

ОБТЕКАНИЕ РЕШЕТКИ ПЛАСТИН С РАЗВИТОЙ КАВИТАЦИЕЙ

А. Г. ТЕРЕНТЬЕВ

(Казань)

В известных работах [1] — [8] исследуются в основном задачи кавитационного струйного обтекания решетки по схеме Кирхгофа. При этом величина скорости на свободной поверхности равна скорости потока за решеткой, а число кавитации равно нулю¹. В работах [4, 7] имеется решение задачи об обтекании решетки по схеме с возвратной струйкой Эфроса — Гильбарга, которая позволяет рассмотреть произвольные числа кавитации, однако не дает единственного решения. Некоторые другие струйные схемы упоминаются в работе [8].

Ниже рассматривается кавитационное обтекание бесконечной решетки из прямолинейных пластин потоком идеальной несжимаемой невязкой и невесомой жидкости, причем используется струйная модель следа, применявшаяся ранее У Йо-цзу [9] при исследовании кавитационного течения за изолированным препятствием. Согласно этой модели, струи, срывающиеся за обтекаемым телом и ограничивающие каверну позади него, переходят в две криволинейные бесконечно длинные стенки, вдоль которых давление возрастает и приближается к давлению в невозмущенном потоке.

Далее предполагается, что в области годографа криволинейным стенкам соответствует разрез вдоль некоторой линии, причем комплексный потенциал в точках, лежащих на разных берегах разреза, принимает одинаковые значения. В частности, в точках соприкосновения струй с криволинейными стенками выполняется равенство комплексного потенциала. Последнее условие в схеме У Йо-цзу приводит к равенству нулю циркуляции скорости вдоль контура $CAVC_1$ (фиг. 1).

1. Рассмотрим в плоскости $z = x + iy$ решетку, состоящую из одинаковых и параллельных плоских пластин (фиг. 1). Пусть $v_1 e^{i\alpha}$ и $v_2 e^{i\beta}$ — векторы скорости потока на бесконечности перед решеткой и позади нее; b — длина пластинки; $BB' = t = a \exp [i(1/2\pi + \alpha - \gamma)]$ — период решетки. Скорость на струях равна 1; число кавитации $\sigma = v_2^{-2} - 1$.

Для расчета течения отобразим область течения через решетку на бесконечнолистную область годографа скорости $\zeta = dW/dz = ve^{-i\theta}$, которая представляет собой нижнюю половину единичного круга (фиг. 2).

Линиям тока G_1E_1 и GE , отличающимся на период, в области годографа будет соответствовать некоторая линия L , соединяющая точки G и E .

Для определения комплексного потенциала $W = \varphi + i\psi$ сделаем вдоль L разрез. В точках $\zeta_1 = v_1 e^{-i\alpha}$ и $\zeta_2 = v_2 e^{-i\beta}$, соответствующих в полосе периода решетки бесконечно удаленным точкам G и E , функция $W(\zeta)$ имеет логарифмические особенности; первая соответствует вихреисточнику, а вторая — вихресток. Интенсивность вихреисточника легко вычисляется

$$\Gamma + iQ = \oint_G \frac{dW}{d\zeta} d\zeta = \int_G^{\zeta_1} \zeta dz = \zeta_1 t = av_1 \sin \gamma + iav_1 \cos \gamma \quad (1.1)$$

В области определения аналитической функции $dW/d\zeta$ интеграл

$$\oint_K \frac{dW}{d\zeta} d\zeta = 0$$

Поэтому, деформируя контур K до границы области, получим

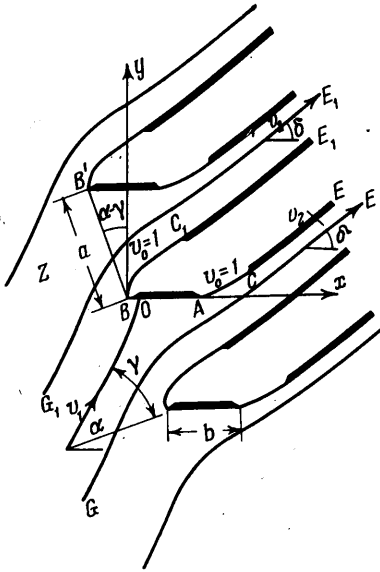
$$\oint_G \frac{dW}{d\zeta} d\zeta + \oint_E \frac{dW}{d\zeta} d\zeta + \int_{CAVC_1} \frac{dW}{d\zeta} d\zeta = 0$$

¹ Для решетки относительная скорость и число кавитации определяются по скорости потока за решеткой.

