

ИССЛЕДОВАНИЕ КАПИЛЛЯРНОЙ ПРОПИТКИ ПОРИСТЫХ СРЕД ПРИМЕНИТЕЛЬНО К МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОЦЕССА ВЫТЕСНЕНИЯ ГАЗА ВОДОЙ

В. Н. МАРТОС, В. М. РЫЖИК

(Москва)

Моделирование процессов линейного вытеснения несмешивающихся жидкостей и, в частности, вытеснения газа водой из макрооднородных пористых сред предполагает использование ряда безразмерных критериев подобия [1], среди которых наиболее важными динамическими параметрами будут $\pi_1 = \mu l / \sigma$ и $\pi_2 = \mu l / \sigma \sqrt{k}$. Здесь μ — вязкость, u — скорость фильтрации на входе в модель, σ — поверхностное натяжение, l — характерный линейный размер, k — проницаемость пористой среды.

Параметр π_1 , представляющий отношение динамического градиента давления к капиллярному на расстояниях порядка размера пор, определяет распределение фаз в порах и тем самым — фазовые проницаемости. Однако в большинстве случаев значение π_1 в экспериментах остается достаточно малым, что дает возможность не требовать выполнения равенства π_1 на модели и в натуре, так как при малых значениях этого параметра показатели вытеснения от него не зависят.

Параметр π_2 определяет отношение скорости вытеснения к скорости капиллярной пропитки и существенно влияет на величину коэффициента вытеснения в случае неоднородных и условно макрооднородных пористых сред.

Модели несцементированных пористых сред создаются обычно заполнением плоских или цилиндрических сосудов каким-либо сыпучим материалом (стеклопорошок, кварцевый песок и т. д.), который затем уплотняется вибрацией или иными методами. Наблюдения за набивкой прозрачных моделей пласта свидетельствуют, что при уплотнении пористой среды, созданной из широких фракций песка и, тем более, смеси песка с маршалитом, происходит расслоение заполняющего материала. Более мелкие фракции песка и маршалита просеиваются через решетку из более крупных зерен, в результате чего образуются видимые невооруженным глазом чередующиеся малопроницаемые прослой.

Такого рода пористые среды, проницаемость которых меняется на небольших расстояниях, встречаются и в естественных условиях. Считать их макрооднородными можно лишь условно, прибегая к осреднению. В этом случае капиллярные эффекты в пласте не определяются только поверхностным натяжением и средней проницаемостью. Определение капиллярного давления и скорости пропитки расчетным путем без учета макронеоднородности может при интерпретации экспериментальных данных по вытеснению привести к искажению качественных закономерностей. Выходом из положения служит экспериментальное определение параметров пропитки в каждом отдельном случае. Обработка экспериментальных данных по пропитке с использованием решения соответствующей задачи теории фильтрации позволяет выделить некоторые параметры, характеризующие довольно широкие классы пористых сред.

Правильное определение параметров пористой среды по данным пропитки может быть сделано только с учетом остаточного газа, т. е. с учетом зависимости капиллярного давления и относительных проницаемостей от насыщенности. В такой постановке задача о капиллярной пропитке линейного образца пористой среды рассматривалась в работе [2]. При пренебрежении вязкостью газа было получено следующее уравнение для водонасыщенности s :

$$\partial s / \partial t - a^2 \partial^2 \Phi / \partial x^2 = 0 \quad (1)$$

$$a^2 = \frac{\sigma \cos \theta}{\mu} \frac{\sqrt{k}}{\gamma m}, \quad \Phi(s) = - \int_0^s f_1(s) J'(s) ds, \quad J(s) = \frac{P_c(s)}{\sigma \cos \theta} \frac{\sqrt{k}}{\gamma m}$$

Здесь $f_1(s)$ — относительная проницаемость для воды, $p_c(s)$ — капиллярное давление, $J(s)$ — так называемая функция Леверетта. Относительная проницаемость для смачивающей фазы $f_1(s)$, если она является одновременно и вытесняющей фазой, обычно с достаточной точностью может быть представлена в виде s^λ (где $\lambda > 1$). Функцию $J(s)$ для условий пропитки можно аппроксимировать одной из формул

$$J(s) = C_1 - B_1 s^\alpha \quad \text{или} \quad J(s) = B_2 s^{-\beta} + C_2 \quad (\alpha > 0, \beta > 0)$$

