

ВЛИЯНИЕ ТРЕХМЕРНОСТИ ТЕЧЕНИЯ НА ПРЕДЕЛЬНЫЙ ПЕРЕПАД ДАВЛЕНИЯ ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ С УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

В. С. АВДУЕВСКИЙ, К. И. МЕДВЕДЕВ

(Москва)

При взаимодействии ударных волн с пограничным слоем существует предельное значение интенсивности ударных волн, выдерживаемое пограничным слоем без отрыва. Если интенсивность ударной волны больше предельной, то образуется зона отрыва пограничного слоя, и течение перестраивается таким образом, что интенсивность ударной волны 2 перед зоной отрыва равна предельной (фиг. 1). При исследовании отрыва двухмерного пограничного слоя получены зависимости

$$C_p = \frac{p_2 - p_1}{\frac{1}{2}\rho_1 u_1^2} = f(R, M)$$

для ламинарного и турбулентного пограничных слоев. Здесь p_1 и p_2 — статические давления перед ударной волной и за ней, ρ_1 и u_1 — плотность и скорость в набегающем потоке, M — число Маха, R — число Рейнольдса.

В настоящей работе рассматривается влияние трехмерности течения на значение C_p . Ограничимся рассмотрением трехмерного течения на линиях стекания и растекания, хотя качественно выводы будут справедливы и в более общем случае.

1. Линии растекания и стекания в трехмерном течении образуются в тех случаях, когда линия тока течения идеальной жидкости совпадает с геодезической линией поверхности [1]. В качестве примера можно указать течение в плоскости симметрии тел, обтекаемых под углом атаки. В силу симметрии на этих линиях компоненты скорости, направленные вдоль поверхности и нормальные к этой линии, тождественно равны нулю ($w = 0$).

Распределение скорости в пограничном слое — функция расстояния от стенки

$$u/u_1 = f(y/l)$$

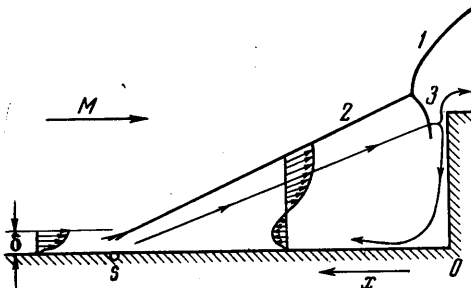
Здесь l — характерный размер пограничного слоя, например,

$$l = \delta_x^* \quad \delta_x^* = \int_0^\infty \left(1 - \frac{\rho u}{\rho_1 u_1}\right) dy$$

Определение отрыва в этом случае совпадает с определением отрыва двухмерного пограничного слоя.

В точке отрыва напряжение трения равно нулю

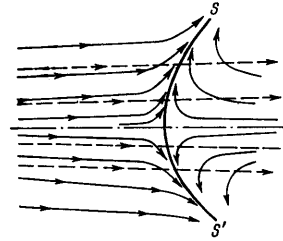
$$\tau_w = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} = 0$$



Фиг. 1

Отличие от двумерного течения заключается в том, что на линиях растекания и стекания производные скорости по нормали к этим линиям $dw/dz \neq 0$.

В случае пространственного течения напряжение трения на поверхности вдоль линии отрыва не равно нулю, за исключением точек, в которых линия отрыва пересекается с линиями стекания или растекания. В работе [2] показано, что пересечение линий происходит под прямым углом и точки пересечения являются особыми точками (фиг. 2). На фиг. 2 сплошной линией обозначена предельная линия тока на поверхности тела, пунктирной — линия тока идеальной жидкости, штрих-пунктирной — линия растекания, кривая ss' — линия отрыва. Определение условий ее возникновения особенно важно в связи с тем, что координаты линии отрыва могут быть рассчитаны, только начиная от этих точек [2]. Форма профиля скорости в пограничном слое зависит от определяющих критериев подобия



Фиг. 2

$$\frac{u}{u_1} = \Phi\left(\frac{y}{l}, M, R, T_w^\circ, \Gamma_x, \Gamma_z\right)$$

$$\left(T_w^\circ = \frac{T_w}{T_0}, \Gamma_x = \frac{l}{u_1} \frac{du_1}{dx}, \Gamma_z = \frac{l}{u_1} \frac{du_1}{dz}\right)$$

Здесь T_w° — отношение температуры стенки к температуре торможения, Γ_x, Γ_z — критерии подобия, характеризующие влияние продольного и поперечного градиентов скорости.