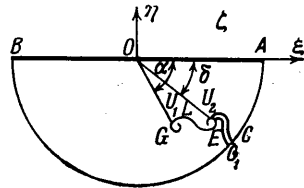
Последний интеграл, по предположению, равен нулю. Отсюда следует, что интенсивность вихресточка должна быть равна по величине и обратна по знаку интенсивности вихресточника, иначе говоря, если в точке

$\zeta_1 = v_1 e^{-\alpha i}$ находится вихресточник интенсивности $\Gamma + iQ$, то в точке $\zeta_2 = v_2 e^{-\delta i}$ — вихресток интенсивности $-\Gamma - iQ$.

Продолжая функцию $W(\zeta)$ на всю плоскость переменного ζ , в силу принципа симметрии устанавливаем, что в точках $(\zeta = v_1 e^{\alpha i})$ и $(\zeta = v_1^{-1} e^{-\alpha i})$ будут находиться вихресточники интенсивности $-\Gamma + iQ$, в точке $(\zeta = v_1^{-1} e^{i\alpha})$ — вихресточник интенсивности $\Gamma + iQ$,



Фиг. 1



Фиг. 2

в точках $(\zeta = v_2 e^{i\delta})$ и $(\zeta = v_2^{-1} e^{-i\delta})$ — вихресточки интенсивности $\Gamma - iQ$ и в точке $(\zeta = v_2^{-1} e^{i\delta})$ — вихресток интенсивности $-\Gamma - iQ$. Теперь нетрудно построить по особенностям функцию

$$W = \frac{Q}{2\pi} \ln \frac{(\zeta - v_1 e^{-i\alpha})(\zeta - v_1^{-1} e^{-i\alpha})(\zeta - v_1 e^{i\alpha})(\zeta - v_1^{-1} e^{i\alpha})}{(\zeta - v_2 e^{-i\delta})(\zeta - v_2^{-1} e^{-i\delta})(\zeta - v_2 e^{i\delta})(\zeta - v_2^{-1} e^{i\delta})} + \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln \frac{(\zeta - v_1 e^{-i\alpha})(\zeta - v_1^{-1} e^{i\alpha})(\zeta - v_2 e^{i\delta})(\zeta - v_2^{-1} e^{-i\delta})}{(\zeta - v_1^{-1} e^{-i\alpha})(\zeta - v_1 e^{i\alpha})(\zeta - v_2^{-1} e^{i\delta})(\zeta - v_2 e^{-i\delta})} \quad (1.2)$$

2. Зависимость $z(\zeta)$ находится по формуле

$$z(\zeta) = \int \frac{1}{\zeta} \frac{dW}{d\zeta} d\zeta = - \left\{ \frac{Q}{2\pi} [(v_1^{-1} - v_1)(e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}) - (v_2^{-1} - v_2) \times \right. \\ \times (e^{i\delta} + e^{-i\delta})] + \frac{\Gamma}{2\pi i} [(v_1^{-1} - v_1)(e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}) - (v_2^{-1} - v_2)(e^{i\delta} - e^{-i\delta})] \left. \right\} \ln \zeta + \\ + \frac{Q}{2\pi} [v_1^{-1} e^{i\alpha} \ln(\zeta - v_1 e^{-i\alpha}) + v_1 e^{i\alpha} \ln(\zeta - v_1^{-1} e^{-i\alpha}) + \\ + v_1^{-1} e^{-i\alpha} \ln(\zeta - v_1 e^{i\alpha}) + v_1 e^{-i\alpha} \ln(\zeta - v_1^{-1} e^{i\alpha}) - v_2^{-1} e^{i\delta} \ln(\zeta - v_2 e^{-i\delta}) - \\ - v_2 e^{i\delta} \ln(\zeta - v_2^{-1} e^{-i\delta}) - v_2^{-1} e^{-i\delta} \ln(\zeta - v_2 e^{i\delta}) - v_2 e^{-i\delta} \ln(\zeta - v_2^{-1} e^{i\delta})] + \\ + \frac{\Gamma}{2\pi i} [v_1^{-1} e^{i\alpha} \ln(\zeta - v_1 e^{-i\alpha}) + v_1 e^{-i\alpha} \ln(\zeta - v_1^{-1} e^{-i\alpha}) - \\ - v_1^{-1} e^{-i\alpha} \ln(\zeta - v_1 e^{i\alpha}) - v_1 e^{i\alpha} \ln(\zeta - v_1^{-1} e^{i\alpha}) - \\ - v_2^{-1} e^{i\delta} \ln(\zeta - v_2 e^{-i\delta}) - v_2 e^{-i\delta} \ln(\zeta - v_2^{-1} e^{-i\delta}) + \\ + v_2^{-1} e^{-i\delta} \ln(\zeta - v_2 e^{i\delta}) + v_2 e^{i\delta} \ln(\zeta - v_2^{-1} e^{i\delta})] + N \quad (2.1)$$

