

СТРУКТУРА УДАРНОЙ ВОЛНЫ В ВОЗДУХЕ ПРИ ЧИСЛАХ МАХА ОТ 2.6 ДО 6

А. В. ИВАНОВ (Москва)

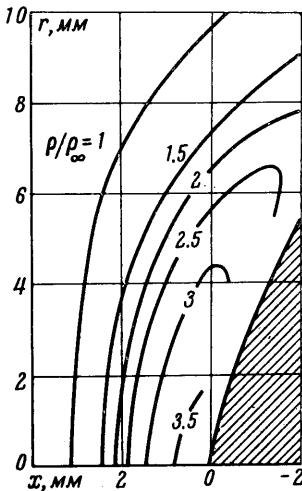
Структура прямой ударной волны экспериментально исследовалась при помощи метода отражения света от фронта ударной волны [1-3], метода проволочных зондов [4] и электронно-лучевой техники [5, 6]. При исследовании обтекания затупленного тела сверхзвуковым потоком разреженного газа при помощи метода электронного зонда [7, 8], основанного на явлении рассеяния электронов из коллимированного пучка, также оказалось возможным изучить структуру прямой ударной волны в воздухе в диапазоне чисел M от 2.6 до 6.

Ранее было показано [8], что толщина ударной волны в условиях аэродинамической трубы низкой плотности составляет несколько мм. Для получения прямой изолированной ударной волны перед затупленным телом осуществлялись такие условия обтекания, при которых область достаточно больших градиентов плотности, характерных для фронта ударной волны, располагалась на достаточном удалении от тела, чтобы можно было пренебречь влиянием трехмерности и взаимодействием с пограничным слоем.

Характеристики аэродинамической трубы и метода определения локальной плотности с помощью метода электронного зонда описаны ранее [8]. Число M набегающего на модель потока определялось с использованием насадков полного напора [9]. По измеренным распределениям токов электронного пучка на детектор определялись поля плотности перед сферой и плоскими дисками при различных числах Маха M , Рейнольдса R_∞ и длинах свободного пробега молекул λ_∞ в набегающем потоке: а) сфера, $M = 2.6$, $R_\infty = 90$, $\lambda_\infty = 0.3$ мм, б) диск, $M = 3.8$, $R_\infty = 50$, $\lambda_\infty = 0.8$ мм, в) диск $M = 6$, $R_\infty = 170$, $\lambda_\infty = 0.4$ мм. Число Рейнольдса вычислялось по радиусам r^* тел, которые во всех случаях были равны 7.5 мм. Коэффициент вязкости и длина свободного пробега рассчитывались с использованием молекулярной модели Леннарда — Джонса [10].

На фиг. 1 в качестве примера представлено распределение плотности перед сферой при $M = 2.6$, $R_\infty = 90$. Профили плотности вдоль оси потока для исследованных режимов обтекания а, б и в приведены в таблице. В таблице и на фиг. 1 величина x — координата, отсчитываемая от передней критической точки вдоль оси потока, r — расстояние от оси и ρ/ρ_∞ — отношение плотности в некоторой точке (x, r) к плотности в набегающем потоке.

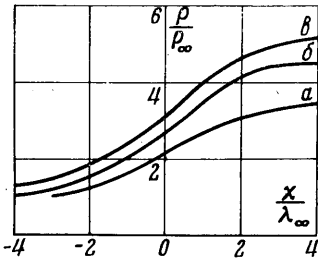
Из полученных результатов можно было заключить, что для данных режимов обтекания изменение плотности вдоль линии торможения с достаточной степенью точности соответствует изменению плотности в изолированной прямой ударной волне. Действительно, с одной стороны, на это указывало поведение линий равной плотности (фиг. 1); с другой — наличие во всех этих случаях области вблизи тела, где градиент плотности невелик и где измеренное значение плотности с точностью эксперимента хорошо согласуется с расчетным значением за прямым скачком. Длина свободного пробега молекул в окрестности передней критической



