

**СУММАРНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАЗИСТАЦИОНАРНОГО ОБТЕКАНИЯ
РЕШЕТКИ ПРОИЗВОЛЬНЫХ ПРОФИЛЕЙ, КОЛЕБЛЮЩИХСЯ
С ПРОИЗВОЛЬНЫМ СДВИГОМ ФАЗ**

Б. Э. КАПЕЛОВИЧ, Г. С. САМОЙЛОВИЧ (Москва)

Задача обтекания решетки произвольных профилей, колеблющихся с произвольным сдвигом фаз, рассмотрена в работе [1]. Колебания профилей с постоянной циркуляцией рассмотрены в точной постановке. При колебании профилей с изменением циркуляции решается квазистационарная задача.

В данной работе приводятся результаты расчета на электронной вычислительной машине «Урал-2» суммарных характеристик (индуцированных циркуляций и коэффициентов влияния) для типичных аэродинамических решеток, применяемых в турбомашинах.

1. Рассмотрим обтекание произвольной аэродинамической решетки, профили которой совершают малые колебания. Назовем один из профилей основным и дадим ему номер $m = 0$. Пусть составляющие скорости колебаний профиля m равны

$$U(m) = U(0) \cos m\alpha, \quad V(m) = V(0) \cos m\alpha$$

Решение задачи обтекания решетки в квазистационарной постановке [1] сведено к нахождению дополнительных скоростей в плоскости эквивалентной решетки кругов. Для бесциркуляционного обтекания

$$v_s = \cos m\alpha \sum_{n=1}^{\infty} \{ [2(-1)^{n-1}n! C_n - n\delta_n] \cos n\theta - [2(-1)^{n-1}n! A_n + n\gamma_n] \sin n\theta \} + \\ + 2 \sin m\alpha \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1}n! [D_n \cos n\theta - B_n \sin n\theta]$$

Коэффициенты A, B, C, D находятся из четырех систем бесконечных уравнений

$$\begin{aligned} -(-1)^{n-1}(n-1)! A_n \sum_k^{\infty} \frac{(2k-1)! q^{2k} c_k}{n! 2^{2k-1}} A_{2k-n} - \sum_k^{\infty} \frac{(2k)! q^{2k+1} s_k}{n! 2^{2k}} D_{2k-n+1} &= \gamma_n \\ (-1)^{n-1}(n-1)! C_n + \sum_k^{\infty} \frac{(2k-1)! q^{2k} c_k}{n! 2^{2k-1}} C_{2k-n} + \sum_k^{\infty} \frac{(2k)! q^{2k+1} s_k}{n! 2^{2k}} B_{2k-n+1} &= \delta_n \\ (-1)^{n-1}(n-1)! D_n + \sum_k^{\infty} \frac{(2k-1)! q^{2k} c_k}{n! 2^{2k-1}} B_{2k-n} + \sum_k^{\infty} \frac{(2k)! q^{2k+1} s_k}{n! 2^{2k}} A_{2k-n+1} &= 0 \\ -(-1)^{n-1}(n-1)! B_n + \sum_k^{\infty} \frac{(2k-1)! q^{2k} c_k}{n! 2^{2k-1}} B_{2k-1} + \sum_k^{\infty} \frac{(2k)! q^{2k+1} s_k}{n! 2^{2k-1}} C_{2k-n+1} &= 0 \end{aligned}$$

Для чисто циркуляционного обтекания

$$v_s^{\circ} = \left[\frac{\Gamma_0'}{2\pi} - 2 \frac{\Gamma_0'}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} n! C_n^{\circ} \cos n\theta - 2 \frac{\Gamma_0''}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} n! A_n^{\circ} \sin n\theta \right] \cos m\alpha + \\ + \left[\frac{\Gamma_0''}{2\pi} - 2 \frac{\Gamma_0''}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} n! D_n^{\circ} \cos n\theta - 2 \frac{\Gamma_0'}{2\pi} \sum_{n=1}^{\infty} n! B_n^{\circ} \sin n\theta \right] \sin m\alpha$$