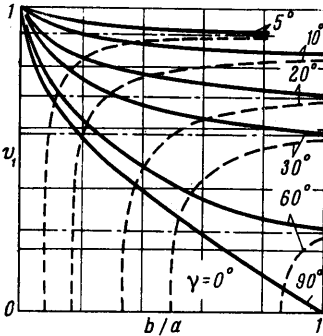
Здесь N — постоянная интегрирования. Коэффициент при $\ln \zeta$ в (2.1) должен быть равен нулю, поскольку функция $z(\zeta)$ однозначна в точке O ($\zeta = 0$). Это условие однозначности $z(\zeta)$ с учетом (1.1) принимает вид

$$\begin{aligned} (v_1^{-1} + v_1) \cos \alpha \cos \gamma + (v_1^{-1} - v_1) \sin \alpha \sin \gamma = \\ = (v_2^{-1} + v_2) \cos \delta \cos \gamma + (v_2^{-1} - v_2) \sin \delta \sin \gamma \end{aligned} \quad (2.2)$$

Длина пластинки находится из (2.1) как приращение функции $z(\zeta)$ вдоль диаметра BOA

$$\begin{aligned} b = z(1) - z(-1) = \frac{a}{\pi} v_1 \left\{ \frac{1}{2} [(v_1^{-1} + v_1) \cos \alpha \cos \gamma + \right. \\ \left. + (v_1^{-1} - v_1) \sin \alpha \sin \gamma] \ln \frac{(1 - 2v_1 \cos \alpha + v_1^2)(1 + 2v_2 \cos \delta + v_2^2)}{(1 + 2v_1 \cos \alpha + v_1^2)(1 - 2v_2 \cos \delta + v_2^2)} - \right. \\ \left. - [v_1^{-1} \sin(\alpha - \gamma) - v_1 \sin(\alpha + \gamma)] \operatorname{arctg} \left(\frac{2v_1}{1 - v_1^2} \sin \alpha \right) + \right. \\ \left. + [v_2^{-1} \sin(\delta - \gamma) - v_2 \sin(\delta + \gamma)] \operatorname{arctg} \left(\frac{2v_2}{1 - v_2^2} \sin \delta \right) + \right. \\ \left. + \pi [v_1^{-1} \sin(\alpha - \gamma) - v_2^{-1} \sin(\delta - \gamma)] \right\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Соотношения (2.2) и (2.3) дают систему двух трансцендентных уравнений относительно неизвестных параметров v_2 и δ . При заданных $0 \leq b/a \leq \infty$, $0 < \alpha \leq 1/2\pi$ и $-1/2\pi < \gamma < 1/2\pi$ могут быть различные $0 < v_1 \leq 1$. При этом, как и в случае кавитационных течений в канале [7], течение по принятой схеме возможно не при всех v_1 . Область задания v_1 определяется из условий $0 < v_2 \leq 1$ и $0 \leq \delta \leq \pi$.