Расчеты ламинарного слоя показывают, что на линии растекания трехмерность течения существенно влияет только на значение l и пренебрежимо мало сказывается на форме профиля скорости в безразмерных координатах. По аналогии с двумерным течением, можно предположить, что в точке отрыва критерий подобия $\Gamma = \Gamma_*$ достигает некоторого отрывного значения [2, 3]

$$\Gamma = \frac{l \partial p / \partial x}{\rho_1 u_1^2} R_1^n = \Gamma_* \quad (1.2)$$

Здесь $n = 1$ — для ламинарного течения и $n = 0 - 0.25$ — для турбулентного течения. Величина $\Gamma_* = f(M, T_w^\circ)$ может быть найдена из расчетов и экспериментов.

2. При развитии пограничного слоя за счет эффекта вытеснения вектор скорости внешнего потока отклоняется на некоторый угол ε , что приводит к изменению давления вне пограничного слоя. Развитие пограничного слоя зависит от распределения давления, поэтому оба течения — вязкое и невязкое — должны рассчитываться совместно. Поскольку углы отклонения внешнего потока за счет пограничного слоя невелики, то изменение давления может быть найдено из соотношений для течения Прандтля — Майера

$$v(M_1) - v(M_2) = \varepsilon \quad (2.1)$$

или по приближенной формуле

$$\Delta p / \rho_1 u_1^2 = \varepsilon / \sqrt{M_1^2 - 1} \quad (2.2)$$

Величина скоса потока, возникающего за счет пограничного слоя, которая может быть использована в формулах (2.1) или (2.2), определяется из уравнения расхода.

Если ввести понятие толщины вытеснения трехмерного пограничного слоя δ^* , то $\varepsilon = d\delta^*/dx$. Значение толщины вытеснения, определяющей эффективный контур тела, дающий в идеальной жидкости такой же скос потока, как и истинный контур в вязкой жидкости для трехмерного течения, можно определить следующим образом. Используя систему координат на поверхности тела, связанную с линиями тока идеальной жидкости, получаем для трехмерного пограничного слоя

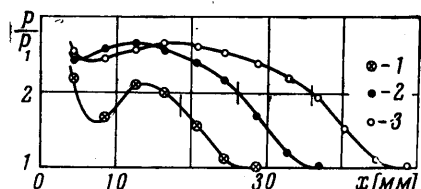
$$\frac{\partial}{\partial x} [\rho_1 u_1 h_2 (\delta - \delta^*)] = \frac{\partial}{\partial x} [\rho_1 u_1 h_2 (\delta - \delta_x^*)] + \frac{\partial}{\partial z} \left(h_1 \int_0^{\delta} \rho w dy \right) \quad (2.3)$$

Здесь δ — толщина пограничного слоя; h_1, h_2 — коэффициенты Ламе. После интегрирования имеем

$$\delta^* = \delta_x^* - \frac{1}{\rho_1 u_1 h_2} \int_0^x \left(\frac{\partial}{\partial z} h_1 \int_0^{\delta} \rho w dy \right) dx \quad (2.4)$$

На линии растекания $dw/dz > 0$, и поэтому толщина вытеснения δ^* , определяющая скос потока, меньше величины δ_x^* , т. е. $K = \delta^*/\delta_x^* < 1$. На линии стекания $K > 1$. В случае двумерного течения $K = 1$.

