

ЗАМЕЧАНИЯ ПО РАБОТЕ И. Т. ЕГОРОВА «О НЕУСТАНОВИВШЕМСЯ ДВИЖЕНИИ СИСТЕМ ТОНКИХ ПОДВОДНЫХ ПРОФИЛЕЙ»

В работе Егорова И. Т. [1] рассматривается неустановившееся движение тонкого профиля в потоке несжимаемой вязкой жидкости на глубине h под невозмущенной свободной поверхностью воды. После аналитического продолжения течения относительно свободной поверхности движение одиночного подводного профиля сводится к неустановившемуся движению биплана в безграничной жидкости. На каждом профиле биплана задается величина нормальной составляющей скорости $v_n = v_n(\xi, \tau)$ (ξ — переменная точка профиля, τ — время). Исходя из выражения комплексной скорости течения вне профилей и вихревых следов биплана по методу Л. И. Седова [2], написаны интегральные уравнения относительно неизвестной касательной составляющей скорости $u(\alpha)$ в случае движения подводного тонкого профиля, биплана, бесконечной решетки и профиля вблизи твердой стенки. Однако в выражении комплексной скорости течения, предлагаемом автором в [1], ошибочно используется функция

$$g(z) = \left(\frac{z - a}{z + a} \right)^{1/2}$$

(формула 1.8), которая годится только для изолированного профиля. В действительности функция $g(z)$, используемая для выделения особенностей течения, должна обладать необходимыми свойствами на всех разрезах плоскости z . (Примеры таких функций имеются в работе [2]). Функция $g(z, h)$ для двух профилей записывается так

$$g(z, h) = \left(\frac{z - a}{z + a} \frac{z - a - 2ih}{z + a - 2ih} \right)^{1/2} = g(z)g_0(z, h) \tag{1}$$

Поэтому выражение для комплексной скорости течения вне биплана (1.10) должно иметь вид

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dz} = \frac{1}{i\pi g(z, h)} & \left[\int_{-a}^a v_n(\xi, \tau) \Phi_2(z - \xi, h) g_1(\xi, h) d\xi + \right. \\ & \left. + \int_0^{\alpha_1} u(\alpha) \Phi_2(z - \xi, h) g_2(\xi, h) d\alpha \right] \tag{2} \end{aligned}$$

Координата ξ связана с координатой α равенством $\xi = \alpha - \alpha_1 - a$ (α_1 — координата выходной кромки профиля)

$$\begin{aligned} \Phi_2(z - \xi, h) &= \frac{1}{\xi - z} \left(1 + \frac{z - \xi}{z - \xi - 2ih} \right) \\ g_1(\xi, h) &= \left(\frac{a - \xi}{a + \xi} \right)^{1/2} g_0(\xi, h), \quad g_2(\xi, h) = \left(\frac{\xi - a}{\xi + a} \right)^{1/2} g_0(\xi, h) \end{aligned}$$

Разлагая теперь в выражении (2) произведение $\Phi_2(z - \xi, h)g^{-1}(z, h)$ в ряд Лорана в окрестности точки z , можно определить величину циркуляции скорости по бесконечно удаленному контуру, охватывающему профиль и след

$$\begin{aligned} \Gamma_0 &= -4 \left[\int_{-b}^b v_n g_1(\xi, h) a_0(\xi, h) d\xi + \int_0^{\alpha_1} u(\alpha) g_2(\xi, h) b_0(\xi, h) d\alpha \right] \\ a_0(\xi, h) &= \frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{\Phi, dx}{g(x, h)}, \quad b_0(\xi, h) = \frac{1}{\pi} \int_{-b}^b \frac{\Phi, dx}{g(x, h)} - \frac{1}{g_2(\xi, h)} \end{aligned}$$

Из этого равенства получается интегральное уравнение ¹

$$\int_0^{\alpha_1} u(\alpha) g_2(\xi, h) b_0(\xi, h) d\alpha = f(\xi, h) \tag{3}$$

относительно неизвестной вдоль вихревого следа функции $u(\alpha)$, которое отличается от ошибочного уравнения (1.11) работы [1]. (Функция $f(\xi, h)$ в правой части равенства (3) определяется по заданной величине скорости $v_n = v_n(\xi, \tau)$.) Ошибочно также интегральное уравнение относительно функции $u(\alpha)$ для решетки из бесконечного

¹ Метод аналитического решения уравнений такого типа изложен в [5].