Фиг. 3

На фиг. 3 приведены наименьшие ($v_{1 \min}$) и наибольшие ($v_{1 \max}$) возможные значения v_1 в зависимости от b/a и α при $\gamma = 0$. Значение $v_1 = v_{1 \min}$ находится из (2.2) и (2.3), если положить $\delta = 0$, и отвечает случаю, когда направление скорости на бесконечности за решеткой параллельно пластинке; $v_1 = v_{1 \max}$ соответствует обтеканию решетки по схеме Кирхгофа и получается из (2.2) и (2.3) при $v_2 = 1$. Кривые зависимости $v_1 = v_{1 \min}$ от b/a при $\alpha = \text{const}$ на фиг. 3 изображены пунктирными линиями, а $v_1 = v_{1 \max}$ — сплошными. Эти кривые имеют асимптоты, отвечающие предельному случаю, когда длины перьев решетки бесконечны. В этом случае $v_2 = 1$, $\delta = 0$, и из (2.2) следует

$$v_1 = \frac{\cos(\alpha - \gamma)}{\sin \alpha + \cos \gamma} \Big|_{\gamma=0} = \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha} \quad (2.4)$$

Из фиг. 3 видно, что область допустимых значений v_1 с увеличением b/a резко уменьшается. Это в значительной мере затрудняет практическое применение схемы У Яо-цзю для расчета кавитационного обтекания решеток профилей.

3. Вектор силы давления на пластинку равен

$$R = X + iY = i \int_B^A (p - p_0) dz$$

Поскольку на свободных поверхностях $p = p_0$, интегрирование можно производить по контуру C_1BAC . Используя уравнение Бернулли, находим

$$R = \frac{i\rho}{2} \int_{C_1BAC} (1 - \zeta\bar{\zeta}) dz = -\frac{i\rho}{2} \oint_F \frac{dz}{d\zeta} d\zeta + \frac{i\rho}{2} \oint_F \zeta\bar{\zeta} dz$$

Здесь контур F есть контур $CABC$. Так как контур является линией тока, вдоль которой $d\psi = 0$, то $dW = d\bar{W}$, и, следовательно,

$$R = -\frac{i\alpha}{2} \int_F \frac{1}{\xi} \frac{dW}{d\xi} d\xi + \frac{i\beta}{2} \int_F \xi \frac{d\bar{W}}{d\xi} d\xi$$

Подынтегральные функции последних двух интегралов — аналитические и регулярные всюду внутри контура F , за исключением простых полюсов в точках $G(\xi = v_1 e^{-i\alpha})$ и $E(\xi = v_2 e^{-i\delta})$, в которых соответственно:

$$\frac{dW}{d\xi} = \frac{Q - i\Gamma}{2\pi} \frac{1}{\xi - v_1 e^{-i\alpha}} + O(1), \quad \frac{d\bar{W}}{d\xi} = -\frac{Q + i\Gamma}{2\pi} \frac{1}{\xi - v_2 e^{-i\delta}} + O(1)$$

Используя далее теорему о вычетах, получим

$$R = \frac{1}{2}\rho [(Q - i\Gamma)(v_1^{-1}e^{i\alpha} - v_2^{-1}e^{i\delta}) + (Q + i\Gamma)(v_1 e^{i\alpha} - v_2 e^{i\delta})]$$

Отсюда, как и следовало ожидать, касательная к пластинке сила $X = 0$, а нормальная сила

$$Y = \frac{1}{2}\rho a v_1 [v_1^{-1} \sin(\alpha - \gamma) + v_1 \sin(\alpha + \gamma) - v_2^{-1} \sin(\delta - \gamma) - v_2 \sin(\delta + \gamma)] \quad (3.1)$$

Соответственно коэффициент нормального давления, отнесенный к скорости на струях

$$C_n^0 = 2Y / \rho b = ab^{-1} v_1 [v_1^{-1} \sin(\alpha - \gamma) + v_1 \sin(\alpha + \gamma) - v_2^{-1} \sin(\delta - \gamma) - v_2 \sin(\delta + \gamma)] \quad (3.2)$$