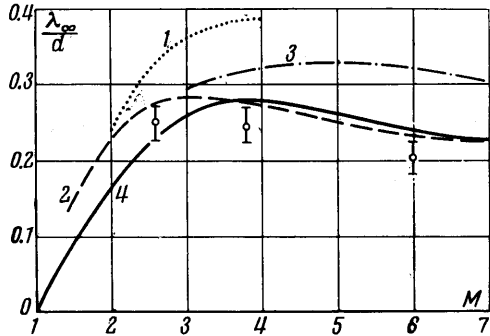
Фиг. 1

| (а) $M = 2.6$, $\delta = 0.95$ мм | | (б) $M = 3.8$, $\delta = 2.9$ мм | | (в) $M = 6$, $\delta = 2.2$ мм | |
|---------------------------------------|--------------------|-----------------------------------|--------------------|------------------------------------|--------------------|
| $x, \text{ мм}$ | ρ/ρ_∞ | $x, \text{ мм}$ | ρ/ρ_∞ | $x, \text{ мм}$ | ρ/ρ_∞ |
| 0.25 | 3.65 | 0.5 | 4.55 | 0.5 | 5.40 |
| 0.50 | 3.58 | 1.0 | 4.52 | 1.0 | 5.40 |
| 0.75 | 3.50 | 1.5 | 4.48 | 1.5 | 5.35 |
| 1.00 | 3.35 | 2.0 | 4.42 | 2.0 | 5.30 |
| 1.25 | 3.18 | 2.5 | 4.28 | 2.5 | 5.20 |
| 1.50 | 2.94 | 3.0 | 4.00 | 3.0 | 4.77 |
| 1.75 | 2.60 | 3.5 | 3.50 | 3.5 | 3.84 |
| 2.00 | 2.20 | 4.0 | 2.89 | 4.0 | 2.80 |
| 2.25 | 1.76 | 4.5 | 2.52 | 4.5 | 2.03 |
| 2.50 | 1.40 | 5.0 | 2.10 | 5.0 | 1.55 |
| 2.75 | 1.16 | 5.5 | 1.76 | 5.5 | 1.20 |
| 3.00 | 1.02 | 6.0 | 1.43 | 6.0 | 1.05 |
| 3.25 | 1.00 | 6.5 | 1.20 | 6.5 | 1.00 |
| 3.50 | 1.00 | 7.0 | 1.05 | 7.0 | 1.00 |
| 3.75 | 1.00 | 7.5 | 1.00 | 7.5 | 1.00 |

ской точки, вычисленная по измеренной плотности и температуре торможения — T_0 (300° K), оказалась на полтора порядка меньше радиуса тела. Последнее позволило считать, что условия течения за фронтом ударной волны вблизи тела близки к континуальным и вычислить толщину пограничного слоя в окрестности передней критической точки согласно методам, развитым для течения сплошной среды [11]. Результаты вычисления для случая теплоизолированной поверхности, что примерно соответствовало условиям эксперимента, показали, что толщина пограничного слоя δ (см. таблицу) меньше толщины ударной волны. Их области перекрываются друг с другом очень незначительно и взаимодействие между ними слабее. Поскольку, кроме того, в окрестности передней критической точки теплоизолированного затупленного тела профиль плотности слабо чувствителен к пограничному слою, то можно считать, что структура



Фиг. 2



Фиг. 3

ударной волны в исследованных случаях практически не искажена. Можно тогда определить толщину d ударной волны, используя общепринятое [1-6] определение

$$d = \frac{\rho_s - \rho_\infty}{(\partial\rho/\partial x)_{\max}} \tag{1}$$

Здесь ρ_s — значение плотности за ударной волной, где $\partial\rho/\partial x$ — малая величина.

На фиг. 2 показаны профили плотности в ударной волне при числах $M = 2.6, 3.8, 6$, полученные из таблицы. Здесь расстояние по оси потока x отнесено к длине свободного пробега молекул λ_∞ в набегающем потоке. За середину ударной волны условно принята точка, в которой величина плотности равна значению $0.5(\rho_s + \rho_\infty)$. Приведенная толщина ударной волны d/λ_∞ , определенная согласно выражению (1), представлена на фиг. 3 в виде точек с указанием погрешности. На этой фигуре кривыми 1, 2, 3 показаны экспериментальные результаты других авторов для азота. Кривая 1 взята из [3]. Кривые 2 и 3 являются результатами Роббена, Толбота и Кэмэка и пересчитаны из работы [5]. Кривая 4 представляет теоретическую зависимость, найденную Толботом и Скала [12] из решения уравнения Навье — Стокса в предположении, что для релаксации вращательных степеней свободы требуется десять столкновений. Некоторое отличие различных экспериментальных результатов объясняется, по-видимому, различными экспериментальными условиями, характером обработки экспериментальных данных и точностью измерений.

Тем не менее, имеется одна общая черта, найденная ранее и в случае одноатомного газа: наличие минимума в толщине ударной волны в диапазоне $2 \leq M \leq 5$. При $M > 5$ наблюдается слабое возрастание величины d/λ_∞ . Такой характер зависимости d/λ_∞ от M показывает, что толщина ударной волны в первом приближении пропорциональна длине свободного пробега в средней точке фронта $\lambda(0)$. Действительно, последняя сначала уменьшается с ростом M из-за быстрого возрастания плотности при $x = 0$, а затем при больших M , когда рост плотности замедляется, начинает слабо возрастать вследствие уменьшения эффективного поперечного сечения молекул при возрастании температуры $T(0)$.

