

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ДЛЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ ПРИ НАЛИЧИИ В НЕЙ РАДИАЛЬНЫХ ПЕРЕГОРОДОК

Г. Н. МИКИШЕВ, Н. Я. ДОРОЖКИН

(Москва)

Приводятся некоторые результаты экспериментального определения гидродинамических коэффициентов уравнений возмущенного движения твердого тела, имеющего полость в форме прямого кругового цилиндра с плоским днищем, частично заполненную жидкостью, при наличии в ней радиальных перегородок.

1. **Постановка задачи и методика эксперимента.** Колебания жидкости в прямом круговом цилиндре с плоским днищем достаточно хорошо изучены как теоретически, так и экспериментально [1-4]. Для идеальной жидкости рассчитаны и затабулированы гидродинамические коэффициенты уравнений возмущенного движения. В случае вязкой жидкости установлено, что для больших чисел Рейнольдса, представляющих наибольший практический интерес, эффект вязкости сводится лишь к появлению в уравнениях, описывающих волновые движения жидкости, демпфирующих сил, пропорциональных скорости. При этом демпфирующие силы определяются в основном рассеянием энергии колебаний жидкости в пограничном слое у стенок цилиндра; коэффициенты демпфирования обратно пропорциональны корню квадратному из числа Рейнольдса и являются малыми величинами.

Наличие в полости различного рода перегородок, как показывают эксперименты, может приводить в одних случаях, когда ширина перегородок (ребер) невелика, к резкому увеличению демпфирования при незначительном изменении остальных параметров, в других — к существенному изменению самой колебательной системы (перегородки большой ширины или сплошные). Возникающее демпфирование, в отличие от предыдущего случая, сильно зависит от амплитуды колебаний, т. е. является нелинейным. Число Рейнольдса в данном случае обычно не играет существенной роли в достаточно широком диапазоне его изменения.

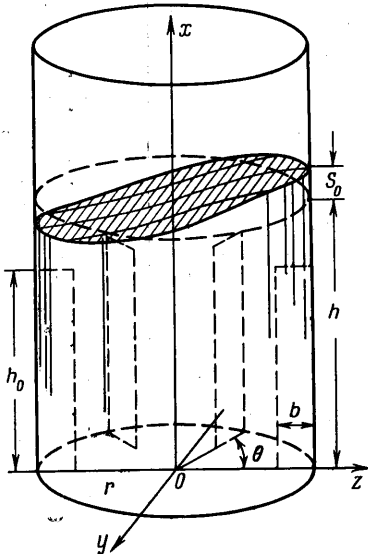
Перегородки часто используются для ограничения подвижности жидкости, для создания в системе дополнительного демпфирования. Поэтому исследование колебаний жидкости в полостях при наличии различного рода перегородок представляет практический интерес. Причем во многих случаях важно знать не только основные динамические характеристики, собственные частоты и коэффициенты демпфирования, но и другие гидродинамические коэффициенты.

Определение гидродинамических коэффициентов для полостей при наличии в них перегородок теоретическим путем паталкивается на серьезные затруднения. В настоящее время надежно они могут быть определены только экспериментально.

В данной работе для случая плоского движения тела экспериментально определены гидродинамические коэффициенты для цилиндра с радиальными перегородками, расположенными на стенках (фиг. 1). Движение полости рассматривалось в плоскости xz . Гидродинамические коэффициенты определялись по методике, изложенной в [2]. Эта методика разработана для наиболее интересного, с практической точки зрения, случая, когда волновые движения жидкости учитываются только основным тоном колебаний. Система уравнений возмущенного движения, положенная в основу методики, имеет вид

$$(m_0 + m)u'' + \lambda s'' = 0, \quad (J_0 + J)\psi'' + \lambda_0 s'' = 0, \quad \mu(s'' + \beta s' + \omega^2 s) + \lambda u'' + \lambda_0 \psi'' = 0 \quad (1.1)$$

Здесь u, ψ — координаты, характеризующие плоское движение тела; s — обобщенная координата, соответствующая основному тону колебаний жидкости, имеет размерность длины; ω, β — собственная частота основного тона и соответствующий ко-



Фиг. 1

коэффициент демпфирования; λ, λ_0 — коэффициенты инерционной связи; μ, J — присоединенные масса и момент инерции жидкости; m, m_0, J_0 — масса жидкости, масса и момент инерции твердого тела. Эти уравнения получены при обычных в такого рода задачах допущениях и приведены к метacentру системы тело — жидкость [1].