Коэффициент нормального давления, отнесенный к скорости потока за решеткой, вычисляется по формуле

$$C_n = C_n^0 (1 + \sigma) \quad (3.3)$$

Таблица 1

b/a	$\alpha = 5$	10	20	30	60	90
v_{\max}						
0.1	0.9667	0.9358	0.8803	0.8328	0.7351	0.7026
0.2	0.9535	0.9102	0.8325	0.7656	0.6256	0.5778
0.3	0.9442	0.8921	0.7982	0.7169	0.5425	0.4807
0.4	0.9371	0.8784	0.7723	0.6794	0.4742	0.3973
0.5	0.9318	0.8681	0.7525	0.6505	0.4171	0.3222
0.6	0.9277	0.8602	0.7375	0.6286	0.3699	0.2526
0.7	0.9247	0.8544	0.7264	0.6124	0.3327	0.1866
0.8	0.9224	0.8500	0.7184	0.6007	0.3053	0.1232
0.9	0.9207	0.8469	0.7125	0.5926	0.2872	0.0612
1.0	0.9195	0.8446	0.7086	0.5871	0.2768	
∞	0.9163	0.8391	0.7002	0.5774	0.2679	
v_{\min}						
0.1	0.6258	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	—
0.2	0.8278	0.5489	0.0000	0.0000	0.0000	—
0.3	0.8663	0.7183	0.0000	0.0000	0.0000	—
0.4	0.8846	0.7685	0.4771	0.0000	0.0000	—
0.5	0.8951	0.7941	0.5860	0.0000	0.0000	—
0.6	0.9018	0.8094	0.6326	0.4379	0.0000	—
0.7	0.9063	0.8191	0.6582	0.5036	0.0000	—
0.8	0.9093	0.8255	0.6737	0.5356	0.0000	—
0.9	0.9114	0.8298	0.6832	0.5532	0.1867	—
1.0	0.9128	0.8327	0.6894	0.5633	0.2478	—
∞	0.9163	0.8391	0.7032	0.5774	0.2679	—

Значения C_n°

bra	$\omega = 0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\alpha = 5^\circ$											
0.0	0.128	0.286	0.647	0.954	1.102	1.135	1.113	1.073	1.035	1.009	1.000
0.1	0.132	0.186	0.278	0.406	0.565	0.738	0.903	1.036	1.129	1.183	1.213
0.2	0.135	0.155	0.180	0.212	0.251	0.297	0.352	0.418	0.498	0.598	0.734
0.3	0.136	0.150	0.166	0.185	0.207	0.233	0.263	0.300	0.345	0.404	0.509
0.4	0.136	0.146	0.158	0.171	0.186	0.203	0.223	0.246	0.275	0.313	0.388
0.5	0.134	0.142	0.151	0.160	0.171	0.183	0.197	0.213	0.233	0.259	0.314
0.6	0.132	0.138	0.145	0.152	0.160	0.168	0.178	0.190	0.204	0.223	0.268
0.7	0.129	0.133	0.138	0.144	0.150	0.156	0.164	0.172	0.183	0.196	0.227
0.8	0.125	0.128	0.132	0.136	0.141	0.146	0.152	0.158	0.166	0.176	0.199
0.9	0.121	0.123	0.126	0.130	0.133	0.137	0.141	0.146	0.152	0.160	0.177
$\alpha = 10^\circ$											
0.0	0.240	0.312	0.513	0.757	0.946	1.042	1.068	1.055	1.030	1.009	1.000
0.1	0.247	0.394	0.641	0.889	1.042	1.093	1.087	1.060	1.030	1.008	1.000
0.2	0.251	0.306	0.382	0.479	0.595	0.723	0.851	0.962	1.046	1.100	1.130
0.3	0.254	0.282	0.316	0.356	0.403	0.457	0.521	0.594	0.578	0.773	0.877
0.4	0.254	0.274	0.296	0.322	0.351	0.384	0.423	0.468	0.523	0.592	0.690
0.5	0.251	0.266	0.282	0.300	0.321	0.343	0.370	0.400	0.437	0.486	0.566
0.6	0.247	0.258	0.270	0.284	0.298	0.315	0.333	0.355	0.381	0.416	0.479
0.7	0.241	0.250	0.259	0.269	0.280	0.292	0.305	0.321	0.340	0.366	0.414
0.8	0.234	0.241	0.248	0.255	0.263	0.272	0.282	0.294	0.308	0.327	0.365
0.9	0.226	0.231	0.236	0.242	0.248	0.255	0.263	0.272	0.282	0.296	0.326
1.0	0.218	0.222	0.226	0.230	0.235	0.240	0.246	0.253	0.261	0.271	0.294
$\alpha = 20^\circ$											
0.0	0.423	0.451	0.538	0.670	0.813	0.928	0.996	1.020	1.017	1.006	1.000
0.1	0.433	0.516	0.640	0.781	0.905	0.986	1.023	1.028	1.018	1.006	1.000
0.2	0.440	0.543	0.682	0.832	0.951	1.018	1.039	1.034	1.019	1.006	1.000
0.3	0.445	0.563	0.722	0.886	1.001	1.050	1.054	1.039	1.021	1.006	1.000
0.4	0.446	0.491	0.544	0.606	0.676	0.752	0.831	0.906	0.969	1.017	1.050
0.5	0.443	0.471	0.503	0.539	0.579	0.623	0.674	0.730	0.791	0.855	0.919
0.6	0.436	0.457	0.479	0.503	0.530	0.560	0.594	0.632	0.678	0.732	0.798
0.7	0.427	0.442	0.453	0.475	0.494	0.515	0.539	0.567	0.600	0.641	0.700
0.8	0.415	0.426	0.433	0.451	0.465	0.480	0.497	0.517	0.541	0.572	0.622
0.9	0.402	0.410	0.413	0.428	0.438	0.450	0.462	0.477	0.494	0.517	0.557
1.0	0.387	0.393	0.390	0.407	0.414	0.423	0.432	0.443	0.456	0.473	0.505

