

ЛИТЕРАТУРА

1. Байер В. Биофизика. Изд. иностр. лит., 1962.
2. Flow of Blood. N. Y., Pergamon Press, 1960.
3. Rubinow S. I., Keller J. B. The transverse force on a spinning sphere moving in a viscous fluid. J. Fluid Mech., 1961, vol. 11, pt. 3, p. 447.
4. Saffman P. G. On the motion of small spheroidal particles in a viscous liquid. J. Fluid Mech., 1956, vol. 1, p. 5.
5. Segre G., Silberberg A. Behaviour of microscopic rigid spheres in Poiseuille flow. J. Fluid Mech., 1962, vol. 14, pt. 1, p. 136.
6. Oliver D. R. Influence of Particle Rotation on Radial Migration in Poiseuille Flow of Suspensions. Nature, 1962, vol. 194, No. 4835, p. 1269.
7. Goldsmith H. L., Mason S. G. Physical Aspects of the Flow of Biological Suspensions through Tubes. Proc. 4th Internat. Congr. Rheol. Providence, 1963, pt. 4, N. Y., 1965.
8. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. Физматгиз, 1961.

К ТЕОРИИ СОВМЕСТНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ НЕСМЕШИВАЮЩИХСЯ ЖИДКОСТЕЙ
В ПОЛЕ ТЯЖЕСТИ

Ю. А. БУЕВИЧ

(Москва)

Исследуется стационарная фильтрация двух несмешивающихся жидкостей через пористый фильтр конечной толщины в направлении силы тяжести или обратном ему. Из дальнейшего ясно, что результаты легко распространить на фильтрацию многокомпонентных систем.

Пусть полный объемный расход, отнесенный к единице площади поверхности фильтра, равен u_0 , а расходы первой и второй жидкостей (обозначаемых в дальнейшем просто как жидкости 1 и 2) равны соответственно $u_{10} = (1 - \rho_0)u_0$ и $u_{20} = \rho_0 u_0$, где ρ_0 — объемная концентрация второй жидкости в системе.

Обычно считается [1], что для каждой из несмешивающихся жидкостей можно ввести эффективные проницаемости k_i ($i = 1, 2$) и записать уравнения Дарси в виде

$$u_{i0} = - \frac{k_i}{\mu_i} (\nabla p - d_i g) = s_i' (G + d_i g), \quad G = -\nabla p \quad (1)$$

Здесь μ_i и d_i — вязкости и плотности жидкостей; капиллярное давление в пористом фильтре считается постоянным. Введенные в (1) величины k_i зависят, разумеется, от проницаемости фильтра k , концентрации ρ_0 и т. п. Однако предполагается, и в этом отчасти состоит смысл введения величин k_i , что при данных k , ρ_0 эти величины не зависят от направления фильтрации. Из (1) и тождества $u_0 = \rho_0 u_0 + (1 - \rho_0) u_0$ получим без труда

$$G = \left(\frac{\rho_0}{s_2'} + \frac{1 - \rho_0}{s_1'} \right) u_0 - d_0 g, \quad d_0 = d_1(1 - \rho_0) + d_2 \rho_0$$

Введем эффективный градиент давления

$$G^* = G + d_0 g \quad (2)$$

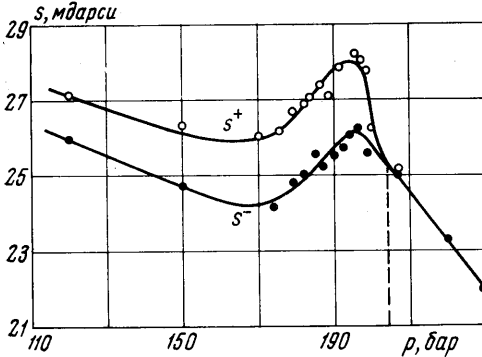
Тогда для выражения эффективной величины s' имеем

$$s' = \left(\frac{\rho_0}{s_2'} + \frac{1 - \rho_0}{s_1'} \right)^{-1} \quad (3)$$

Величина s' не зависит, например, от того, в каком направлении происходит фильтрация — вдоль вектора g или обратно ему.