В исходных уравнениях содержится шесть гидродинамических коэффициентов: $\omega, \beta, \lambda, \lambda_0, \mu$ и J , подлежащих определению, которые далеко не равноценны по своему значению. Наиболее важную роль из них играют собственная частота, коэффициент демпфирования и присоединенный момент инерции. Кроме того, существенное значение имеют параметры λ^2/μ и λ_0^2/μ . Коэффициенты λ, λ_0 и μ в отдельности используются редко, так как они зависят от нормировки, т. е. не являются инвариантными параметрами.

Таким образом, в большинстве случаев достаточно определить пять гидродинамических коэффициентов: $\omega, \beta, \lambda^2/\mu, \lambda_0^2/\mu$ и J .

Собственные частоты колебаний жидкости и соответствующие коэффициенты демпфирования определялись методом свободных или вынужденных колебаний с использованием кинематического вибростенда. Колебания жидкости измерялись емкостными датчиками. Погрешность измерения, как правило, не превышала для собственных частот 1—2%, для коэффициентов демпфирования — 10—15%. Параметры λ^2/μ и λ_0^2/μ определялись по измерению собственных частот парциальных систем по перемещению ($\psi = 0$) и вращению ($u = 0$) с точностью не хуже 3—5%. Присоединенные моменты инерции определялись методом свободных колебаний с погрешностью, не превышающей 5—8%. В этом случае в систему вводился дополнительный восстанавливающий момент, который создавался специальными пружинами.

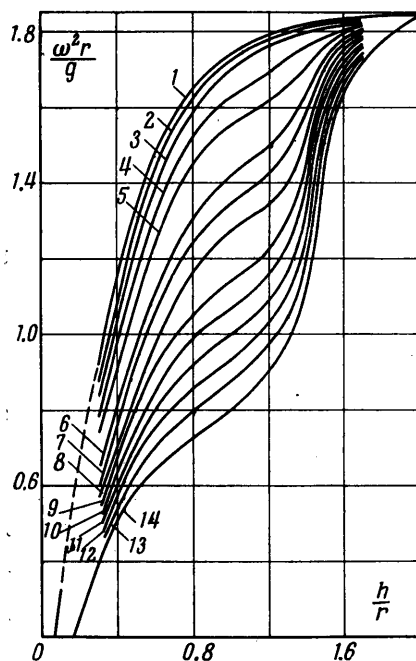
Все опыты, за исключением определения коэффициентов демпфирования, проводились в баке диаметром $2r = 800$ мм с перегородками, относительная ширина которых $b/r = 1/6, 1/3, 1/2, 2/3, 3/4$ и 1, высота — $h_0/r = 1.3$. Перегородки устанавливались на стенках бака на одинаковом расстоянии друг от друга в количестве $n = 4, 6, 8$, а для сплошных перегородок и $n = 12$.

Уровни жидкости рассматривались как выше, так и ниже верхнего среза перегородок.

Определение коэффициентов демпфирования производилось в баках диаметром от 518 до 1250 мм с четырьмя, шестью и восемью ребрами, расположенными на стенках шириной $b = 1/6, 2/9$ и $1/3$ радиуса, высотой $h_0 = 2r$. В этом случае рассматривались только такие уровни жидкости, которые расположены ниже верхнего среза перегородок и для которых выполнялось условие глубокой жидкости ($h > 1.5r$).

2. Описание и анализ полученных результатов. Искомые гидродинамические коэффициенты $\omega, \beta, \lambda^2/\mu, \lambda_0^2/\mu$ и J представлены в безразмерном виде и приведены на фиг. 2—6 в зависимости от глубины жидкости, числа и ширины перегородок.