Из формулы (3.2) совместно с (2.2) и (2.3) путем предельного перехода ($v_2 \rightarrow v_1$) получается решение задачи о кавитационном обтекании изолированной пластинки. Пусть $v_2 = v_1 + \varepsilon$, $\delta = \alpha + \varepsilon'$, где $\varepsilon, \varepsilon' \rightarrow 0$. Тогда из уравнения (2.2) следует

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon \cos(\alpha + \gamma) - v_1^{-2} \cos(\alpha - \gamma)}{v_1 \sin(\alpha + \gamma) + v_1^{-2} \sin(\alpha - \gamma)} + O(\varepsilon^2)$$

Подставляя далее в (2.3) и (3.2) и устремляя $\varepsilon \rightarrow 0$, получим

$$C_n^0 = \pi K^{-1}(v_1^{-1} + v_1), \quad K = 2 \sin \alpha \frac{(v_1^{-1} + v_1)^2 + 4 \cos^2 \alpha}{(v_1^{-1} + v_1)^2 - 4 \cos^2 \alpha} + \quad (3.4)$$

$$+ \frac{\pi}{2}(v_1^{-1} + v_1) + \frac{(v_1^{-1} + v_1)^2 - 4 \cos^2 \alpha}{v_1^{-1} - v_1} \operatorname{arctg} \frac{1 - v_1^2}{2v_1 \sin \alpha}$$

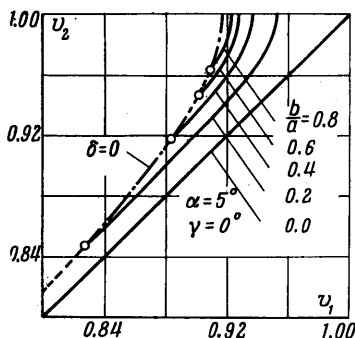
Последняя формула вполне согласуется с результатами У Яо-цзю [9].