числа профилей (формула (2.2) стр. 183 работы [1]). Правильные уравнения приведены в работах [3-5]. Если рассматривается неустановившееся движение решетки с углом выноса γ из бесконечного числа профилей (угол выноса γ отсчитывается от фронта решетки до нормали к контуру профиля), то функция

$$g(z, q_1) = \left(\frac{\operatorname{sh} q_1(z - b_1)}{\operatorname{sh} q_1(z - b_2)} \right)^{1/2} \quad \left(q_1 = \frac{\pi}{t} e^{i\gamma} \right)$$

Здесь t — шаг решетки, b_1 и b_2 — входные и выходные кромки профилей соответственно. Так как

$$\operatorname{sh} z = z \prod_{\substack{r=-n \\ r \neq 0}}^{r=n} \left(1 + \frac{z}{ir\pi} \right) \exp \frac{iz}{r\pi} \quad (r = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots, \pm n)$$

то в случае решетки из конечного числа профилей ($N = 2n + 1$)

$$g(z, t, \gamma) = \left(\frac{z - b_1}{z - b_2} \prod_r \left(1 + \frac{z - b_1}{irte^{-i\gamma}} \right) \left(1 + \frac{z - b_2}{irte^{-i\gamma}} \right)^{-1} \exp \frac{iq_1(b_2 - b_1)}{r\pi} \right)^{1/2}$$

Полагая в этом выражении $\gamma = 0$, $r = -1$ и $t = 2h$, получим функцию $g(z, h)$ (1) для двух профилей (биплана). Следовательно, комплексная скорость течения жидкости вне вихревых следов и профилей движущейся решетки из N профилей

$$\begin{aligned} \frac{dW}{dz} &= \frac{1}{i\pi g(z, t, \gamma)} \left[\int_{-b}^b v_n g_1(\xi, t) \Phi(\xi - z, t, \gamma, \delta) d\xi + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^{\alpha_1} u(\alpha) g_2(\xi, t) \Phi(\xi - z, t, \gamma, \delta) d\alpha \right] \\ \Phi(\xi - z, t, \gamma, \delta) &= \frac{1}{\xi - z} + \sum_{r=1}^{r=n} \frac{e^{-jr\delta}}{\xi + irte^{-i\gamma} - z} + \sum_{r=1}^{-r=n} \frac{e^{-jr\delta}}{\xi + irte^{-i\gamma} - z} \end{aligned} \quad (4)$$

и δ означает сдвиг фаз колебаний между соседними профилями во время их движения. Первое слагаемое формулы (4) соответствует профилю с номером $r = 0$, второе и третье слагаемые учитывают влияние n профилей, расположенных выше и ниже основного профиля.

Сохраняя только два слагаемых в формуле (4), что соответствует $t = 2h$, $\gamma = \delta = 0$ и $r = +1$, получим функцию $\Phi_2(z - \xi, h)$, выражения (2) для биплана. Как и в случае биплана, можно аналогичным путем показать, что для четырех профилей (подводный биплан) при $\gamma = \delta = 0$ и $r = 1, -1, -2$ из общих приведенных формул получается интегральное уравнение относительно функции $u(\alpha)$, которое будет отличаться от уравнения (2.1) работы [1].

В. П. Вахомчик

ЛИТЕРАТУРА

- Егоров И. Т. О неустановившемся движении систем тонких подводных профилей. Изв. АН СССР, *Механика жидкости и газа*, 1966, № 4.
- Седов Л. И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики. «Наука», 1966.
- Сиразетдинов Т. К. К обтеканию колеблющихся решеток. Тр. Казанск. авиацион. ин-та, 1958, т. 38.
- Popescu I. L. *Ausupra miscării nepermanente a unui fluid inter-retea de profile*. Nota II, *Commun. Acad. R.P.R.*, v. 8, 1958, No. 10.
- Вахомчик В. П. Аналитическое решение интегрального уравнения колебаний тонких профилей в решетке. Инж. ж., 1965, т. 5, вып. 3.