Интегрируя полученное выражение от τ_0 до τ и от ξ_0 до ξ, получаем

$$\frac{\sqrt{a_1/a_2'}+e^{\omega_1\xi}}{\sqrt{a_1/a_2'}-e^{\omega_1\xi}}\cdot\frac{\sqrt{a_1/a_2'}-e^{\omega_1\xi_0}}{\sqrt{a_1/a_2'}+e^{\omega_1\xi_0}}=\exp\{-2\sqrt{a_1a_2'}\omega_1^2(\tau-\tau_0)\} \tag{2.8}$$

Интеграл второго уравнения системы запишется так:

$$\frac{\varepsilon_{21}/\omega_1^2-\eta}{\varepsilon_{21}/\omega_1^2-\eta_0}=\frac{e^{\omega_1\xi_0}[\exp\{2\omega_1\xi\}-a_1/a_2']}{e^{\omega_1\xi}[\exp\{2\omega_1\xi_0\}-a_1/a_2']} \tag{2.9}$$

В соответствии с вышеизложенным, для нахождения η^+ следует в (2.8) и (2.9) положить $\tau_0=\eta_0=0$. Исключая параметр ξ_0, получим

$$\eta^+(\xi,\tau)=\frac{\varepsilon_{21}}{\omega_1^2}\left[1-4\sqrt{a_1a_2'}\frac{e^{\omega_1\xi}\exp\{-2\sqrt{a_1a_2'}\,\omega_1^2\tau\}}{(\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2'}\,e^{\omega_1\xi})^2-(\sqrt{a_1}-\sqrt{a_2'}e^{\omega_1\xi})^2\exp\{-4\sqrt{a_1a_2'}\omega_1^2\tau\}}\right]$$

Полагая в (2.8) и (2.9) $\xi_0=l$, пользуясь условием (2.7) и исключая параметры, найдем

$$\eta^-(\xi,\tau)=\frac{\varepsilon_{21}}{\omega_1^2}-\frac{e^{\omega_1 l}(\exp\{2\omega_1\xi\}-a_1/a_2')}{e^{\omega_1\xi}(\exp\{2\omega_1 l\}-a_1/a_2')}\left\{\frac{\varepsilon_{21}}{\omega_1^2}-\frac{\varepsilon_{22}}{\omega_2^2}\left[1-e^{\omega_2 l}\left(e^{\omega_2 l}+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.\left.+\frac{b_1\omega_2^2\sigma_1}{\sigma_2\delta}\left(\tau+\frac{1}{2\sqrt{a_1a_2'}\,\omega_1^2}\ln\frac{(\sqrt{a_1/a_2'}+e^{\omega_1\xi})(\sqrt{a_1/a_2'}-e^{\omega_1 l})}{(\sqrt{a_1/a_2'}-e^{\omega_1\xi})(\sqrt{a_1/a_2'}+e^{\omega_1 l})}\right)\right)^{-1}\right]\right\}$$

Случай 2. $\delta<1$, $a_2>0$.

Не останавливаясь на выкладках, аналогичных приведенным выше, запишем окончательный результат

$$\eta^+=\frac{\varepsilon_{21}}{\omega_1^2}\left[1-\frac{\sqrt{a_1a_2}(1+\mathrm{tg}^2\sqrt{a_1a_2}\,\omega_1^2\tau)}{\sqrt{a_1a_2}(1-\mathrm{tg}^2\sqrt{a_1a_2}\,\omega_1^2\tau)+(a_1e^{-\omega_1\xi}-a_2e^{\omega_1\xi})\,\mathrm{tg}\sqrt{a_1a_2}\,\omega_1^2\tau}\right]$$

$$\eta^-=\frac{\varepsilon_{21}}{\omega_1^2}-\frac{a_1e^{-\omega_1 l}+a_2e^{\omega_1 l}}{a_1e^{-\omega_1\xi}+a_2e^{\omega_1\xi}}\left\{\frac{\varepsilon_{21}}{\omega_1^2}-\frac{\varepsilon_{22}}{\omega_2^2}\left[1-\exp\{\omega_2 l\}\times\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\left(e^{\omega_2 l}+b_1\omega_2^2\sigma_1/\delta\sigma_2\left(\tau-\frac{1}{\omega_1^2\sqrt{a_1a_2}}\,\mathrm{arctg}\frac{\sqrt{a_1/a_2}(e^{\omega_1 l}-e^{\omega_1\xi})}{1+(a_2/a_1)e^{\omega_1(l+\xi)}}\right)\right)^{-1}\right]\right\}$$

Поступило 17 III 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Kawabata H. Free surface and interface of two layer's liquids through porous media by pumping up. J. Sci. Hiroshima Univ., A, 1960, vol. 24, No. 2.
2. Пеньковский В. И., Рыбакова С. Т. Приток двух жидкостей к совершенной галерее и скважине в слоистых грунтах. Изв. АН СССР, МЖГ, 1966, № 4.

