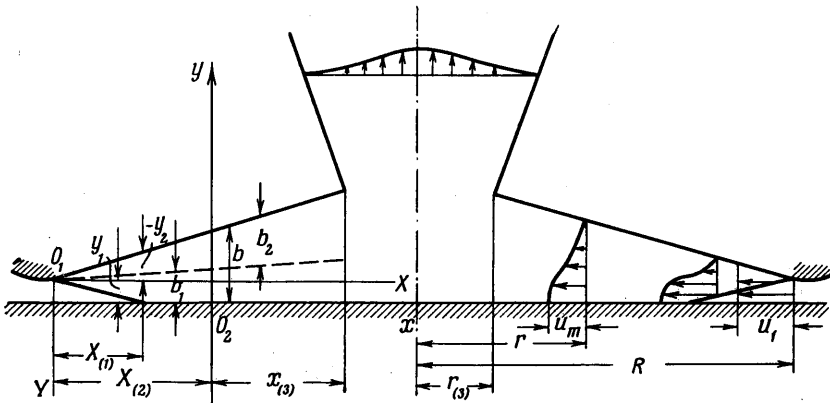


К РАСЧЕТУ СХОДЯЩИХСЯ И РАСХОДЯЩИХСЯ ВЕЕРНЫХ СТРУЙ

Г. Н. АБРАМОВИЧ, И. П. СМИРНОВА

(Москва)

Известен ряд теоретических и экспериментальных работ [1-4], в которых установлены основные особенности расходящихся веерных струй (течение от оси симметрии). Использование обычных гипотез теории турбулентных струй (условие сохранения импульса, универсальный профиль скорости в поперечных сечениях, обычного вида зависимость ширины струй от избыточной скорости на ее оси и др.) приводит к удовлетворительному соответствию между расчетными параметрами расходящейся веерной струи и экспериментальными данными, если для эмпирической



Фиг. 1

постоянной s принять значение, примерно на 25% меньше, чем в обычной прямой турбулентной струе (0.16 вместо 0.22). Что же касается сходящихся веерных струй (течение к оси симметрии — см. фиг. 1), то им посвящена только одна теоретическая работа [3], а соответствующих экспериментальных данных нет совсем. Между тем, в некоторых практически важных случаях необходимо уметь рассчитывать и сходящиеся веерные струи. Например, при вводе в закрытое помещение высоковольтной линии электропередачи приходится оставлять открытый проем в стене диаметром до 10—15 м. В этом случае можно предотвратить попадание в помещение холодных и влажных масс воздуха путем устройства кольцевой воздушной завесы, охватывающей открытый проем, которая образует сходящуюся веерную струю (фиг. 1). При растекании относительно тонкой турбулентной струи по криволинейной поверхности тела также возможны такие области течения, в которых формируется сходящаяся веерная струя.

Ниже предлагается метод расчета сходящихся веерных струй, позволяющий использовать такое значение эмпирической постоянной, как и в обычной прямой струе.

Рассмотрим течение, изображенное схематически на фиг. 1. Через щель, расположенную по периферии круглого диска, подается газ, который распространяется вдоль радиуса к центру диска. Достигнув некоторого сечения, линии тока искривляются, и течение преобразуется в обычную затопленную струю, распространяющуюся в направлении, перпендикулярном диску. Назовем это сечение сечением разворота.

Особенностью рассматриваемой струи на участке, расположенном между начальным сечением и сечением разворота, является то, что ширина струи будет больше, чем в плоском случае. Это можно обосновать следующим образом. При движении идеальной жидкости вдоль плоской пластины ширина потока по длине остается неизменной $b = B$. При движении идеальной жидкости к центру круглого диска из уравнения расхода имеем

$$b_1 = RB / r \quad (1)$$

Здесь R — радиус диска, B — ширина щели, r — текущий радиус, b_1 — текущая ширина потока идеальной жидкости.

Так как расширение, обусловленное смешением, в данном случае будет, по-видимому, не меньшим, чем в случае распространения затопленной турбулентной струи, то можно ожидать, что нарастание ширины потока, распространяющегося к центру диска, будет более интенсивным, чем при распространении плоского потока.