Коэффициенты $A^{\circ}, B^{\circ}, C^{\circ}$ и D° находятся из системы бесконечных уравнений

$$-(n-1)! C_n^{\circ} + \sum_k^{\infty} \frac{(2k-1)! q^{2k} c_k}{2^{2k-1}n!} C_{2k-n}^{\circ} + \sum_k^{\infty} \frac{(2k)! q^{2k+1} s_k}{2^{2k}n!} B_{2k-n+1}^{\circ} = \frac{q^n c_{1/2n}}{2^{n-1}n} \\ (n, = 2, 4, 6, \dots)$$

$$-(n-1)! B_n^\circ + \sum_k \frac{(2k-1)! q^{2k} c_k}{2^{2k-1} n!} B_{2k-n}^\circ + \sum_k \frac{(2k)! q^{2k+1} s_k}{2^{2k} n!} C_{2k-n+1}^\circ = \frac{q^n s_{\frac{1}{2}(n-1)}}{2^{n-1} n}$$

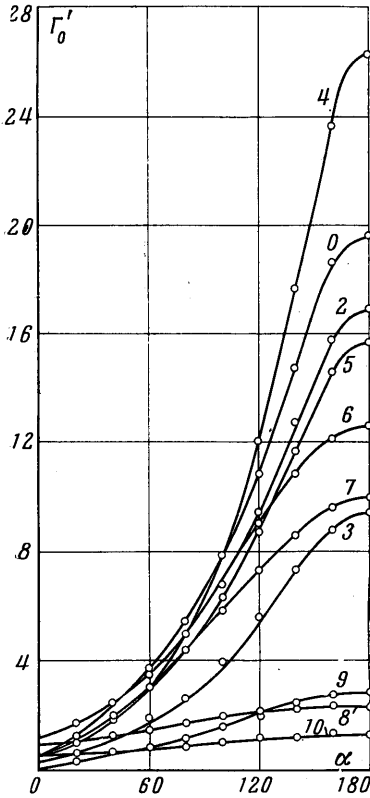
$$A^\circ = -B^\circ, \quad C^\circ = D^\circ \quad (n = 1, 3, 5, \dots)$$

Значение дополнительной циркуляции на профиле, вызванной колебаниями

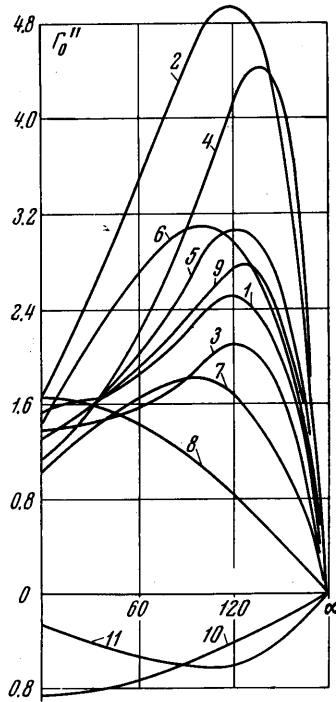
$$\Gamma_0 = \Gamma_0' \cos \alpha + \Gamma_0'' \sin \alpha$$

Значения Γ_0' и Γ_0'' определяются при помощи постулата Чаплыгина — Жуковского в квазистационарной постановке.

2. Значения безразмерных дополнительных циркуляций Γ_0' и Γ_0'' для одиннадцати



Фиг. 1



Фиг. 2

решеток при различных сдвигах фаз приведены на фиг. 1 и 2, где

$$\Gamma_0' = \Gamma' / t \sqrt{U^2 + V^2}, \quad \Gamma_0'' = \Gamma'' / t \sqrt{U^2 + V^2} \quad (t - \text{шаг решетки})$$

При вычислениях предположено, что колебания происходят перпендикулярно хорде, параллельной оси минимального момента инерции профиля.