В то же время имеются экспериментальные данные, убедительно показывающие, что эффективные проницаемости фильтра s^+ и s^- , относящиеся к движению одной и той же системы вниз и вверх соответственно, не совпадают друг с другом [2]. Характерные результаты такого рода, полученные в [2] при изучении фильтрации газоконденсатных систем, представлены на фиг. 1. При $p > p_0$, где p_0 — давление начала

конденсации, система целиком находится в газовой фазе, а $s^+ \equiv s^-$. В области $p \leq p_0$ в системе появляются капли конденсата, число которых растет при уменьшении p в интервале от p_0 до так называемого давления максимальной конденсации p_m . Такое уменьшение давления сопровождается ростом величины $\Delta s = s^+ - s^- > 0$. При дальнейшем уменьшении давления в области $p \leq p_m$ капли конденсата частично испаряются; убывание Δs в этой области связывают с уменьшением содержания жидкой фазы в системе [2]. Отметим, что кривые фиг. 1 относятся к существенно стационарной фильтрации. Несовпадение величин s^+ и s^- наблюдается также для водонефтяных смесей, но в этом случае $\Delta s < 0$. Согласно экспериментам, разность Δs может составлять до 15–20% от s^{+-} , и потому указанный эффект существенно влияет на эффектививность ряда важных технологических процессов, связанных с исследуемым фильтрационным движением. Легко видеть, что этот эффект не может быть объяснен в рамках модели «независимой» фильтрации (1) — (3), и поэтому представляет интерес некоторое уточнение этой модели.



Фиг. 1

Очевидно, модель, основанная на уравнениях (1), соответствует такому течению в пористом теле, когда обе жидкости, входящие в систему, совершенно равноправны. Можно представить, что движение каждой жидкости в этом случае происходит в некоей системе непрерывных каналов, заполненных только этой жидкостью. Такая картина течения соответствует так называемому «шнуровому» насыщению в двухфазном потоке в пористой среде.

Зная долю площади, занятую сечениями шнуровых каналов [3] одной из жидкостей, можно в принципе вычислить k_i . Однако если содержание одной из жидкостей в системе сравнительно мало (для определенности считаем $\rho_0 \ll 1$), то представление о равноправности жидкостей, зафиксированное в уравнениях (1), перестает быть верным. В этом случае в пористое тело, занятое в основном одной жидкостью, «вкраплены» объемы, заполненные другой жидкостью и перемещающиеся под действием силы тяжести и сил давления, действующих на границах этих объемов. Это соответствует «подвешенному» режиму насыщения [3]. Уравнения Дарси в этом случае могут быть записаны только локально как соотношения между значениями скорости фильтрации и градиента давления в некоторой точке тела.

Рассмотрим простейшие следствия этой модели. Считаем при этом, в противоположность модели работы [2], что радиус R вкраплений, которые предполагаются сферическими, намного больше линейного масштаба структуры пористого тела. Кроме того, полагаем, что $\rho_0 \ll 1$, и можно считать, что возмущения, вносимые отдельными вкраплениями жидкости 2 в течение жидкости 1, независимы. Запишем уравнения в виде

$$\Delta p_i = 0, \quad \mathbf{u}_i = s_i(-\nabla p + d_i \mathbf{g}), \quad s_i = k / \mu_i \quad (i = 1, 2) \quad (4)$$

Здесь u_i — скорости фильтрации жидкостей, k — проницаемость пористого фильтра, индекс 1 относится к области вне сферы радиуса R , индекс 2 — к области внутри нее. В качестве граничных условий потребуем непрерывности давления и нормальной компоненты скорости фильтрации на границе сферы и совпадения величины ∇p с невозмущенным значением градиента давления — \mathbf{G} на удалении от сферы. Ищем решение (4) в виде

$$p_1 = -(\mathbf{G}\mathbf{r}) + Ar^{-3}(\mathbf{G}\mathbf{r}), \quad p_2 = -B(\mathbf{G}\mathbf{r})$$

$$\mathbf{u}_1 = s_1 \left[\mathbf{G} - \frac{A}{r^3} \left(\mathbf{G} - \frac{3(\mathbf{G}\mathbf{r})\mathbf{r}}{r^2} \right) + d_1 \mathbf{g} \right], \quad \mathbf{u}_2 = s_2(B\mathbf{G} + d_2 \mathbf{g}) \quad (5)$$

Из граничных условий получим

$$B = \frac{3 - (\sigma - \kappa)\omega}{2 + \sigma}, \quad \frac{A}{R^3} = 1 - B, \quad \sigma = \frac{s_2}{s_1} = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \quad \kappa = \frac{d_1}{d_2}, \quad \omega = \frac{d_2 g}{G} \quad (6)$$

Легко видеть из (5), что в пренебрежении искажением скорости фильтрации жидкости 1 вблизи от вкраплений обе скорости фильтрации не зависят от R , чего и следовало ожидать из физических соображений.