Произведем расчет рассмотренного течения, разбив его на две зоны: 1) зону, ограниченную начальным сечением и сечением разворота длиной $X_{(2)} + x_{(3)}$, где струя — радиальная; 2) зону, расположенную за сечением разворота $x > x_{(3)}$, где поток преобразуется в прямую затопленную осесимметричную струю.

Область, в которой происходит сильное искривление линий тока, а следовательно, и существенное изменение статического давления, исключим из рассмотрения. Жидкость считаем несжимаемой.

Рассмотрим первую зону течения. Она, в свою очередь, состоит из двух участков — начального и основного. Предположим, что статическое давление в первой зоне течения постоянно, силой трения о стенку можно пренебречь, закон изменения скорости по ширине струи описывается формулой Шлихтинга:

для начального участка

$$\frac{u_1 - u}{u_1} = (1 - \eta^{3/2})^2 = f \quad \left(\eta = \frac{Y - Y_2}{Y_1 - Y_2} \right) \quad (2)$$

для основного участка

$$\frac{u}{u_m} = (1 - \xi^{3/2})^2 = f \quad \left(\xi = \frac{y}{b} \right)$$

Здесь u_1 — скорость на срезе сопла, u_m — скорость на оси потока (в основном участке). Расположение осей координат указано на фиг. 1.

Определим положение осей границ зоны смешения в начальном участке первой зоны течения. Для этого запишем уравнение количества движения для контура, ограниченного отрезком радиуса диска, границей $Y = -Y_2$, начальным и текущим сечениями потока

$$\rho u_1^2 B R = \rho u_1^2 r (B - Y_1) + \rho r \int_{x_2}^{x_1} u^2 dY \quad (3)$$

Используя соотношение (1), после некоторых преобразований имеем:

$$Y_1^\circ = 1 - R/r + 0.416b^\circ \quad (b = Y_1 - Y_2, Y_1^\circ = Y_1/B, b^\circ = b/B) \quad (4)$$

В дальнейшем все геометрические характеристики с индексом $^\circ$ будем считать отнесенными к ширине сопла B .

Из уравнения (4) следует, что $Y_1/b = 0.416$ для $R/r \approx 1$; это соответствует плоскопараллельному потоку. Для $R/r \neq 1$ границы зоны смешения криволинейны и зона смешения повернута в сторону, противоположную поверхности диска. Так как $b_1 - B = RB/r - B$ или $b_1^\circ - 1 = R/r - 1$, то из уравнения (4) следует, что границы зоны смешения в рассмотренном случае можно построить так же, как для плоскопараллельного потока, если за начало отсчета в каждом поперечном сечении считать границу идеальной жидкости.

Определим длину начального участка $X_{(1)}$, учитывая, что в конце начального участка $Y_1 = B$. Предполагая, что закон изменения ширины пограничного слоя в случае рассматриваемого течения тот же, что и для турбулентной струи $b = 0.27X$, из уравнения (4) получим для длины начального участка

$$(X_{(1)}^\circ)^2 - R^\circ X_{(1)}^\circ + 8.9R^\circ = 0, \quad \text{или} \quad X_{(1)}^\circ = \frac{1}{2}R^\circ [1 + (1 - 35.6/R^\circ)^{1/2}] \quad (5)$$

Отсюда следует, что при $R^\circ \geq 35.6$ граница Y_1 достигает оси потока.

Геометрические характеристики потока в конце начального участка равны

$$X_{(1)}^\circ = 0.5R^\circ = 17.8, \quad b_{(1)}^\circ = 4.8, \quad (b_1^\circ)_{(1)} = 2 \quad \text{при} \quad R^\circ = 35.6$$

$$X_{(1)}^\circ \rightarrow 8.9, \quad b_{(1)}^\circ \rightarrow 2.4, \quad (b_1^\circ)_{(1)} \rightarrow 1 \quad \text{при} \quad R^\circ \rightarrow \infty$$

Произведем расчет основного участка первой зоны. Сделаем прежде всего предположение относительно закона изменения ширины струи в этой области. Поместим начало координат в переходное сечение. Зависимость ширины турбулентной струи b от x запишется в виде

$$b = b_{(2)} + 0.22x, \quad \text{или} \quad b - B = (b - B)_{(2)} + 0.22x \quad (6)$$