Таблица 2

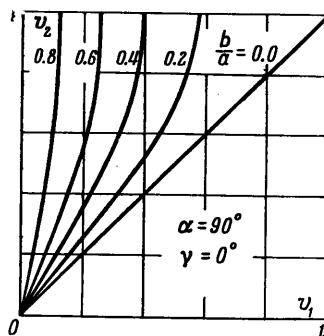
при $\gamma = 0$

b/a	$\omega = 0$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$\alpha = 30^\circ$											
0.0	0.564	0.578	0.623	0.698	0.791	0.882	0.952	0.992	1.005	1.003	1.000
0.1	0.574	0.628	0.702	0.789	0.874	0.943	0.986	1.005	1.008	1.003	1.000
0.2	0.583	0.650	0.734	0.825	0.907	0.967	1.000	1.011	1.009	1.003	1.000
0.3	0.589	0.666	0.759	0.855	0.936	0.989	1.013	1.017	1.011	1.004	1.000
0.4	0.591	0.679	0.783	0.888	0.968	1.011	1.025	1.022	1.013	1.004	1.000
0.5	0.590	0.689	0.811	0.928	1.004	1.034	1.036	1.027	1.015	1.005	1.000
0.6	0.584	0.615	0.650	0.689	0.731	0.777	0.826	0.875	0.921	0.961	0.993
0.7	0.573	0.594	0.616	0.641	0.668	0.698	0.731	0.768	0.808	0.851	0.895
0.8	0.559	0.573	0.589	0.606	0.625	0.645	0.668	0.694	0.724	0.760	0.804
0.9	0.542	0.552	0.563	0.575	0.588	0.602	0.619	0.637	0.659	0.686	0.726
1.0	0.522	0.529	0.537	0.546	0.555	0.566	0.577	0.590	0.606	0.626	0.659
$\alpha = 60^\circ$											
0.0	0.810	0.812	0.821	0.837	0.861	0.891	0.924	0.955	0.980	0.995	1.000
0.1	0.817	0.832	0.852	0.875	0.901	0.928	0.953	0.974	0.989	0.997	1.000
0.2	0.825	0.844	0.867	0.892	0.917	0.942	0.963	0.980	0.992	0.998	1.000
0.3	0.834	0.856	0.880	0.905	0.930	0.952	0.971	0.985	0.994	0.999	1.000
0.4	0.841	0.865	0.891	0.916	0.940	0.961	0.977	0.989	0.996	0.999	1.000
0.5	0.848	0.874	0.901	0.926	0.949	0.969	0.983	0.992	0.997	1.000	1.000
0.6	0.852	0.880	0.909	0.936	0.959	0.977	0.989	0.996	0.999	1.000	1.000
0.7	0.851	0.884	0.917	0.947	0.970	0.986	0.995	0.999	1.000	1.000	1.000
0.8	0.843	0.885	0.926	0.961	0.984	0.996	1.001	1.002	1.002	1.001	1.000
0.9	0.828	0.847	0.868	0.889	0.912	0.933	0.952	0.968	0.980	0.989	0.996
1.0	0.808	0.811	0.820	0.829	0.839	0.850	0.862	0.875	0.889	0.904	0.919
$\alpha = 90^\circ$											
0.0	0.880	0.881	0.884	0.890	0.900	0.912	0.930	0.951	0.973	0.992	1.000
0.1	0.885	0.891	0.899	0.909	0.921	0.935	0.951	0.968	0.983	0.995	1.000
0.2	0.891	0.899	0.908	0.919	0.932	0.945	0.960	0.974	0.987	0.996	1.000
0.3	0.899	0.908	0.918	0.929	0.941	0.953	0.966	0.979	0.989	0.997	1.000
0.4	0.908	0.917	0.927	0.938	0.949	0.961	0.972	0.982	0.991	0.998	1.000
0.5	0.919	0.928	0.937	0.947	0.957	0.967	0.977	0.986	0.993	0.998	1.000
0.6	0.931	0.939	0.948	0.957	0.965	0.974	0.982	0.989	0.995	0.999	1.000
0.7	0.945	0.952	0.959	0.966	0.973	0.980	0.986	0.992	0.996	0.999	1.000
0.8	0.961	0.966	0.972	0.977	0.982	0.986	0.991	0.994	0.997	0.999	1.000
0.9	0.979	0.982	0.985	0.988	0.991	0.993	0.995	0.997	0.999	1.000	1.000

4. Некоторые результаты численных расчетов представлены на фиг. 4—8. Все расчеты проводились для $\gamma = 0$, $\alpha = 5, 10, 20, 30, 60, 90^\circ$ и были выполнены на ЭВМ сотрудницей вычислительного центра Казанского университета Н. В. Юртаевой.