На фиг. 2 приведены значения квадрата безразмерной собственной частоты колебаний основного тона $\omega^2 r/g$ в виде семейства кривых в зависимости от глубины жидкости h/r ; каждая кривая семейства соответствует определенному числу n и ширине b/r перегородок



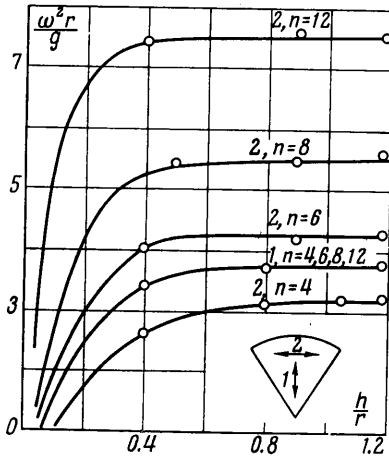
Фиг. 2

кривые	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
$n =$	0	8	4	6	8	4	6	8	4	6	8	4	6	8
$b/r =$	0	$1/6$	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/2$	$1/2$	$1/2$	$2/3$	$2/3$	$2/3$	$3/4$	$3/4$	$3/4$

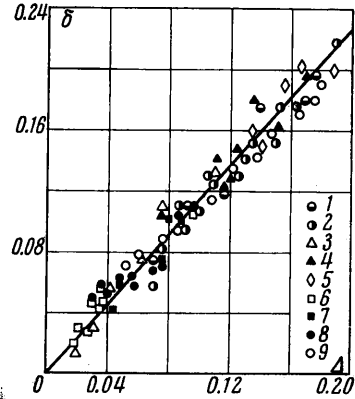
Как видно из фиг. 2, собственные частоты основного тона колебаний жидкости в баке с перегородками в значительной степени зависят от числа и ширины перегородок. Так, например, для уровня $h = r$ квадраты частот без перегородок и с семью перегородками шириной $b = 3/4$ отличаются более чем в два раза. Зависимость

частоты от числа и ширины перегородок особенно сильно сказывается при уровнях жидкости, находящихся ниже верхнего среза перегородок. При уровнях выше перегородок зависимость частоты от их числа и ширины ослабевает с ростом уровня и при $h = 2r$ практически исчезает. Для перегородок, ширина которых $b = \frac{1}{2}ar$, собственная частота близка к частоте без перегородок. Теоретические значения собственной частоты для случая бака без перегородок совпали с экспериментальными значениями.

Следует отметить, что в недавно опубликованной работе [8] сделана попытка теоретического определения собственной частоты колебаний жидкости в цилиндре при наличии радиальных ребер. К сожалению, полученные результаты являются ошибочными.



Фиг. 3



Фиг. 4

На фиг. 3 приведены экспериментальные значения собственных частот колебаний в зависимости от глубины жидкости и числа перегородок для случая сплошных перегородок, а также нанесены теоретические кривые, соответствующие точному решению краевой задачи для сектора. При исследовании свободных колебаний жидкости в секторах рассматривались колебания в двух направлениях — радиальном 1 и ему перпендикулярном 2. Для каждого направления определялось по одному первому тону колебаний.

Исследования показали, что частота радиального тона колебаний зависит только от глубины жидкости, в то время как частота колебаний жидкости другого тона, соответствующего направлению 2, сильно зависит также от числа перегородок. Экспериментальные частоты колебаний как в первом, так и во втором случаях хорошо совпадают с теоретическими.

Рассмотрим нелинейное демпфирование колебаний жидкости в цилиндре, обусловленное радиальными ребрами. Результаты экспериментальных исследований по нелинейному демпфированию представлены на фиг. 4. За безразмерный коэффициент демпфирования принят логарифмический декремент колебаний $\delta = \lambda\beta/\omega$. По оси абсцисс отложена величина Δ , зависящая от геометрических параметров полости и амплитуды колебаний жидкости

$$\Delta = \sum_1^n |\sin \theta_i|^{1/2} \left(\frac{b}{r}\right)^{3/2} \left(\frac{S_0}{r}\right)^{1/2} \quad (2.1)$$

Здесь S_0 — амплитуда колебаний жидкости на стенке полости в плоскости колебаний; θ_i — угол между плоскостью колебаний и i -м ребром.