Интересным фактом для исследованного диапазона чисел M является постоянство числа столкновений ν , которое некоторая выбранная молекула испытывает в среднем при прохождении ею пути $-0.5d \leq x \leq 0.5d$. Это число равно [13]

$$\nu = \sqrt{\frac{8}{\pi}} \frac{d}{\lambda_\infty} \frac{1}{M} \int_{-0.5}^{0.5} \left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right)^2 \left(\frac{T}{T_\infty}\right)^{0.5} \frac{\Omega^{(22)*}(T^*)}{\Omega^{(22)*}(T_\infty^*)} d\xi \tag{2}$$

$$\xi = x/d, \quad \nu = c_p/c_v, \quad T^* = kT/\varepsilon$$

Здесь k — постоянная Больцмана, ϵ — глубина потенциальной ямы, $\Omega^{(22)*}(T^*)$ — функция, получающаяся при вычислении коэффициента вязкости [10].

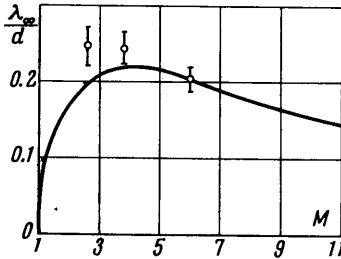
Для интервала температур, который имел место в настоящих экспериментах, с достаточно хорошим приближением можно принять, что $\Omega^{(22)*}$ пропорциональна $(T^*)^{-0.4}$. Тогда выражение (2) для числа столкновений принимает вид

$$\nu = \sqrt{\frac{8}{\pi\gamma}} \frac{d}{\lambda_\infty} \frac{1}{M} \int_{-0.5}^{0.5} \left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right)^2 \left(\frac{T}{T_\infty}\right)^{0.1} d\xi \quad (3)$$

Последнее выражение позволило вычислить число столкновений молекул во фронте ударной волны при $M = 2.6, 3.8, 6$ по экспериментально найденным профилям плотности ρ/ρ_∞ . Поскольку зависимость ν от профиля температуры слабая, то при вычислениях предполагалось, что в первом приближении профиль температуры подобен профилю плотности,

$$\frac{T - T_\infty}{T_0 - T_\infty} = \frac{\rho - \rho_\infty}{\rho_{w0} - \rho_\infty} \quad (4)$$

Здесь ρ_{w0} — плотность в окрестности передней критической точки затупленного тела. Результаты расчетов показали, что для образования ударной волны в воздухе в диапазоне чисел M от 2.6 до 6 требуется примерно 15 столкновений.



Фиг. 4

Значение плотности при $x = 0.5 d$ почти достигает своего равновесного значения за прямым скачком для $\gamma = 1.4$, поэтому можно считать, что установление равновесия по вращательным степеням свободы в значительной мере проходит во фронте ударной волны (за 15 столкновений) и, следовательно, влияет на внутреннюю структуру последнего. Этот результат находится в качественном согласии с исследованиями других авторов [14].

Постоянство числа столкновений ν во фронте ударной волны было использовано для приближенной оценки толщины ударной волны при больших числах M . Предполагалось, что при $M > 6$ число столкновений ν также равно 15. Из выражения (3)

$$\frac{\lambda_\infty}{d} = \sqrt{\frac{8}{\pi\gamma}} \frac{1}{M} \frac{1}{\nu} \int_{-0.5}^{0.5} \left(\frac{\rho}{\rho_\infty}\right)^2 \left(\frac{T}{T_\infty}\right)^{0.1} d\xi \quad (5)$$

Для поставленной цели при вычислении интеграла достаточно было принять, что зависимость плотности и температуры от координаты x линейна во фронте ударной волны. Результаты этого расчета приведены на фиг. 4. Здесь же показаны экспериментальные результаты настоящей работы. Как видно из этой фигуры выражение (5) дает удовлетворительное качественное объяснение для зависимости толщины ударной волны от числа M .

Автор благодарит Г. И. Петрова и В. С. Авдеевского за интерес к работе и ценные замечания, И. В. Ашратову за проведение расчетов на ЭВМ.

Поступило 19 VII 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Ладенбург Р., Льюис В., Пирс Р. Сб. «Физические измерения в газовой динамике и при горении», Изд. иностр. лит., 1957.
2. Андерсен В., Хорнинг Д. Структура ударной волны в различных газах. Газодинамика и теплообмен при наличии химических реакций. Изд. иностр. лит., 1962, стр. 438.
3. Linzer M., Horning D. F. Structure of Shock Fronts in Argon and Nitrogen. *Phys. Fluids.*, 1963, vol. 6, No. 12, p. 1661.
4. Шерман Ф., Толбот Л. Сб. «Сравнение кинетической теории с экспериментами для разреженных газов. Газодинамика разреженных газов», (под ред. Девиена). I международный симпозиум в Ницце. Изд. иностр. лит. 1963, стр. 266.
5. Robben F., Talbot L. Measurement of Shock Wave Thickness by the Electron Beam Fluorescence Method. *Phys. Fluids.*, 1966, vol. 9, No. 4, p. 633.
6. Samas M. Argon Shock Thickness. *Phys. Fluids*, 1964, vol. 7, No. 7, p. 1076.
7. Hurlbut F. C. Electron Beam Density Probe for Measurement in Rarefied Gas Flow. *J. Appl. Phys.*, 1959, vol. 30, No. 3, p. 273.