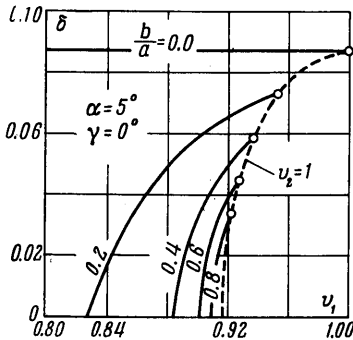


Фиг. 4

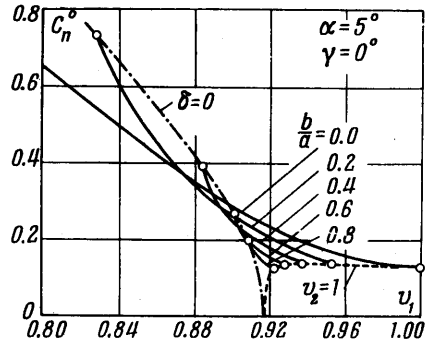


Фиг. 5

На фиг. 4 и 5 изображены зависимости величины скорости v_2 на бесконечности за решеткой от скорости v_1 набегающего потока для крайних значений $\alpha = 5^\circ$ и $\alpha = 90^\circ$ и пяти фиксированных значений b/a . Случай $\alpha = 90^\circ$ соответствует симметричному обтеканию пластинки в канале по схеме Жуковского — Рошко [7]. Штрих-пунктирная линия на фиг. 4 отвечает предельному случаю $\delta = 0$, когда направление скорости на бесконечности за решеткой параллельно пластинке.



Фиг. 6



Фиг. 7

На фиг. 6 показана зависимость угла наклона δ от v_1 (при $\alpha = 90^\circ$, $\delta = 90^\circ = \text{const}$). Пунктирная кривая соответствует схеме Кирхгофа ($v_2 = 1$). На фиг. 7 и 8 приведены кривые зависимости коэффициента C_n от величины скорости v_1 . Пунктирная линия соответствует схеме Кирхгофа ($v_2 = 1$), а штрих-пунктирная на фиг. 7 соответствует $\delta = 0$.

В табл. 1, 2 представлены численные значения для $v_{1 \min}$, $v_{1 \max}$ и C_n . Для удобства вместо параметра v_1 в табл. 2 введен параметр ω , связанный с v_1 при помощи формулы

$$\omega = \frac{(v_{1 \max} - v_1)}{(v_{1 \max} - v_{1 \min})} \quad (4.1)$$

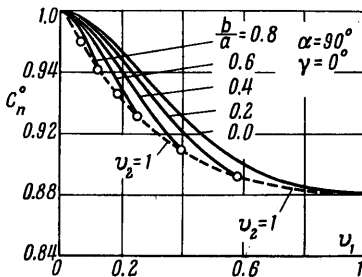
Основные параметры потока v_2 и δ при известных v_1 , α , b/a и C_n легко могут быть найдены из (2.2) и (3.2). Величина скорости v_2 за решеткой определяется из уравнения

$$v_2^4 - (m^2 + n^2 - 2 \cos 2\gamma) v_2^2 + 1 = 0 \quad (4.2)$$

Ее направление δ — из тригонометрического уравнения

$$\sin \delta = \frac{m(v_2^{-1} + v_2) \cos \gamma + n(v_2^{-1} - v_2) \sin \gamma}{m^2 + n^2} \quad (4.3)$$

Фиг. 8



$$m = v_1^{-1} \sin(\alpha - \gamma) + v_1 \sin(\alpha + \gamma) - (ba^{-1}) v_1^{-1} C_n$$

$$n = v_1^{-1} \cos(\alpha - \gamma) + v_1 \cos(\alpha + \gamma)$$

В заключение автор выражает благодарность Н. В. Юртаевой за четко выполненную вычислительную работу.

Поступило 2 11 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Жуковский Н. Е. Видоизменение метода Кирхгофа. Тр. ЦАГИ, 1930, вып. 41.
2. Чаплыгин С. А., Минаков А. П. Теоретический расчет действия турбины. Тр. ЦАГИ, 1930, вып. 44.
3. Ламбин Н. В. Отрывное обтекание решетки из ломаных профилей. ПММ, 1944 т. 8, вып. 3.
4. Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. Гостехиздат, 1950.
5. Betz A., Petersohn E. Anwendung der Theorie der freien Strahlen. Ing. Arch. 1931, V. 2.
6. Беленький И. М., Зеленский И. Е. К вопросу о струйном обтекании бесконечной решетки с прямолинейным пером. ПММ, 1937, т. 1, вып. 2.
7. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. Физматгиз, 1961.
8. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. Физматгиз, 1962.
9. Wu T. Y. A wake model for free streamline flow theory. Part 1. Fully and partially developed wake flows and cavity flows past an oblique flat plate. J. Fluid Mech., 1962, 13.