Предположим, что закон изменения ширины той части течения, которая лежит вне границы b_1 , тот же, что и для турбулентной струи. По аналогии с (6), запишем

$$b - b_1 = (b - b_1)_{(2)} + 0.22x, \quad \text{или} \quad b = b_1 + (b - b_1)_{(2)} + 0.22x$$

Учитывая, что для основного участка течения

$$b_1^\circ = \frac{R}{r} = \frac{R}{r_{(2)} - x} = (b_1^\circ)_{(2)} + \frac{x^\circ R^\circ}{r_{(2)}^\circ (r_{(2)}^\circ - x^\circ)}$$

окончательно имеем

$$b^\circ = b_{(2)}^\circ + x^\circ \left[0.22 + \frac{R^\circ}{r_{(2)}^\circ (r_{(2)}^\circ - x^\circ)} \right] \quad (7)$$

Запишем уравнение количества движения для контура, ограниченного радиусом диска, внешней границей струи, начальным и текущим сечениями

$$\rho u_1^2 BR = \rho r \int_0^b u^2 dy$$

Учитывая соотношение (2), получим

$$R^\circ = 0.316 U_m^2 b^\circ \eta^\circ, \quad \text{или} \quad U_m^2 = 3.16 R^\circ / (r_{(2)}^\circ - x^\circ) b^\circ \quad (U_m = u_m / u_1) \quad (8)$$

Используя соотношение (7), запишем уравнение (8) в виде

$$U_m^2 = \frac{3.16 R^\circ}{r_{(2)}^\circ - x^\circ} \left[b_{(2)}^\circ + x^\circ \left(0.22 + \frac{R^\circ}{r_{(2)}^\circ (r_{(2)}^\circ - x^\circ)} \right) \right]^{-1} \quad (9)$$

Так как $U_m = 1$ при $x = 0$, то из уравнения (9) следует, что

$$3.16 R^\circ / r_{(2)}^\circ b_{(2)}^\circ = 1 \quad (10)$$

Используя соотношение (10), преобразуем (9) к виду

$$U_m^2 = \frac{1}{1 - x_*^\circ} \left[1 + 0.22 x_*^\circ \left(\frac{r_{(2)}^\circ}{b_{(2)}^\circ} + \frac{1.44}{1 - x_*^\circ} \right) \right]^{-1} \quad \left(x_*^\circ = \frac{x}{r_{(2)}^\circ} \right) \quad (11)$$

Определим абсциссу переходного сечения $X_{(2)}^\circ$. Будем считать, что закон изменения внешней границы течения $Y_{(2)}$ в переходном участке тот же, что и в начальном

$$Y_2^\circ = -0.584 \cdot 0.27 X^\circ + 1 - R^\circ / r^\circ$$

Ширина зоны смещения в переходном сечении

$$b_{(2)}^\circ = 1 - (Y_2^\circ)_{(2)} = 0.158 X_{(2)}^\circ + R^\circ / r_{(2)}^\circ \quad (12)$$

Подставляя соотношение (12) в (10) и учитывая, что $r_{(2)}^\circ = R^\circ - X_{(2)}^\circ$, получим уравнение для определения $X_{(2)}^\circ$

$$(X_{(2)}^\circ)^2 - R^\circ X_{(2)}^\circ + 13.7 R^\circ = 0, \quad \text{или} \quad X_{(2)}^\circ = \frac{1}{2} R^\circ [1 - (1 - 55 / R^\circ)^{1/2}] \quad (13)$$

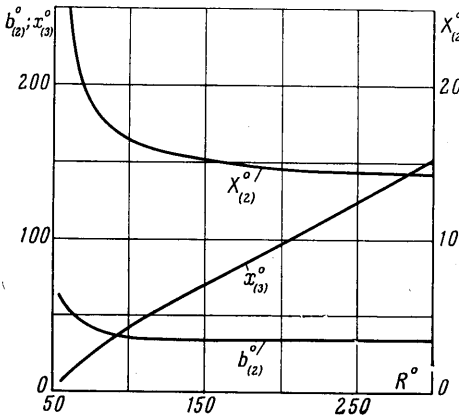
Из отношения (13) следует, что минимальное значение параметра R° , при котором возможно данное решение $\min R^\circ = 55$.

