Подставляя найденные выражения для u_1, v_1, T_1, p_1 в (13), аналогично предыдущему из условий разрешимости получаем некоторое трансцендентное уравнение относительно s, S, R, θ, K. Его снова приходится решать итеративными методами. Если присоединить к первым трем условиям (13) на поверхности условие $v_1 = u_0 f'$, то можно вычислить точные значения u_1, v_1, T_1, p_1, ρ_1.

Решение задачи для плоской струи сжимаемой жидкости вполне аналогично рассмотренному, именно, ищем неизвестные задачи в виде

$$u_1 = u_0 U \exp\frac{-sx}{h}\cos\frac{\lambda y}{h}, \qquad v_1 = u_0 V \exp\frac{-sx}{h}\sin\frac{\lambda y}{h}, \qquad T = T_0 T \exp\frac{-sx}{h}\cos\frac{\lambda y}{h}$$

$$p_1 = \rho_0 u_0^2 P \exp\frac{-sx}{h}\cos\frac{\lambda y}{h}, \qquad \rho = \rho_0 \Pi \exp\frac{-sx}{h}\cos\frac{\lambda y}{h}$$

Повторяя выкладки, приходим к тем же корням, что и (17).

Алгоритм решения этой задачи отличается от предыдущего только тем, что следует заменить $J_0(\lambda y)$ на $\cos\lambda y$, а $J_1(\lambda y)$ на $\sin\lambda y$.

Приводим результаты вычислений значений чисел Рейнольдса для ряда значений s и при фиксированных значениях параметров K, S, θ.

Вязкая сжимаемая жидкость. Плоская струя

$s = 0{,}20$,	0.30,	0.40,	0.50,	0.60,	0.70,	0.80	
$R = 67$,	48,	37,	30,	25,	21,	18	$(K = 1.0,\ S = 1.0,\ \theta = 1.0)$
$R = 64$,	45,	35,	29,	24,	20,	17	$(K = 7.0,\ S = 1.0,\ \theta = 1.0)$

Вязкая сжимаемая жидкость. Осесимметричная струя

$s = 0.20$	0.30,	0.40,	0.50,	0.60,	0.70	
$R = 51$,	35,	27,	21,	17,	15	$(K = 1.0,\ S = 1.0,\ \theta = 1.0)$
$R = 46$,	31,	24,	19,	15,	13	$(K = 7.0,\ S = 1.0,\ \theta = 1.0)$

Поступило 8 VI 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости. Физматгиз, 1961.
2. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Изд-во «Наука», 1964.
3. Reizzner H. Achialsimmetrisher, freie Flüssigkeitsstruhlen mit shwasher Kontraktion. Z. angew. Math. und Mech., B. 12, H 1.
4. Иванилов Ю. П. Асимптотика осесимметричной завихренной струи идеальной несжимаемой жидкости. ПММ, 1965, т. 29, вып. 3.
5. Кочин Н. Е., Кибель И. А., Зозе Н. В. Теоретическая гидромеханика, ч. II. Физматгиз, 1963.

ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О СИЛЬНОМ ТОЧЕЧНОМ ВЗРЫВЕ В ГОРЮЧЕЙ СМЕСИ

В. А. ЛЕВИН

(Москва)

Пусть в газообразной горючей смеси, которую считаем идеальным газом, с начальной плотностью ρ_0 происходит мгновенное выделение энергии E_0 в точке, на оси или плоскости симметрии. По газу распространяется мощная ударная волна, в которой полностью происходит сгорание. Эта волна является пересжатой волной детонации. Распространяясь по газу, с течением времени она переходит в обычную детонационную волну. Рассмотрим развитие процесса в приближенной постановке, основанной на методе Г. Г. Черного [1–3].