Приводим основные характеристики решеток различных типов (геометрические характеристики профилей взяты из [2])

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	А	Р	Р	Р	А	А	А	А	—	К	К
t/b	0.590	0.619	0.630	0.562	0.635	0.656	0.637	0.619	1.111	0.619	1.226
β	78°	35°	46°	46°	75°	81°	78°	67°	25°	53°	27°
q	0.846	0.854	0.877	0.856	0.900	0.851	0.751	0.702	0.514	0.725	0.462

В таблице приняты обозначения: t/b — относительный шаг, b — хорда профиля, β — угол установки, q — относительная густота эквивалентной решетки кругов. Буквы А, Р и К обозначают соответственно активные, реактивные и компрессорные решетки.

На фиг. 3 приведены три типичные решетки соответственно из серии А, Р и К. Отметим, что кривые Γ_0' рассмотрены в диапазоне $0 < \alpha < 2\pi$, так как при крайних значениях угла α кривые терпят разрыв. Это связано с тем, что при $\alpha \neq 0$ дополнительные циркуляции не индуцируют скорости в бесконечности, а при $\alpha = 0$ такая скорость индуцируется. Значения Γ_0' при $\alpha = 0$ (и $\alpha = 2\pi$) на графике не отмечены, так как они находятся элементарно при расчете стационарного обтекания решетки. Графики показывают значительные взаимные влияния профилей густой решетки при сдвиге фаз $\alpha = \pi$.

3. Как отмечено в [1], решение задачи обтекания решетки профилей, колеблющихся с произвольным сдвигом фаз, решает задачу об обтекании решетки с профилями, колеблющимися по произвольному закону.

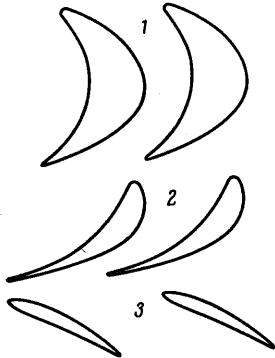
Предположим заданной скорость колебания m -го профиля $V(m)$. Эту скорость можно представить как результат сложения колебаний решетки с различными сдвигами фаз α

$$V(m) = \int_0^{\pi} V_1(0, \alpha) \cos m\alpha \, d\alpha + \int_0^{\pi} V_2(0, \alpha) \sin m\alpha \, d\alpha$$

Здесь $V_1(0, \alpha)$ и $V_2(0, \alpha)$ — скорости колебания профиля при изменении скорости колебаний от профиля к профилю соответственно по закону $\cos m\alpha$ и $\sin m\alpha$.

Запишем это же условие для профиля $-m$

$$V(-m) = \int_0^{\pi} V_1(0, \alpha) \cos m\alpha \, d\alpha - \int_0^{\pi} V_2(0, \alpha) \sin m\alpha \, d\alpha$$



Фиг. 3

Складывая и вычитая, получим

$$\frac{1}{2} [V(m) + V(-m)] = \int_0^{\pi} V_1(0, \alpha) \cos m\alpha \, d\alpha$$

$$\frac{1}{2} [V(m) - V(-m)] = \int_0^{\pi} V_2(0, \alpha) \sin m\alpha \, d\alpha$$

Эти выражения можно рассматривать как коэффициенты ряда Фурье, по которым можно восстановить искомые функции

$$V_1(0, \alpha) = \frac{V(0)}{\pi} + \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} [V(m) + V(-m)] \cos m\alpha$$

$$V_2(0, \alpha) = \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^{\infty} [V(m) - V(-m)] \sin m\alpha$$

Функции $V_1(0, \alpha)$ и $V_2(0, \alpha)$ можно рассматривать как спектральные плотности. Циркуляция вокруг профиля найдется по формуле

$$\Gamma(m) = \int_0^{\pi} V_1(0, \alpha) \Gamma_0'(0, \alpha) \cos m\alpha \, d\alpha + \int_0^{\pi} V_2(0, \alpha) \Gamma_0''(0, \alpha) \sin m\alpha \, d\alpha$$

Назовем коэффициентом влияния отношение $K(m) = \Gamma(m) / \Gamma(0)$.

Здесь $\Gamma(m)$ — циркуляция, индуцированная вокруг профиля при условии, что только профиль $m = 0$ колеблется, а остальные неподвижны

$$K(m) = \int_0^{\pi} \Gamma_0' \cos m\alpha \, d\alpha \left(\int_0^{\pi} \Gamma_0' \, d\alpha \right)^{-1}$$

Приводим значения первых четырех коэффициентов влияния для рассматриваемых решеток.

