w\} = V \{\cos \beta \cos \gamma, \sin \beta \cos \gamma, \sin \gamma\}, \quad \beta = \arctg (v/u)$$

где  $\gamma$  — угол вектора скорости с меридиональной плоскостью  $\varphi = \text{const}$ ,  $\beta$  — обычно вводимый угол на этой плоскости; линейные размеры отнесены к радиусу сферы,  $x$  отсчитываются от плоскости сопряжения сферы и конуса. В дальнейшем используются обозначения  $\eta = \text{tg } \beta$ ,  $\zeta = \text{tg } \gamma$ .