Поэтому функцию $\Phi(s)$ можно представить в виде

$$\Phi(s) = A s^n \quad (A = \text{const}, \quad n = \lambda + \alpha \quad \text{или} \quad n = \lambda - \beta)$$

Анализ результатов многочисленных экспериментов показывает, что практически во всех интересных случаях $n > 1$. Полагая $a_0^2 = A a^2$, вместо уравнения (1)

получим

$$\partial s / \partial t - a_0^2 \partial^2 s^n / \partial x^2 = 0 \quad (2)$$

Решение задачи о пропитке при помощи уравнений (1) или (2) в общем случае может быть проведено только численно. Однако, если рассматривать образец бесконечной длины, начальная насыщенность которого s_0 постоянна, то задача будет автомодельной, т. е. s будет функцией комбинации $x / a_0 t^{0.5} = \xi$. Тогда уравнение (2) перейдет в следующее обыкновенное дифференциальное уравнение:

$$\frac{d^2 s^n}{d\xi^2} + \frac{\xi}{2} \frac{ds}{d\xi} = 0 \quad (3)$$

которое нужно решить при условиях $s = s_*$ при $\xi = 0$ (на входе) и $s = s_0$ при $\xi \rightarrow \infty$. Решения уравнения вида (3) были подробно исследованы в работе Г. И. Баренблатта [3].

Рассмотрим вначале случай $s_0 = 0$, т. е. пропитку первоначально сухого образца. Тогда, как можно показать [2, 3] функция $s(\xi)$ обращается в нуль в некоторой точке $\xi = c$ (фиг. 1) и при $\xi \rightarrow c$ должна удовлетворять некоторому условию, следующему из конечной скорости движения воды. Отсюда следует, что решения такого вида можно применять и для образцов конечной длины, хотя только до подхода фронта к выходному сечению.

Используем одно свойство решений уравнения (3), полученное в работе [3].

Если некоторая функция $s = \varphi_1(\xi)$ удовлетворяет уравнению (3), то функция

$$s = c^{2/(n-1)} \varphi_1(\xi / c) \quad (4)$$

где $c = \text{const}$, также будет решением этого уравнения. Соотношение (4) позволяет найти связь между насыщенностью на входе $s(0) = s_*$ и c в следующем виде (здесь $\varphi_1(\xi)$ выбрано так, что $\varphi_1(1) = 0$):

$$s_* = c^{2/(n-1)} \varphi_1(0), \quad c = \left[\frac{s_*}{\varphi_1(0)} \right]^{1/2(n-1)} \quad (5)$$

Если обозначить координату «фронта насыщенности» x_0 , то $c = x_0 / a_0 t^{0.5}$ и, следовательно

$$x_0 = \left[\frac{s_*}{\varphi_1(0)} \right]^{1/2(n-1)} a_0 t^{0.5} \quad (6)$$

Функция $\varphi_1(0)$, так же как и A и n , есть безразмерная величина, зависящая от вида кривых $f_1(s)$ и $J(s)$. Полагая $N = A^{0.5} [\varphi_1(0)]^{-1/2(n-1)}$, имеем

$$x_0 = N s_*^{1/2(n-1)} a t^{0.5} = N s_*^{1/2(n-1)} \left(\frac{\sigma \cos \theta}{\mu} \right)^{0.5} \left(\frac{k}{m} \right)^{0.25} t^{0.5} \quad (7)$$

Для данного образца все параметры пористой среды и жидкости остаются постоянными или периодически колеблются около средних значений по длине. Таким образом, графически динамика пропитки в координатах x_0 и \sqrt{t} изображается прямой (кривая 1 на фиг. 2), наклон которой

$$D = N s_*^{1/2(n-1)} (\sigma \cos \theta)^{0.5} \mu^{-0.5} k^{0.25} m^{-0.25}$$

представляет собой интегральную характеристику способности данной пористой среды впитывать в себя воду. Эту величину будем называть капилляропроводностью.