Истинные скорости фильтрации жидкостей системы не равны между собой. В связи с этим концентрация жидкости 2 в пористом теле отлична, вообще говоря, от доли ρ_0 этой жидкости в полном потоке смеси. В стационарных условиях имеем

$$\frac{u_1(1-\rho)}{u_2\rho} = \frac{1-\rho_0}{\rho_0}$$

Отсюда и из (5) и (6) получим для концентрации

$$\rho = \frac{\rho_0}{\rho_0 + \delta(1-\rho_0)}, \quad \delta = \frac{u_2}{u_1} = \frac{\sigma}{2+\sigma} \frac{3+(2+\kappa)\omega}{1+\kappa\omega} \quad (7)$$

Скорости фильтрации u_1 и u_2 совпадают с u_0 , а $\rho - \rho_0$ при

$$\omega = \omega_0 = \frac{1-\sigma}{\sigma-\kappa}, \quad G = G_0 = \frac{d_2g}{\omega_0} = \frac{d_2g}{1-\sigma}(\sigma-\kappa)$$

Если $\sigma - \kappa \sim (v_1 - v_2) > 0$, где v_i — кинематические вязкости жидкостей, то $\delta > 1$ (и $\rho < \rho_0$) при $G < G_0$, если $\sigma - \kappa < 0$, то $\delta > 1$ при $G > G_0$. Легко видеть, что в области

$$-\frac{3}{2+\kappa} \leq \omega \leq -\frac{1}{\kappa}$$

скорости фильтрации жидкостей направлены в разные стороны — приложенного градиента давления недостаточно для «проталкивания» одной из них в направлении, противоположном g . При таких значениях ω поток двухкомпонентной системы через фильтр вообще неосуществим, а излагаемая теория не имеет отношения к делу. Заметим, что отмеченные выше особенности течения в режиме «подвешенного» насыщения соответствуют широко известному эффекту Жамэна [3].

Коэффициенты скольжения жидкостей δ и концентрации системы в фильтре ρ , соответствующие движению вверх и вниз, существенно различны. Нетрудно показать, что с этим различием связано и неравенство величин s^+ и s^- . Полный поток вещества можно представить в виде

$$u_0 = u_1 \frac{1-\rho}{1-\rho_0}$$

Учитывая определение G_* из (2) и соотношение (7), получим для эффективного значения s

$$s = \frac{G + d_1g}{G + d_0g} \frac{\delta}{\delta(1-\rho_0) + \rho_0} = \frac{1+\kappa\omega}{1 + [\rho_0 + \kappa(1-\rho_0)]\omega} \frac{\delta}{\delta(1-\rho_0) + \rho_0} \quad (8)$$

Видно, что эта величина существенно зависит от условий проведения опыта, т. е. от параметра ω ; то же справедливо и для величин k_i , которые просто рассчитать, исходя из выражений для потоков отдельных жидкостей системы. Поэтому в данном случае введение k_i и формулировка уравнений (1) представляются нецелесообразными.

Рассмотрим подробнее наиболее интересный в практическом отношении случай, когда $|G| \gg d_1g, d_2g$. Полагая также $\kappa\omega \ll 1, \sigma\omega \ll 1$, имеем из (8)

$$s \approx \frac{1}{1-\rho_0} [1 - \rho_0(1-\kappa)\omega] \left[1 + \frac{\rho_0}{1-\rho_0} \frac{1}{\delta} \right]^{-1} \quad (9)$$

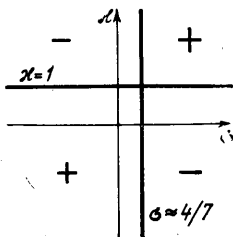
Предположим, что ρ_0 задана, и пусть $\rho_0 \ll \delta(1-\rho_0)$. Это соответствует, например, фильтрации смеси двух жидкостей с близкими вязкостями, когда $\delta \sim \sigma \sim 1$. Имеем с учетом (7)

$$s \approx \frac{1}{1-\rho_0} \left[1 - \frac{2+\sigma}{3\sigma} \frac{\rho_0}{1-\rho_0} + (1-\kappa) \left(\frac{2}{3} \frac{2+\sigma}{3\sigma} \frac{1}{1-\rho_0} - 1 \right) \rho_0\omega \right] \quad (10)$$

$$\Delta s = s^+ - s^- = s(|\omega|) - s(-|\omega|) \approx \frac{2\rho_0}{1-\rho_0} (1-\kappa) \left(\frac{2}{3} \frac{2+\sigma}{3\sigma} \frac{1}{1-\rho_0} - 1 \right) |\omega|$$