	1	2	3	4	5	6	7
$K(0)$	1	1	1	1	1	1	1
$K(1)$	-0.514	-0.534	-0.562	-0.528	-0.593	-0.513	-0.434
$K(2)$	-0.096	0.114	0.119	0.101	0.182	0.103	0.035
$K(3)$	-0.043	-0.030	-0.041	-0.037	-0.077	-0.048	-0.023
$K(4)$	0.002	0.001	0.000	0.009	0.015	0.000	0.009

	8	9	10	11
$K(0)$	1	1	1	1
$K(1)$	-0.375	-0.202	-0.421	-0.173
$K(2)$	0.028	0.033	0.023	0.030
$K(3)$	-0.016	-0.014	-0.001	-0.015
$K(4)$	0.009	0.012	0.000	0.001

Коэффициент влияния весьма быстро убывает с ростом номера профиля. В редких решетках влиянием соседних профилей можно пренебречь.

Поступило 18 VIII 1966

ЛИТЕРАТУРА

- Самойлович Г. С. К расчету нестационарного потока вокруг решетки произвольных профилей, вибрирующих с произвольным сдвигом физ. ПММ, 1962, т. 26, вып. 1.
- Жуковский М. И. Расчет обтекания решеток профилей турбомашин. Машгиз, 1960.

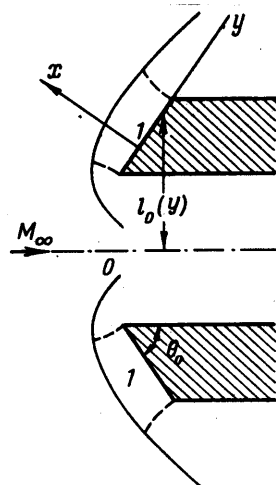
О НЕВЯЗКОМ ОБТЕКАНИИ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ТЕЛА С ПРОТОКОМ В РЕЖИМЕ С КОЛЬЦЕВОЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКОЙ ОБЛАСТЬЮ

С. К. БЕТЯЕВ (Москва)

Режим обтекания с кольцевой эллиптической областью между ударной волной и телом с протоком реализуется, когда отношение диаметра протока к характерной толщине корпуса достаточно велико, а противодействие достаточно мало. В настоящей работе рассмотрено применение метода интегральных соотношений в первом приближении к расчету такого течения. Расчеты примеров выполнены на ЭВМ.

§ 1. Постановка задачи. Известны [1] два режима сверхзвукового обтекания тел с протоком: режим с выбитой (отошедшей) головной волной, характеризующийся наличием односвязной эллиптической области, и режим обтекания с кольцевой эллиптической зоной. При прочих равных условиях первый из них реализуется, когда относительная (отнесенная, например, к характерному диаметру протока) толщина корпуса достаточно велика, второй — когда, наоборот, относительная толщина достаточно мала. Схема течения с кольцевой эллиптической зоной показана на фиг. 1 (I — эллиптическая область, пунктирные линии — линии, лежащие на звуковой поверхности и плоскости разреза, сплошная линия — ударная волна). С уменьшением относительной толщины корпуса кольцевая эллиптическая зона уменьшается по своим размерам, но лишь в математически идеализированном случае, когда радиус затупления кромки равен нулю (и угол между касательной к образующей и осью симметрии меньше критического на определенную конечную величину), она исчезает, скачок уплотнения становится присоединенным к телу.

Режим обтекания с кольцевой эллиптической зоной характерен тем, что обтекание носовой части тела не зависит от формы протока за внутренней предельной характеристикой и может быть исследовано подобно тому, как определяется обтекание сверхзвуковым потоком плоского тела [2]. Поместим начало координат в некоторой, пока произвольной точке носовой части тела, ось y направим вдоль образующей, а ось x — по нормали к ней (выбор такой системы координат оправдан в том случае, если из любой точки рассматриваемой области можно провести к образующей только



Фиг. 1