На поверхности волны должны выполняться соотношения

$$u_* = \frac{D}{\gamma+1}\left[1 + \sqrt{1 - 2(\gamma^2-1)Q/D^2}\right] \tag{1}$$

$$\rho_* = \rho_0 \frac{\gamma+1}{\gamma - \sqrt{1-2(\gamma^2-1)Q/D^2}}, \qquad p_* = \frac{\rho_0 D^2\left[1 + \sqrt{1-2(\gamma^2-1)Q/D^2}\right]}{\gamma+1}$$

Здесь Q — химическая энергия единицы массы горючей смеси, D — скорость волны, γ — отношение теплоемкостей (предполагается постоянной), u — скорость, p — давление. Начальным давлением пренебрегаем.

В моменты времени, близкие к начальному, выделившаяся энергия при взрыве много больше энергии, выделившейся в возмущенной области за счет химической реакции, и поэтому течение близко к тому, которое развивается при сильном взрыве. Это видно также из соотношений (1). Пока скорость D много больше скорости обычной детонационной волны $D_* = [2(\gamma^2 - 1)Q]^{1/2}$, то течение близко к течению при взрыве в обычном газе.

Можно оценить порядок расстояния, на котором происходит переход пересжатой детонационной волны в обычную детонацию. По мере роста размеров возмущенной области энергия, выделившаяся в результате химической реакции, становится порядка энергии взрыва и превосходит ее. Начиная с этого момента, взрывная волна переходит в детонационную.

Для оценки имеем

$$E_0 \sim \frac{\rho_0\sigma_\nu L^\nu Q}{\nu}, \quad \text{или} \quad L \sim \left(\frac{\nu E_0}{\sigma_\nu Q \rho_0}\right)^{1/\nu} \quad \left(\begin{matrix}\sigma_\nu = 2(\nu - 1)\pi + \delta_{1\nu} \\ \nu = 1, 2, 3\end{matrix}\right) \tag{2}$$

Для применения метода Г. Г. Черного нужно, чтобы при $\gamma \to 1$ почти весь газ собирался в узкий слой за волной. Это в действительности имеет место, пока $D > D_*$. Так как слой, в котором собрана почти вся масса газа, тонкий, то скорость в нем почти не меняется и равна скорости газа сразу за волной u_*. Запишем законы сохранения массы, импульса и энергии для этого слоя, предполагая его бесконечно тонким с массой, равной массе газа, захваченного волной

$$M = \frac{\sigma_\nu \rho_0 R^\nu}{\nu}, \qquad \frac{d}{dt} M u_* = \sigma_\nu R^{\nu-1} p_0 = \sigma_\nu R^{\nu-1} \alpha(R) p_*$$

$$\frac{M u_*^2}{2} + \frac{\sigma_\nu R^\nu \alpha(R) p_*}{\nu(\gamma - 1)} = E_0 + \frac{\sigma_\nu R^\nu \rho_0 Q}{\nu} \tag{3}$$

Здесь R — радиус волны, p_0 — давление в полости. Предполагается, что давление в полости связано с давлением на волне соотношением $p_0 = \alpha(R) p_*$, и противодавлением можно пренебречь. То, что давление в полости конечно, означает, что внутри полости имеется небольшая часть массы газа с большой температурой. В правой части закона сохранения энергии первый член представляет энергию взрыва, а второй — полную энергию, выделившуюся за счет сгорания вещества внутри волны.

Введем безразмерные переменные по формулам

$$z = \frac{D}{D_*} + \left(\frac{D^2}{D_*^2} - 1\right)^{1/2}, \qquad R^\nu = \frac{\nu E_0}{\sigma_\nu \rho_0 Q}\eta$$

Воспользовавшись тем, что $d / dt = D d / dR$, получим уравнение

$$\eta(z^2 + 1)\frac{dz}{d\eta} = \frac{z}{\eta} - \frac{2\gamma}{\gamma + 1} z^3 \tag{4}$$

Величина z меняется в пределах $1 \leqslant z < \infty$. Задача свелась к нахождению того решения уравнения (4), которое при $\eta \to 0$ переходит в решение задачи о сильном взрыве в той же постановке [3], т. е.

$$z|_{\eta \to 0} \to \left(\frac{2(\gamma + 1)}{3\gamma - 1}\right)^{1/2} \frac{1}{\sqrt{\eta}}$$