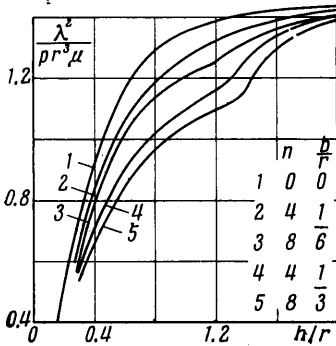
Величина Δ по существу с точностью до постоянного коэффициента представляет собой приближенную полуэмпирическую зависимость для логарифмического декремента колебаний. Эта зависимость была получена по аналогии с нелинейным демпфированием колебаний жидкости в цилиндре кольцевым ребром [8]. При этом предполагалось, что ширина ребер и амплитуда колебаний жидкости малы по сравнению с радиусом цилиндра; за форму колебаний основного тона можно приближенно принять форму колебаний идеальной жидкости в цилиндре без ребер; демпфирование колебаний жидкости является слабым в том смысле, что можно использовать известную приближенную зависимость, связывающую логарифмический декремент с энергией рассеяния за период колебаний и полной энергией системы.

Экспериментальные значения логарифмических декрементов, представленные на фиг. 4, получены для девяти различных случаев, для которых экспериментальные точки 1, ..., 9 соответствуют следующим соотношениям радиусов баков, числу ребер, ширине ребер, а также значениям кинематической вязкости жидкостей

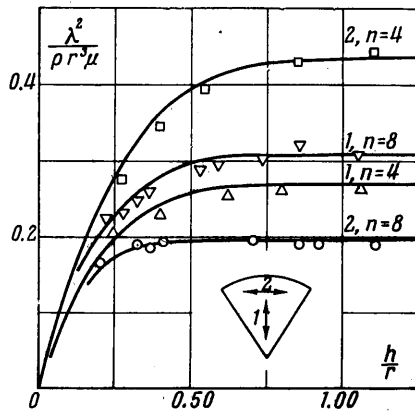
точка	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$r =$	259	259	300	300	300	350	350	625	625
$n =$	8	8	4	6	8	4	8	8	8
$b/r =$	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/3$	$1/5$	$1/5$	$2/9$	$1/3$
$\nu =$	0.6	5.6	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0

На фиг. 4 каждая экспериментальная точка получена как среднее из трех — пяти измерений. В некоторых случаях в экспериментальные значения коэффициентов вносилась небольшая поправка на влияние вязкого демпфирования. При этом вязкое демпфирование определялось как предельное при стремлении амплитуд колебаний к нулю. Прямая соответствует линейной аппроксимации по способу наименьших квадратов.

Приведенные результаты свидетельствуют о том, что, несмотря на значительный разброс экспериментальных точек, вообще характерный для такого рода задач, вид приближенной полуэмпирической зависимости (2.1) удовлетворительно согласуется с экспериментом в рассматриваемом диапазоне амплитуд колебаний ($S_0 < 0.2$) и геометрических параметров системы.



Фиг. 5



Фиг. 6

В какой-то степени этот разброс может быть обусловлен тем, что в опытах использовались широкие ребра, для которых полностью не выполняются сделанные выше допущения; кроме того, замечено влияние первого симметричного тона колебаний жидкости, который иногда начинает сильно возбуждаться при колебаниях жидкости по основному тону. При этом энергия колебаний, очевидно, перераспределяется между двумя тонами, что может существенно сказаться на величине разброса экспериментальных точек, так как обработка данных ведется по методике, которая учитывает только один (основной) тон колебаний.

Определив из графика значение коэффициента пропорциональности, получим приближенную формулу для логарифмического декремента

$$\delta = 1.12 \sum_1^n |\sin \theta_i|^{5/2} \left(\frac{b}{r}\right)^{3/2} \left(\frac{S_0}{r}\right)^{1/2} \quad (2.2)$$

Таким образом, нелинейное демпфирование зависит только от геометрии полости и амплитуды колебаний жидкости. Число Рейнольдса $\omega r^2 / \nu$ практически не оказало влияния на нелинейное демпфирование, несмотря на то, что в данных опытах оно изменялось почти в 20 раз (от 10^5 до $2 \cdot 10^6$).

Безразмерный гидродинамический коэффициент $\lambda^2 / \rho \gamma^3 \nu$ представлен на фиг. 5 и 6 (где ρ — плотность жидкости).

На фиг. 5 приведены экспериментальные кривые для четырех и восьми ребер шириной $1/6$ и $1/3$ радиуса, а также экспериментальная кривая для случая $n = 0$, которая практически совпала с теоретической. Как видно из фиг. 5 рассматриваемый параметр изменяется значительно сильнее, чем собственные частоты колебаний.