Из соображений размерности и физического смысла параметра λ_2 можно получить критерий подобия $L = ul / D^2$, автоматически учитывающий ряд параметров, определяющих газоотдачу, измерение которых иными методами затруднительно или вообще невозможно. Для макрооднородных пористых сред параметр L более полно и точно, чем λ_2 , определяет соотношение движущихся сил в пласте.

Рассмотрим теперь другую величину, которая также может быть измерена в опытах — количество впитываемой жидкости V . Очевидно

$$V = F m \int_0^\infty (s - s_0) dx \quad (\text{при } t = \text{const}) \quad (8)$$

где F — площадь поперечного сечения образца.

Полагая $x = \xi at^{0.5}$ и учитывая описанные выше свойства решения, имеем при $s_0 = 0$

$$V = Fma_0 t^{0.5} \int_0^c s(\xi) d\xi \quad (9)$$

Выразим интеграл, входящий в формулу (9), через величину s_* . Положим

$$\begin{aligned} K(s_*) &= \int_0^c s(\xi) d\xi = c^{2/(n-1)} \int_0^c \varphi_1(\xi/c) d\xi = \\ &= s_*^{1/2(n+1)} [\varphi_1(0)]^{-1/2(n-1)} \int_0^1 \varphi_1(\eta) d\eta = Ms_*^{1/2(n+1)} \quad (M = \text{const}) \end{aligned}$$

Отсюда

$$\frac{V}{Fm} = N_1 s_*^{1/2(n+1)} at^{0.5} \quad (N_1 = \text{const}) \quad (10)$$

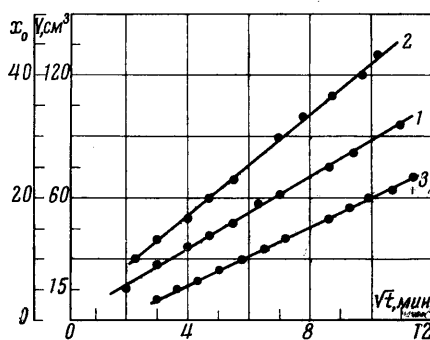
Формула (10) позволяет определить D по наклону прямой $V(\sqrt{t})$, полученной экспериментально (кривая 2 на фиг. 2). В этом случае $D = V / Fms_m t^{0.5}$, где s_m — средняя текущая водонасыщенность образца. Для данной пористой среды значения D , определенные по перемещению фронта пропитки и по впитавшемуся объему воды, не отличаются друг от друга. Значительно больший интерес представляет способ определения капиллярпроводности по впитавшемуся объему при $s_0 \neq 0$, когда визуально наблюдать перемещение фронта пропитки невозможно.

В общем случае, когда $s_0 \neq 0$, автоматичность задачи сохраняется, однако простых формул типа (7) и (10) получить не удастся. Из формулы (8) получаем выражение для впитавшегося объема

$$V = Fma_0 t^{0.5} \int_0^\infty [s(\xi) - s_0] d\xi$$

или

$$\frac{V}{Fma_0 t^{0.5}} = K(s_*, s_0) \quad (11)$$



Фиг. 2

(Интеграл есть функция s_* и s_0). Исследование решений для некоторых частных случаев позволяет предположить, что приближенно можно использовать равенство

$$K = K_1(s_*) (s_* - s_0), \quad K_1 = N_1 s_*^{1/2(n-1)} \quad (12)$$

Выражение для K_1 получено из сравнения с формулой (10).

Окончательно из формул (11), (12) получаем

$$V = N_1 Fma_0 t^{0.5} s_*^{1/2(n-1)} (s_* - s_0) \quad (13)$$

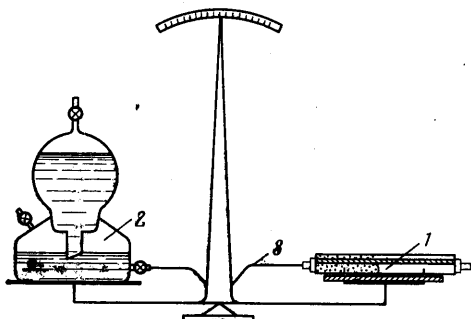
Построив экспериментальную прямую (кривая 3 на фиг. 2) пропитки $V = V(\sqrt{t})$, капиллярпроводность можно определить как