ЗАМЕЧАНИЯ К СТАТЬЕ Л. В. ГОГИША «ИССЛЕДОВАНИЕ КОРОТКИХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СОПЕЛ» (МЖГ, 1966, № 2, стр. 175—180)

В статье рассмотрен вопрос об увеличении тяги плоских сопел путем создания потоков с ударными волнами, влияние которых распространяется до стенок этих сопел. В ней утверждается, что построение очень коротких сопел на основе известных решений вариационных задач «оказывается не всегда возможным», вследствие чего «это позволяет предполагать, что при еще большей степени укорочения целесообразно использовать сопла со слабыми скачками уплотнения». В подтверждение указанного привлекаются рассуждения со струйкой тока и эксперимент. Таким образом, у читателя может создаться впечатление, что такие сопла с ударными волнами при некоторых исходных данных дают максимальную тягу.

В действительности, к настоящему времени получено исчерпывающее решение задачи о построении сопла максимальной тяги при любых габаритах. Сам автор ссылается на работу [1], в которой подводится итог этих исследований, но вопреки фактам утверждает, что «область существования этих решений в физической плоскости ограничена». Следует вспомнить, что в работе [2] исследован вопрос о безударности течений в области влияния контура оптимального сопла, а в работе [1] перечислены все типы решений задачи для сопел любых габаритов и показано, что все эти решения приводят к безударным течениям в области влияния. В той же работе [2] была исследована схема решения с ударной волной в области влияния и показано, что такое решение не реализуется.

Несправедливость утверждения Л. В. Гогиша легко выявляется и из аппарата, использованного в статье. Рассуждения со струйкой тока логически неправильны, поскольку увеличение тяги струйки, вызванное поворотом в ударной волне, не сравнивается с превосходящим его увеличением тяги при изэнтропическом повороте. Сравнение экспериментальных результатов с расчетами тяги отрезков идеальных сопел также не является доказательством справедливости утверждений автора. Действительно, из выбранных отрезков сопел четыре наиболее крутых не удовлетворяют необходимому неравенству в концевой точке [1] даже при нулевом противодавлении, и поэтому не являются оптимальными. Относительно пятого отрезка ничего сказать нельзя, так как в статье не указана величина противодавления.

А. Н. Крайко, Д. А. Мельников, У. Г. Пирумов, А. А. Сергеенко, Л. Е. Стернин, Ю. Д. Шмыглевский

Поступило 14 VI 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Крайко А. Н., Наумова И. Н., Шмыглевский Ю. Д. К построению тел оптимальной формы в сверхзвуковом потоке. ПММ, 1964, т. 28, вып. 1.
2. Шмыглевский Ю. Д. Некоторые вариационные задачи газовой динамики. Тр. ВЦ АН СССР, 1963.

ОТВЕТ НА ЗАМЕЧАНИЯ А. Н. КРАЙКО И ДР. ПО СТАТЬЕ Л. В. ГОГИША «ИССЛЕДОВАНИЕ КОРОТКИХ СВЕРХЗВУКОВЫХ СОПЕЛ»

Основной вывод обсуждаемой статьи заключается в том, что экспериментально полученная тяга коротких сопел с пристеночными скачками в некоторых случаях оказывается большей, чем тяга отрезка кратчайшего сопла с равномерным потоком на выходе, проведенного через те же концевые точки. (Ко времени выполнения работы в 1960 г. такое профилирование считалось оптимальным). В статье не утверждается, что рассмотренные (афинно-укороченные) сопла со скачками дают максимальную тягу и не высказывается никаких сомнений в отношении работ авторов замечаний.

Однако, поскольку в «замечаниях» их авторы, очевидно, имея в виду работу [1], впервые претендуют на «исчерпывающее решение задачи о построении сопла максимальной тяги при любых габаритах», то следует указать, что в действительности это решение получено в определенной ограниченной постановке, в частности, при постоянном давлении на торце сопла. При этом выпадают из рассмотрения такие практически важные задачи, как, например, построение оптимального ступенчатого сопла (с фиксированной длиной профилированной части и приставкой), выбор размеров и формы торца с учетом влияния потока на донное давление, а также некоторые другие.

Отметим, что измеренные в обсуждаемой работе величины тяг некоторых сопел со скачками оказываются близкими к тяге оптимальных (по работе [1]) сопел при нулевом давлении на плоских торцах. Этот экспериментальный результат подтверждается приближенным двумерным расчетом (4°, фиг. 6) и является дополнительным аргументом в пользу постановки и рассмотрения вопроса о коротких соплах с пристеночными скачками.

Наконец, нельзя согласиться с более мелким возражением против использования одномерной модели. В обсуждаемой статье из элементарного рассмотрения струйки тока (1°, фиг. 1) установлен нетривиальный факт, что поворот потока в косом скачке может повышать тягу. Аналогичная ситуация возникает в пристеночных струйках тока коротких сопел со скачками, и установленный факт качественно правильно объясняет полученные результаты.

Л. В. Гогиш, Г. Ю. Степанов