Покажем, что такое решение существует. Введем новую переменную по формуле

$$z^2 = \frac{2(\gamma + 1)}{3\gamma - 1} \frac{\varphi}{\eta} \tag{5}$$

Вместо уравнения (4) получим

$$\frac{d\varphi}{d\eta} = \frac{\eta\varphi + 2\varphi(1 - \varphi)}{\eta^2 + \eta\varphi(2\gamma + 1)/(3\gamma - 1)} \tag{6}$$

Теперь надо показать, что существует интегральная кривая уравнения (6), проходящая через точку $\varphi = 1$, $\eta = 0$. Но эта точка является особой. Особенность типа «седла». Поэтому имеются две интегральные кривые, проходящие через эту точку. Одной из них является $\eta = 0$, а другая как раз та, которую надо найти. Уравнение интегрировалось численно. Приводим некоторые результаты вычислений $D / D_* = K$ для некоторых значений η.

$\eta=$	0.01	0.1	0.2	0.4	0.6	1.0	2.0	
$K=$	7.108	2.273	1.702	1.336	1.196	1.079	1.007	($\gamma = 1.12$)
$K=$	6.901	2.213	1.662	1.311	1.178	1.069	1.004	($\gamma = 1.2$)
$K=$	6.142	1.997	1.520	1.223	1.115	1.033	1.000	($\gamma = 1.6$)

Видно, что пересжатая волна детонации, возникающая при взрыве, переходит в обычную детонационную волну на расстояниях порядка полученного из общих соображений выше (2), и чем ближе γ к единице, тем дальше происходит этот переход. Нужно заметить, что в окрестности точки перехода, где D / D_* очень близко к единице, применяемый приближенный метод перестает быть справедливым, так как не выполняется основное предположние о сгребании волной всей массы газа.

Полученные результаты можно использовать для оценок при обтекании затупленных тел гиперзвуковым потоком горючей смеси, используя аналогию с сильным взрывом [2], если известно, что обтекание происходит с образованием детонационной волны.

Поступило 6 VII 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Черный Г. Г. Задача о точечном взрыве. Докл. АН СССР, 1957, т. 112, № 2.
2. Черный Г. Г. Течения газа с большой сверхзвуковой скоростью. Физматгиз, 1959.
3. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. Физматгиз, 1963.

ОБ ОДНОМ ПРИБЛИЖЕННОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА ЛАМИНАРНОГО ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ

В. С. ЮФЕРЕВ

(Ленинград)

В теории пограничного слоя большое развитие получили приближенные однопараметрические методы, основная идея которых заключается в использовании вместо точных распределений скорости в сечениях пограничного слоя некоторого семейства профилей, зависящих от одного параметра. Связь между этим параметром и продольной координатой x определяется для каждого конкретного задания скорости внешнего потока при решении интегрального уравнения импульсов.

Для описания пограничного слоя проводящей жидкости в магнитном поле подобные методы должны быть уже двухпараметрическими, поскольку в уравнениях, кроме распределения внешней скорости, содержится еще одна произвольная функция — внешнее магнитное поле. До настоящего времени в магнитной гидродинамике использовался в основном метод Кармана — Польгаузена [1–4], в котором профиль скорости задается в виде многочлена. При этом, в отличие от непроводящей жидкости, на коэффициенты полинома должно быть наложено дополнительное условие [4]

$$\partial^3 u / \partial y^3 = 0 \qquad \text{при } y = 0 \tag{1}$$

Тогда все характеристики пограничного слоя можно выразить через два параметра

$$\Lambda = U'\delta^2 / \nu, \qquad \Lambda_m = \sigma B^2 \delta^2 / \rho\nu \tag{2}$$

Здесь δ — толщина пограничного слоя, u — продольная скорость в пограничном слое, U — скорость во внешнем потоке, ν — кинематическая вязкость, ρ — плотность, σ — проводимость.

Можно ожидать, что лучшие результаты будут достигнуты при использовании семейства профилей скорости, полученных при точных решениях некоторого класса задач пограничного слоя.