Абсцисса переходного сечения в этом случае равна

$$X_{(2)}^\circ = 0.5 \times R_{\min}^\circ = 27.5, \quad X_{(2)}^\circ = 13.7 \quad \text{при} \quad R^\circ \rightarrow \infty$$

Как показано ранее, абсцисса конца начального участка $X_{(1)}^\circ = 8.9$ для $R^\circ \rightarrow \infty$. Из уравнения (5) следует, что $X_{(1)}^\circ = 10.9$ для $R^\circ = 55$, т. е. длина переходного участка с уменьшением параметра R° увеличивается. Последний результат не очевиден и требует экспериментальной проверки.

Определим абсциссу сечения разворота $x_{(3)}$. Будем считать, что участок, на котором происходит разворот потока, достаточно короткий, и расход газа до и после разворота одинаков. Будем считать, кроме того, что величины статического давления и максимальной скорости до и после разворота одинаковы, а профиль скорости описывается тем же законом. Легко показать, что предположение о сохранении величины расхода на участке разворота (при условии сохранения статического давления)



Фиг. 2

Из уравнения (7) имеем

$$\frac{b_{(3)}}{b_{(2)}} = 1 + 0.22x_{*(3)}^{\circ} \left[\frac{r_{(2)}}{b_{(2)}} + \frac{1.44}{1 - x_{*(3)}^{\circ}} \right]$$

Учитывая, что

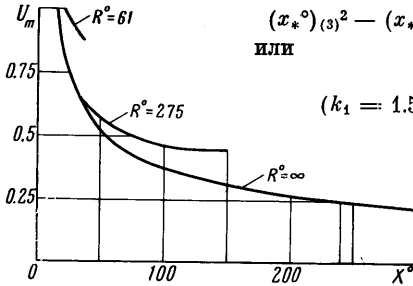
$$\frac{r_{(3)}}{r_{(2)}} = 1 - x_{*(3)}^{\circ}, \quad \frac{b_{(3)}/b_{(2)}}{r_{(3)}/r_{(2)}} = 0.282 \frac{r_2}{b_{(2)}}$$

получим для определения $x_{*(3)}^{\circ}$ уравнение

$$(x_{*(3)}^{\circ})^2 - (x_{*(3)}^{\circ})(1.56 - 1.36b_{(2)}/r_{(2)}) + (0.56 - 2b_{(2)}/r_{(2)}) = 0$$

или

$$(x_{*(3)}^{\circ})_3 = \frac{1}{2}k_1 - (\frac{1}{4}k_1^2 - k_2)^{1/2} \\ (k_1 = 1.56 - 1.36b_{(2)}/r_{(2)}), \quad (k_2 = 0.56 - 2b_{(2)}/r_{(2)}).$$



Фиг. 3

На фиг. 3 приведено изменение безразмерной скорости U_m по X° для различных значений параметра R° . Кривые, соответствующие значениям $R^{\circ} \neq \infty$, оборваны на значении $X^{\circ} = X_{(2)}^{\circ}$. Как видно, дальность струи с уменьшением R° увеличивается в основном за счет удлинения начального и переходного участков. Следует отметить, что величины $X_{(2)}^{\circ}$, $b_{(2)}^{\circ}$, а также зависимость $U_m = U_m(X^{\circ})$ для $R^{\circ} = \infty$ совпадают с аналогичными данными для плоскопараллельной струи.

с точностью до 20—25% равносильно предположению, что поворот потока осуществляется без потерь¹. Запишем условие сохранения расхода в сечениях, расположенных до и после поворота потока,

$$\rho r_{(3)} \int_0^{b_{(3)}} u dy = \rho \int_0^{r_{(3)}} ur dr$$

Используя соотношение (2), имеем

$$u_m r_{(3)} b_{(3)} \int_0^1 f d\xi = u_m r_{(3)}^2 \int_0^1 f \xi d\xi$$

Отсюда

$$\frac{b_{(3)}}{r_{(3)}} = \int_0^1 f \xi d\xi \left(\int_0^1 f d\xi \right)^{-1} = 0.282$$