$$D_* = \frac{\Delta V}{Fm(s_* - s_0)\Delta(\sqrt{t})} \quad (14)$$

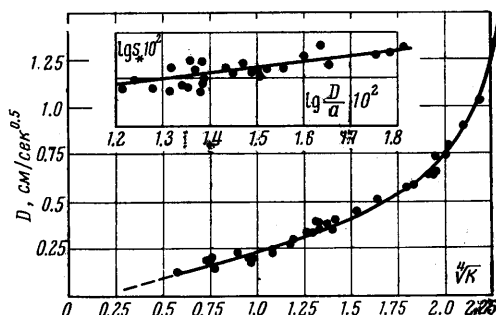
Величина s_* определяется здесь как предельная водонасыщенность, устанавливающаяся в образце после полного прекращения впитывания воды.

Капиллярпроводность D_* газоводонасыщенного образца пористой среды может использоваться при моделировании процессов вытеснения газа водой в условиях $s_0 \neq 0$. Аналогично вышеизложенному, $L_* = ul/D_*^2$ будет достаточно точно представлять соотношение движущих сил в пласте.

Для проведения опытов использовались стеклянные трубки длиной 30–40 см и с внутренним диаметром 25–40 мм, заполненные смесью клинского песка с маршалитом. С торцов трубка герметично закрывается крышками из плексигласа, одна из которых — съемная. После измерения пористости и проницаемости образец пропит-



Фиг. 3



Фиг. 4

тывается дистиллированной водой при атмосферном давлении и комнатной температуре. В экспериментах используются весы, прибор, поддерживающий уровень воды на входе в образец, и секундомер. Трубка помещается на одну чашку весов, на другую устанавливается сосуд с жидкостью, имеющий устройство для поддержания постоянного уровня, соединенный с образцом гибкой резиновой трубкой, обеспечивающей достаточно высокую точность взвешивания (0,1 г, см. Фиг. 3). В ходе эксперимента фиксируется расстояние, пройденное фронтом пропитки, увеличение веса образца, т. е. V , и время.

На основании полученных данных была сделана попытка оценить степень влияния отдельных параметров на величину капиллярной проницаемости. Было предположено, что структуры пористых сред, использовавшихся в экспериментах, подобны в среднем, что θ оставалась постоянной и что влиянием величины s_* можно пренебречь. В этом предположении была построена кривая (Фиг. 4) зависимости $D(k^{0.25})$ для опытов при $s_0 = 0$. В случае справедливости сделанных предположений эта зависимость должна быть линейной. Вид кривой свидетельствует, однако, что пренебрегать влиянием прочих параметров нельзя. Тем не менее, в узких интервалах изменения проницаемости и при k , не превышающих 6–8 дарси, полученную зависимость для практических целей можно аппроксимировать отрезками прямой. Для оценки влияния s_* , которое отмечалось ранее в работах А. А. Кочешкова и др. [4], и определения структурных параметров N и n , в логарифмических координатах была построена зависимость $s_* = f(D/a)$ (Фиг. 4). Оказалось, что $N \approx 1$ и $1/2(n-1) \approx 9.0$. В результате была получена эмпирическая зависимость

$$D = as_*^9 \quad (15)$$

Следует отметить, что эта зависимость была получена только для использованных в опытах несцементированных пористых сред в предположении, что $\cos \theta = \text{const}$. Поэтому при моделировании вытеснения газа водой из иных пористых сред и при переменной смачиваемости лучше непосредственно определять D для каждого случая.

Авторы благодарят Н. В. Анохину за участие в проведении экспериментов.

Поступило 28 VII 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Эфрос Д. А., Исследование фильтрации неоднородных систем. Гостоптехиздат, 1963.
2. Рыжик В. М. О механизме капиллярной пропитки пористой среды. Изв. АН СССР, ОТН, Механика и машиностроение, 1959, № 6.
3. Баренблатт Г. И. Об автомодельных движениях сжимаемой жидкости в пористой среде. ПММ, 1952, т. 16, вып. 6.
4. Кочешков А. А., Кусаков М. М., Лубман Н. М. Механизм капиллярной пропитки и капиллярного вытеснения в пористых средах. Изв. высш. учебн. завед., Нефть и газ, 1958, № 11.