8. Иванов А. В. Экспериментальное определение распределения плотности перед затупленными телами, обтекаемыми сверхзвуковым потоком разреженного газа. ПМТФ, 1964, № 6, стр. 99.
9. Сухнев В. А. Об определении поправок к показаниям насадков полного напора в сверхзвуковом потоке разреженного газа. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1964, № 5.
10. Гиршфельдер Дж., Кертис Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. Изд. иностр. лит., 1961. стр. 416, 868.
11. Авдучевский В. С., Копяткевич Р. М. Расчет ламинарного пограничного слоя в сжимаемом газе при наличии теплообмена и произвольного распределения давления вдоль поверхности. Изв. АН СССР, Механика и машиностроение, 1960, № 1.
12. Talbot L., Scala S. Shock Wave Structure in a Relaxing Diatomic Gas. Rarefied Gas Dynamics (Proc. Intern. Simposium Held at Berkeley). 1961, p. 603.
13. Muckenfuss C. Some Aspects of Shock Structure According to the Bimodal Model. Phys. Fluids., 1962, vol. 5, No. 11, p. 1325.
14. Ступонченко Е. В., Лосев С. А., Осипов А. И. Релаксационные процессы в ударных волнах. Изд-во «Наука», 1965, стр. 270

УРАВНЕНИЕ БОЛЬЦМАНА И МОМЕНТНЫЕ УРАВНЕНИЯ В КРИВОЛИНЕЙНЫХ КООРДИНАТАХ

Е. М. ШАХОВ (Москва)

Обсуждаются различные формы записи уравнения Больцмана в произвольной ортогональной криволинейной системе координат. Приводится вывод общего уравнения переноса и моментных уравнений, содержащих моменты функции распределения не выше четвертого. Для газа из молекул Максвелла показано, что система моментных уравнений для течений, мало отличающихся от равновесных, переходит в систему уравнений гидродинамики. Полученные уравнения могут быть полезны при решении задач о движениях разреженного газа моментными методами. Результаты справедливы как для уравнения Больцмана, так и для модельных кинетических уравнений.

1. Все изменения, происходящие в разреженном газе в отсутствие внешних сил, описываются уравнением Больцмана

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \xi_x \frac{\partial f}{\partial x} + \xi_y \frac{\partial f}{\partial y} + \xi_z \frac{\partial f}{\partial z} = J \tag{1.1}$$

Здесь x, y, z — декартовы координаты физического пространства; ξ_x, ξ_y, ξ_z — компоненты вектора молекулярной скорости ξ на оси координат с ортами i, j, k ; f — функция распределения, зависящая от $t, x, y, z, \xi_x, \xi_y, \xi_z, J$ — интеграл столкновений, представляющий собой некоторый функционал от f , конкретный вид которого нас не интересует.

Преобразуем уравнение Больцмана к произвольной ортогональной системе координат. Пусть q_1, q_2, q_3 — криволинейные координаты точки x, y, z физического пространства, так что

$$x = x(q_1, q_2, q_3), \quad y = y(q_1, q_2, q_3), \quad z = z(q_1, q_2, q_3) \tag{1.2}$$

и наоборот

$$q_i = q_i(x, y, z) \quad (i = 1, 2, 3) \tag{1.3}$$

Переходя в (1.1) от декартовых координат x, y, z к криволинейным при неизменных ξ_x, ξ_y, ξ_z , получим

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\xi_1}{H_1} \frac{\partial f}{\partial q_1} + \frac{\xi_2}{H_2} \frac{\partial f}{\partial q_2} + \frac{\xi_3}{H_3} \frac{\partial f}{\partial q_3} = J, \quad \xi_i = \frac{H_i \partial q_i}{\partial x} \xi_x + \frac{H_i \partial q_i}{\partial y} \xi_y + \frac{H_i \partial q_i}{\partial z} \xi_z \tag{1.4}$$

$$H_i = \sqrt{(\partial x / \partial q_i)^2 + (\partial y / \partial q_i)^2 + (\partial z / \partial q_i)^2} \quad (i = 1, 2, 3) \tag{1.5}$$

Здесь H_i — параметры Ламэ.

Величина $H_i \partial q_i$ — длина дуги ∂s_i координатной линии q_i , а $H_i \partial q_i / \partial x$ — косинус угла, который составляет нормаль к поверхности $q_i = \text{const}$, а следовательно (в силу