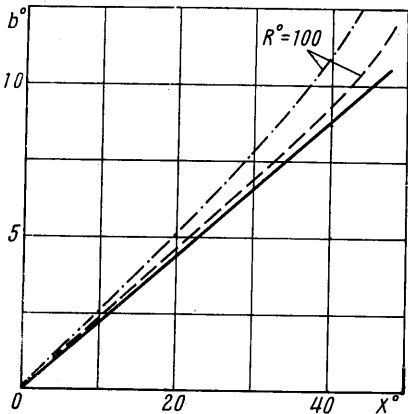
¹ Если считать, что расход жидкости на участке разворота струи не изменяется и профиль скорости, а также значение максимальной скорости в поперечных сечениях до и после разворота одинаковы, то полные запасы кинетической энергии в этих сечениях с точностью до 20—25% совпадают.

Применяя те же приемы, что и в разобранным выше случае, можно произвести расчет веерной струи, возникающей при растекании от центра к периферии. Запишем основные зависимости, считая, что начало координат расположено в переходном сечении, а ось x направлена по потоку¹

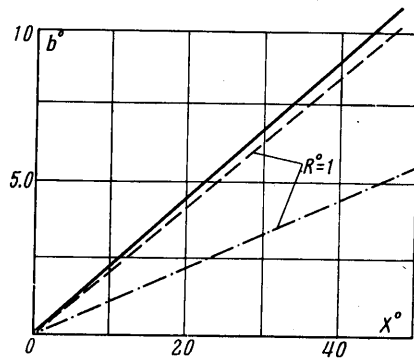
$$\begin{aligned} X_{(2)}^\circ &= 0.5R^\circ[(1 + 55/R^\circ)^{1/2} - 1] \\ r_{(2)}^\circ &= R^\circ + X_{(2)}^\circ, \quad b_{(2)}^\circ = 0.158X_{(2)}^\circ + R^\circ/r_{(2)}^\circ \\ b^\circ &= b_{(2)}^\circ + x^\circ \left[0.22 - \frac{R^\circ}{r_{(2)}^\circ(r_{(2)}^\circ + x^\circ)} \right] \\ U_m^2 &= \frac{3.16R^\circ}{r_{(2)}^\circ + x^\circ} \left[b_{(2)}^\circ + x^\circ \left(0.22 - \frac{R^\circ}{r_{(2)}^\circ(r_{(2)}^\circ + x^\circ)} \right) \right]^{-1} \end{aligned} \quad (14)$$

Из формул (14) следует, что при изменении R° в пределах от 0 до ∞ $X_{(2)}^\circ$ изменяется от 0 до 13.7. Степень нарастания толщины струи db/dx в переходном сечении изменяется от 0.22 ($R^\circ = \infty$ — затопленная турбулентная струя) до 0.15 ($R^\circ = 0$). При $x \rightarrow \infty$ имеем $db/dx = 0.22$ для всех значений R° .

В работах [1, 4] принималось, что граница веерной струи прямолинейна, причем в работе [4] значение коэффициента пропорциональности выбиралось $c = 0.22$, а в работе [1] имеем $c = 0.16$. Таким образом, значение производной db/dx , определенное по данным настоящей работы, близко к значениям db/dx , полученным ранее.



Фиг. 4



Фиг. 5

В заключение остановимся на результатах исследования радиально-щелевых струй, изложенных в работе [3]. Профиль касательного напряжения поперек струи представлялся в виде полинома по степеням y . Коэффициенты его определялись из граничных условий. Используя, кроме того, формулу для рейнولدсовых напряжений

$$\tau = \rho \chi u_m \partial u / \partial y, \quad \chi = \text{const}$$

автор находил связь между шириной струи b и du_m/dx . В качестве замыкающего уравнения использовалось уравнение сохранения количества движения. Рассматривался только основной участок струи. Получены формулы для определения ширины струи, которые в наших обозначениях имеют вид

$$\frac{b}{R} = c \left[\frac{R+X}{R} - \frac{R}{R+X} \right], \quad \frac{b}{R} = c \left[\frac{R}{R-X} - \frac{R-X}{R} \right] \quad (15)$$

(для потока, направленного от центра и к центру диска соответственно).

Для определения зависимости $U_m = U_m(X^\circ)$ использовалось уравнение количества движения.