На фиг. 6 приведены экспериментальные и теоретические значения коэффициента $\lambda^2 / \rho r^3 \mu$ для случая сплошных перегородок. Теоретические данные изображены в виде кривых. Как и при определении собственных частот, рассмотрены два тона колебаний жидкости — радиальный 1 и ему перпендикулярный 2 — для четырех и восьми перегородок. Теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментом.

В таблице приведены также экспериментальные значения безразмерных коэффициентов $\lambda_0^2 / \rho r^4 \mu$ и $J / \rho r^5$ для восьми перегородок шириной $1/3$ радиуса и для случая $n = 0$.

h/r	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0
$n = 0, b = 0$	1.20	0.74	0.63	0.69	0.85	1.00	1.45	1.95	2.55	3.28
$n = 8, b = 1/3 r$	0.91	0.50	0.45	0.53	0.71	1.00	1.35	1.90	2.54	3.28
$n = 0, b = 0$	1.37	0.80	0.75	0.92	1.50	2.37	3.50	4.75	6.25	8.40
$n = 8, b = 1/3 r$	2.00	1.25	1.25	1.43	2.00	2.80	3.90	5.25	6.75	8.75

Коэффициенты $\lambda_0^2 / \rho r^4 \mu$ и $J / \rho r^5$ даны относительно днища цилиндра. Для случая $n = 0$ экспериментальные значения практически совпадают с теоретическими.

Как видно из таблиц, значения коэффициентов $\lambda_0^2 / \rho r^4 \mu$ и $J / \rho r^5$ также могут существенно отличаться от соответствующих значений для случая $n = 0$.

Поступило
II XI 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович Б. И. и др. О расчете коэффициентов уравнений возмущенного движения твердого тела с полостью, частично заполненной жидкостью. Космические исследования, 1965, т. 1, № 2.
2. Микишев Г. Н. и др. Об экспериментальном исследовании возмущенного движения твердого тела с полостями, частично заполненными жидкостью. Космические исследования, 1965, т. 1, № 2.
3. Микишев Г. Н., Дорожкин Н. Я. Экспериментальное исследование свободных колебаний жидкости в сосудах. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1961, № 4.
4. Case K. M. Parkinson W. C. Damping of surface in an incompressible liquid. J. fluid Mech, 1957, vol. 2, part 2, Mach.
5. Мойсеев Н. Н., Петров А. А. Численные методы расчета собственных частот колебаний ограниченного объема жидкости. ВЦ АН СССР, 1966.
6. Miles I. W. Ring Damping of Free Surface Oscillations. J. Appl. Mech., 1958, vol. 25, No. 2.

О ТЕЧЕНИИ ИДЕАЛЬНОГО ГАЗА ЗА УДАРНОЙ ВОЛНОЙ КОНЕЧНОЙ АМПЛИТУДЫ

М. Д. УСТИНОВ (Калинин)

Уравнения одномерного (с плоской симметрией) адиабатического движения идеального газа преобразуются к форме, удобной для изучения течений между движущимся поршнем и ударной волной переменной интенсивности. Построено решение уравнений движения, содержащее ударную волну, распространяющуюся по покоящемуся газу с переменной начальной плотностью и постоянным давлением. Это решение содержит четыре произвольные постоянные и, в частном случае, дает пример адиабатического безударного сжатия поршнем первоначально покоящегося газа.

1. Пусть $u_0(x, t)$, $p_0(x, t)$, $\rho_*(x, t)$ — параметры газа перед ударной волной, движущейся со скоростью $U_0 = U_0(t)$. Используя условия сохранения массы и импульса на ударной волне [1], нетрудно показать [2], что вдоль нее

$$d\xi + \varphi(\tau) d\tau = 0, \quad \varphi(\tau) = \frac{p_0 + \rho_* u_0^2 - \rho_* u_0 U_0}{\rho_*(U_0 - u_0)} \quad (1.1)$$

где функции ξ и τ определяются из равенств

$$d\xi = \rho u dx - (p + \rho u^2) dt, \quad d\tau = \rho dx - \rho u dt, \quad ds = d\xi + \varphi(\tau) d\tau. \quad (1.2)$$