Видно, что при достаточно малых ω величина s несколько убывает с ростом ρ_0 . Величина Δs , рассматриваемая как функция от κ и σ , имеет области положительной и отрицательной определенности на плоскости (κ, σ) , изображенные на фиг. 2. В част-

ности, для капельной жидкости, содержащей пузырьки газа, при достаточно малых ω , когда верна формула (9), Δs больше нуля ($\kappa \gg 1$, $\sigma \gg 1$). Для водонефтяных смесей в зависимости от того, какой жидкости в системе больше, имеем $\sigma > 1$, $\kappa < 1$ или $\sigma < 1$, $\kappa > 1$. Поэтому, как правило, для таких систем $\Delta s < 0$, что согласуется с результатами экспериментов. Исключение представляет случай эмульсии капель воды в маловязкой нефти, когда $\kappa > 1$, но может быть $4/7 \leq \sigma < 1$. При фильтрации азровзвеси коэффициент скольжения $\delta \ll 1$ и условие $\rho_0 \ll \delta(1 - \rho_0)$ выполняется лишь для крайне малых ρ_0 . Поэтому вообще говоря, нужно использовать соотношения (8) и (9). Если, однако, рассматривается фильтрация взвеси капель достаточно вязкой жидкости в газе весьма малой вязкости, имеется область ρ_0 , где одновременно выполняются неравенства $\rho_0 \ll 1$ и $\rho_0 \gg \delta(1 - \rho_0)$. Для этой области из (9) получим (считаем $\kappa \ll 1$, $\sigma \ll 1$)



Фиг. 2

В этой области, в соответствии с кривыми фиг. 1, величины s^+ и s^- убывают с ростом ρ_0 , кроме того, $\Delta s > 0$.

Развитые представления применимы при $\rho_0 \ll 1$. С увеличением ρ_0 становится неправомерным предположение о независимости отдельных вкраплений, а кроме того, нарушается описанная картина течения. При больших ρ_0 удобнее, по-видимому, вводить k_t и использовать уравнения (1).

Автор благодарен А. Х. Мирзаджанзаде, обратившему внимание автора на рассмотренную задачу.

Поступило 27 IX 66

ЛИТЕРАТУРА

1. Коллинз Р. Течения жидкостей через пористые материалы. Изд. «Мир», 1964.
2. Бережной Н. М., Мамедов Ю. Г., Садык-заде Э. С., Самедов Т. А. О механизме фильтрации газоконденсатных систем. Изв. высш. учебн. завед., Нефть и газ, 1966, № 1.
3. Шейдеггер А. Э. Физика течения жидкостей через пористые среды. Гостоптехиздат, 1960.

О ЦИКЛИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА ПЛАСТЫ С ДВОЙНОЙ ПОРИСТОСТЬЮ ПРИ ВЫТЕСНЕНИИ НЕФТИ ВОДОЙ

А. А. БОКСЕРМАН, Б. В. ШАЛИМОВ

(Москва)

При заводнении неоднородных пластов нагнетаемая вода внедряется в более проницаемые части пластов, оставляя не охваченными заводнением менее проницаемые участки. Если пласты сложены породами, избирательно лучше смачивающимися водой, и указанные участки имеют большую поверхность соприкосновения, то между ними возникает обмен жидкостями под действием капиллярных сил: вода из водонасыщенных участков с высокой проницаемостью будет впитываться в нефтенасыщенные участки с малой проницаемостью, вытесняя из них нефть. Однако процессы капиллярной пропитки происходят обычно очень медленно. Поэтому заводнение неоднородных пластов, особенно трещиновато-пористых, нередко характеризуется невысокими значениями нефтеотдачи.

Для достижения более полного извлечения нефти из малопроницаемых участков в последнее время разрабатываются так называемые циклические методы воздействия на пласты: на границах пластов создаются периодические колебания давлений или расходов. Вследствие различия амплитуд и фаз колебаний в высоко- и малопроницаемых участках возникает перепад давлений между этими участками. Это приводит к непрерывному обмену жидкостями между участками разной проницаемости. В период повышения давления в пласте возникает градиент давления в сторону малопроницаемых участков, в результате чего процесс капиллярного впитывания воды в нефтенасыщенные участки усиливается действием гидродинамических сил. В период снижения пластового давления направление гидродинамического градиента давления меняется, и внедрившаяся в малопроницаемые участки вода вместе с нефтью получает возможность обратного перетока в высокопроницаемые участки.