Поэтому для сравнения результатов настоящей работы с результатами работы [5] достаточно рассмотреть только зависимости $b = b(x)$.

¹ Величина $X_{(2)}$ отсчитывается от среза сопла.

Преобразуя (15), имеем

$$b^{\circ} = 2cX^{\circ} \left[1 - \frac{X^{\circ}}{2(R^{\circ} + X^{\circ})} \right], \quad b^{\circ} = 2cX^{\circ} \left[1 + \frac{X^{\circ}}{2(R^{\circ} - X^{\circ})} \right] \quad (16)$$

(для потока, направленного от центра и к центру диска соответственно).

На фиг. 4 и 5 приведено изменение ширины радиально-щелевой струи, распространяющейся к центру (фиг. 4) и от центра (фиг. 5) диска. Сплошная кривая соответствует случаю $R^{\circ} = \infty$, пунктирная кривая иллюстрирует результаты настоящей работы, а штрих-пунктирная — результаты А. С. Гиневского. Как видно, кривые, построенные при использовании формул А. С. Гиневского [5], отличаются от случая $R^{\circ} = \infty$ (плоско-параллельная струя) больше, чем кривые, построенные при использовании методики настоящей работы. Следует обратить внимание, что величина производной db/dx , определенная из соотношения (16) для конечного значения R° , при $x \rightarrow \infty$ стремится к 0,11; это не совпадает с результатами для плоско-параллельной струи.

Поступило 3 V 1966

ЛИТЕРАТУРА

1. Абрамович Г. Н. Теория турбулентных струй. Физматгиз, 1960.
2. Лойцянский Л. Г. Радиально-щелевая струя в пространстве, заполненном той же жидкостью. Тр. ЛПИ, 1953, № 5.
3. Гродзовский Г. Л. Распространение ламинарной и турбулентной осесимметричных веерных струй в затопленном пространстве. Промышленная аэродинамика, Оборонгиз, 1962, вып. 23.
4. Schrader H. Trockung feuchten Oberflächen mittels Warm-luftstrahlen. VDI — Forschungsheft, Ausgabe B. 1961, B. 27, No. 484.
5. Гиневский А. С. Радиально-щелевая струя, истекающая из кольцевого источника конечного диаметра. Промышленная аэродинамика, Оборонгиз, 1962, вып. 23.

О КОЭФФИЦИЕНТЕ СУЖЕНИЯ СТРУЙ

Ю. П. ИВАНИЛОВ, Е. В. СЕМЕНОВ

(Москва)

Определяются асимптотические экспоненциальные законы сужения плоских и осесимметричных струй невесомых жидкостей различной природы на больших расстояниях от места истечения без учета сил поверхностного натяжения. Приводятся асимптотические формулы для функции тока, компонент скорости жидкости на свободной поверхности струи.

Рассмотрим сначала плоскую струю идеальной несжимаемой жидкости. В случае невихренистой струи имеем для функции тока ψ уравнения и граничные условия

$$\Delta\psi = 0 \quad (1)$$

$$\left(\frac{\partial\psi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial\psi}{\partial y} \right)^2 = \rho_0^2 u_0^2, \quad \psi = Q \quad \text{на свободной поверхности}$$

$$\psi = 0 \quad \text{при } y = 0 \quad (2)$$

Здесь u_0 и ρ_0 — скорость и плотность жидкости на поверхности струи, $2Q$ — массовый расход.

Ось x направлена по оси симметрии струи, y — расстояние до оси симметрии струи. Компоненты скорости u , v находятся по формулам $u = \rho \partial\psi / \partial y$, $v = -\rho \partial\psi / \partial x$, где ρ — плотность жидкости. Для несжимаемой струи $\rho = \rho_0$.

На достаточно большом удалении от места истечения свободная поверхность струи имеет форму, близкую к прямолинейной.

Обозначая ширину струи на бесконечности через $2h$ и сносая граничные условия на свободной поверхности на линию $y = h$, будем искать ψ в форме $\psi = \rho_0 u_0 y + \psi_1$. Пренебрегая величинами порядка ψ_1^2 , получим

$$\Delta\psi_1 = 0, \quad \partial\psi / \partial y = 0, \quad y = 0, \quad \psi_1 = 0, \quad y = h$$