3. Рассмотрим условия взаимодействия вязкого и невязкого потоков при отрыве. Повышение давления за счет влияния толщины вытеснения определяется по формуле



Фиг. 3

$$\frac{\Delta p}{\rho_1 u_1^2} = \frac{d\delta^*/dx}{\sqrt{M_1^2 - 1}} = \frac{K d\delta_x^*/dx}{\sqrt{M_1^2 - 1}} \quad (3.1)$$

Общее повышение давления в окрестности точки отрыва

$$\langle \Delta p \rangle / \rho_1 u_1^2 \approx K \delta_x^* / \sqrt{M_1^2 - 1} L \quad (3.2)$$

Здесь и дальше угловыми скобками обозначается среднее значение.

Принимая, что в окрестности точки отрыва среднее значение критерия подобия $\langle \Gamma \rangle$ равно отрывному Γ_* , получаем

$$\langle \Gamma \rangle = \frac{1}{\rho_1 u_1^2} \left\langle \frac{\partial p}{\partial x} \right\rangle \delta^* R_\delta^n \approx \frac{\langle \Delta p \rangle}{\rho_1 u_1^2 L} \delta^* R_\delta^n \approx \frac{K (\delta_x^*)^2}{\sqrt{M_1^2 - 1} L^2} R_\delta^n = \Gamma_* \quad (3.3)$$

Отсюда

$$\frac{L}{\delta_x^*} \approx \frac{\sqrt{K} R_\delta^{1/2n}}{(M_1^2 - 1)^{1/4} \Gamma_*^{1/2}} \quad (3.4)$$

и далее из (3.3) и (3.4)

$$\frac{\langle \Delta p \rangle}{\rho_1 u_1^2} = \frac{\Gamma_*^{1/2} \sqrt{K}}{(M^2 - 1)^{1/4} R_\delta^{1/2n}} \quad (3.5)$$

4. На линии растекания $K < 1$, поэтому, по сравнению с двумерным течением ($K = 1$), при тех же значениях M и R_δ длина зоны отрыва должна сократиться в \sqrt{K} раз. Величина повышения давления уменьшается, что соответствует уменьшению интенсивности скачка уплотнения, вызывающего отрыв трехмерного пограничного слоя.

Физически это можно трактовать следующим образом. При одной и той же толщине пограничного слоя передача давления вверх по потоку в случае отрыва на линии растекания меньше, чем в двумерном течении, поскольку взаимодействие обуславливается толщиной вытеснения. Так как длина области повышения давления сокращается, и для того чтобы среднее значение градиента давления dp/dx осталось неизменным, перепад давления в этой области соответственно должен уменьшаться. Для проверки сделанных выводов были проведены специальные эксперименты с плоской и трехмерной зонами отрыва.

Двумерные зоны отрыва возникали перед ступеньками высотой 6 и 8 мм, которые устанавливались на плоской стенке в аэродинамической трубе при $M = 2.9$ и $R_0 = 3 \cdot 10^6$. На той же стенке в плоскости симметрии течения исследовалась трехмерная зона отрыва, возникающая перед цилиндром диаметром 8 мм. Место установки препятствий выбиралось таким образом, чтобы отрыв происходил в одном и том же сечении трубы, где толщина вытеснения турбулентного пограничного слоя равнялась 1 мм. На фиг. 3 представлено замеренное распределение давления в отрывной зоне перед препятствиями. На каждой кривой место отрыва обозначено поперечной черточкой. Цифрой 1 обозначено распределение перед цилиндром, цифрами 2 и 3 — перед ступеньками высотой 6 и 8 мм соответственно.

Как видно из фиг. 3, значения градиентов давления в точке отрыва перед цилиндром и ступеньками совпадают. Повышение давления и длина области с положительным градиентом давления до точки отрыва перед цилиндром меньше примерно на 30%, чем перед ступенькой, что качественно подтверждает вывод о снижении поперечного перепада давления при трехмерном течении.

Поступило 10 XII 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдуевский В. С. Расчет трехмерного ламинарного пограничного слоя на линиях растекания. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1962, № 1.
2. Авдуевский В. С., Медведев К. И. Отрыв трехмерного пограничного слоя. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 2.
3. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. Изд. иностр. лит., 1956.